RAZMATRANJE UTJECAJA MJERENJA DUŽINA ELEKTROOPTIČKIM DALJINOMJERIMA NA TOČNOST POLIGONSKIH MREŽA

Eduard KRIŽAJ — Zagreb

UVOD — Primjena mjernih uređaja, koje karakterizira velika točnost mjerenja udaljenosti ne mijenja temeljne poglede na već teoretski obrađen sadržaj iz oblasti teorije pogrešaka u poligonim vlakovima. No to zahtijeva proučavanje odnosa pojedinih mjernih elemenata i pravilan utjecaj tih elemenata na rezultate mjerenja. U dosadašnjim mjerenjima kutovi i dužine prilikom računske obrade dobivali su određen međusobni odnos, pa su u takvom odnosu utjecali i na položaj poligonih točaka.

Primjenom novih mjernih uređaja taj se odnos obzirom na povećanu točnost mjerenja dužina osjetno mijenja.

Upoznavanje spomenutog odnosa bit će ovdje ograničena na elektrooptičke daljinomjere kratkog i srednjeg dometa. Pod pojmom »kratkog i srednjeg dometa« podrazumjevat ćemo ovdje daljinomjere bez obzira na njihovu klasifikaciju, u kojih se pogreška mjerne udaljenosti može smatrati neovisnom o mjernoj dužini, to jest — konstantnom.

UTJECAJ POGREŠKE MJERENJA KUTA I DUŽINE NA POLOŽAJ POLARNO ODREĐENE TOČKE — Promjena položaja točke je u ovisnosti o točnosti mjernih elemenata. Ovu je ovisnost najlakše uočiti za točku određenu polarnom metodom što u stvari predstavlja najjednostavniji, samo na početku priključeni, poligonski vlak. Ta se ovisnost ne mijenja niti u daljnjem nadovezivanju točaka, jer se njihova točnost vlada po zakonima prirasta pogrešaka.

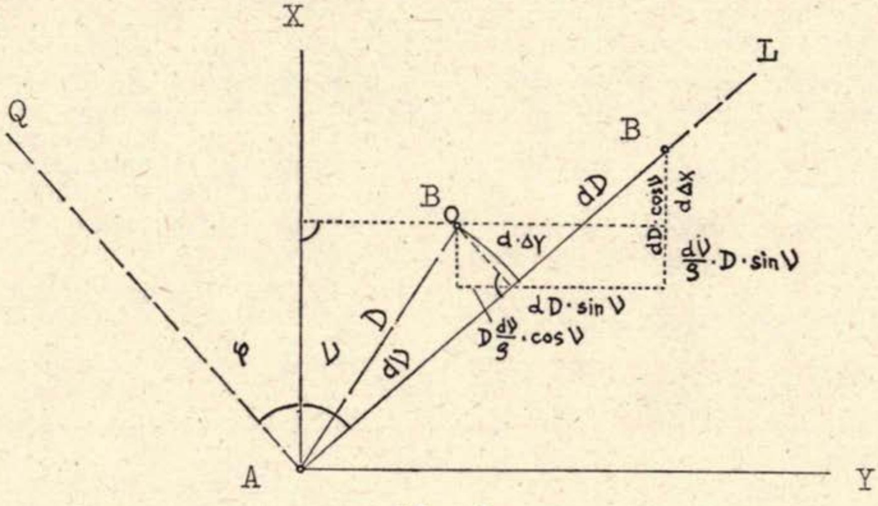
Međutim u praksi se ipak točnost položaja točaka prilično komplicira zbog niza čimbenika. Poznata je činjenica, da izjednačenje mjerenih veličina metodom najmanjih kvadrata pretpostavlja postojanje dovoljnog broja prekobrojnih mjerenja. U obostrano priključenom poligonskom vlaku, bez obzira koliki je broj točaka njime obuhvaćen, imamo samo tri prekobrojna mjerenja. Treba naglasiti također činjenicu, da je u poligonskim vlakovima prisutan problem sistematskih pogrešaka. Poznato je da se izjednačenjem postiže pravilna razdioba popravaka mjerenih veličina samo onda, ako su iz mjerenja ukolnjene sistematske pogreške, ili ako su one daleko u granicama slučajnih.

Kutovi se već dugo mjere zadovoljavajućom točnošću primjenom sekundnih teodolita, te primjenom prisilnog centriranja. Sada su, korištenjem elektronskih daljinomjera, sistematske pogreške u mjerenju dužina praktički potpuno izbjegnute. No što je mjerenje točnije, sve više se javlja utjecaj pogreške

Adresa autora: Eduard Križaj, dipl. inž. — Zavod za fotogrametriju, Zagreb

položaja zadanih točaka, koje obzirom na visoku točnost mjerenja u poligonometriji nisu više unutar granica pogrešaka mjerenja, nego ih često premašuju. Ove pogreške su po svom karakteru sistematske, pa je njihov negativan utjecaj na rezultate izjednačenja očit.

No vratimo se utjecaju, koji na položaj pojedine, polarno određene točke vrše pogreške u mjerenju kutova i dužina. U daljnjim razmatranjima smatrat ćemo da su kutovi mjereni jednakom točnošću i zanemarit ćemo pogreške smjernjaka na priključnim točkama. Nadalje, pogreške u mjerenju dužina smatrat ćemo također jednakim, one su konstantne, to jest neovisne o mjerenoj udaljenosti. Taj je odnos prikazan na slici 1.



Sl. 1

Polazeći od izraza:

$$\Delta y = D \cdot \sin\nu \; ; \; \Delta x = D \cdot \cos\nu \tag{1}$$

nakon diferenciranja dobivamo:

$$d\Delta y = \frac{\Delta y}{D} \cdot d(D) + \Delta x \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot d(D); \; d\Delta x = \frac{\Delta x}{D} \cdot d(D) - \Delta y \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot d(\nu) \tag{2}$$

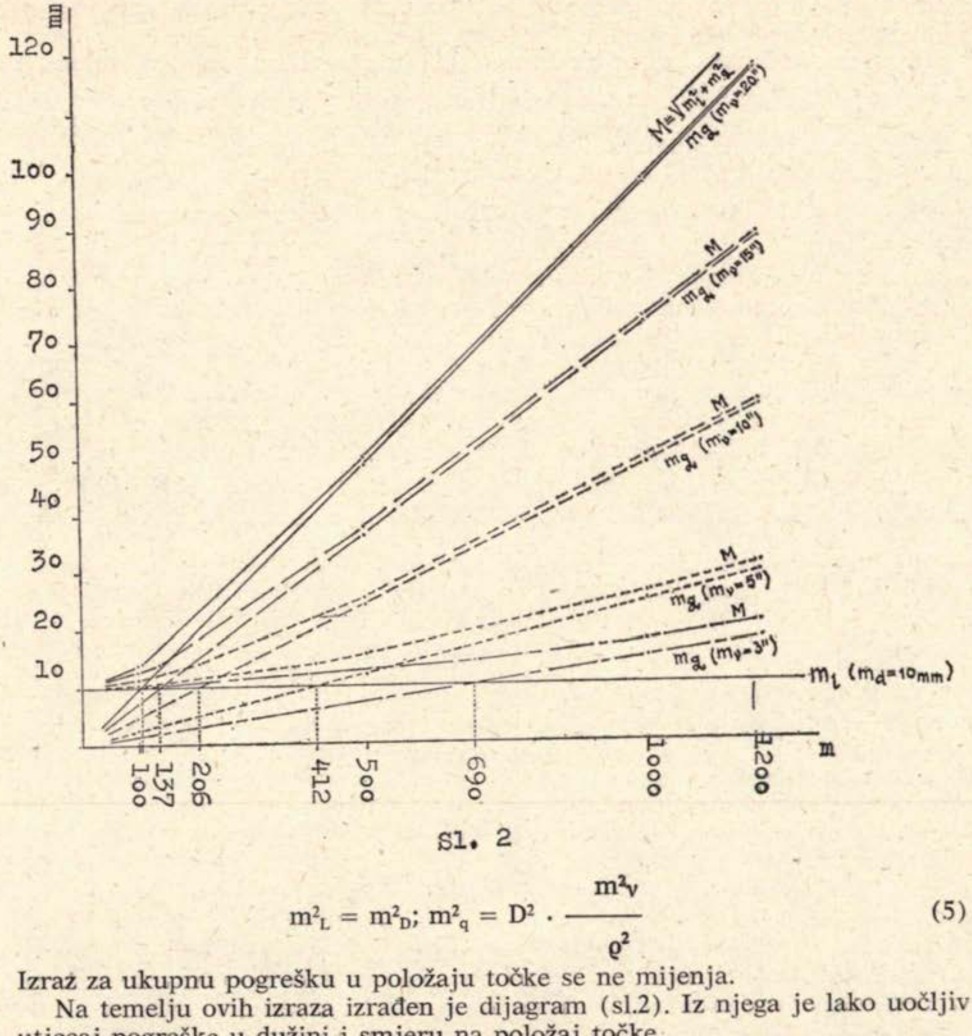
pa će srednja pogreška koordinatnih razlika biti:

$$m^2_y = \sin^2\nu \cdot m^2_D + \frac{m^2_\nu}{\varrho^2} \cdot \Delta x^2 \; ; \; m_x^2 = \cos^2\nu \cdot m^2_D + \frac{m^2_\nu}{\varrho^2} \cdot \Delta y^2 \tag{3}$$

Ukupna pogreška u položaju točke proizlazi iz izraza:

$$M^2 = m^2_y + m^2_x = m^2_D + m^2_\nu \cdot \frac{D^2}{\varrho^2} \tag{4}$$

Iz navedenih je izraza vidljivo, da ukupna pogerška u položaju točke nije ovisna o smjeru dužine, dok su pogreške po koordinatnim razlikama ovisne o smjeru dužine. Ovi izrazi vrijede za proizvoljni koordinatni sustav, pa koristeći tu činjenicu možemo zamisliti takav koordinatni sustav, u kojem će se apscisna os poklapati sa smjerom dužine, a ordinatna će os biti okomita na dužinu (sl. 1). U ovakvom sustavu izrazi za srednju pogrešku koordinatnih razliha poprimaju slijedeći oblik:



Sl. 2

$$m^2_L = m^2_D;\ m^2_q = D^2 \cdot \frac{m^2_v}{\varrho^2} \tag{5}$$

Izraž za ukupnu pogrešku u položaju točke se ne mijenja.

Na temelju ovih izraza izrađen je dijagram (sl.2). Iz njega je lako uočljiv utjecaj pogreške u dužini i smjeru na položaj točke.

Iz dijagrama se također može upoznati jedna zanimljiva činjenica. Mi naime znamo, da već pri različitim mjerenjima nastojimo postići takvu točnost pojedinih elemenata, da oni prilikom računanja i obrade podataka jednako utječu na rezultat, t. j. da imaju jednake težine.

Dijagram na slici 2 daje nam mogućnost da uočimo, kada će uzdužna i poprečna pogreška položaja točke biti jednake. Postoji dakle kružnica oko stajališta, na kojoj se nalaze točke s jednakom uzdužnom i poprečnom pogreškom, a to znači, da odabrana pretpostavljena točnost mjerenja kutova i dužina ima jednak utjecaj na sve točke spomenute kružnice. Na točke unutar kružnice veći utjecaj ima pogreška mjerenja dužine i obratno. Danas postoji već čitav niz mjernih uređaja za preciznu tahimetriju, elektrooptički daljinomjeri u kombinaciji s teodolitom kao na primjer Wildov distomat DI 10, Hewlett-Packardov DMI 3800 B, Kernov DM 1000, Optonov SM 11 i Reg Elta-14 s automatskim registriranjem podataka. Točnost mjerenja dužina kreće se od 5—10 mm neovisno o mjerenoj udaljenosti.

Dijagram je izrađen za pogrešku mjerene dužine 1 cm, točnost smjernog kuta od 3" do20 ", a dužine su do 1200 m. Zanemarivanje pogreške zadanog smjernjaka na stajalištu nema praktičnog utjecaja na relativai odnos točaka određenih s istog stajališta, jer jednom te istom smjernjaku dodajemo prelomne kutove, kojima je srednja pogreška ista.

Za ove pretpostavke moraju vrijediti slijedeći izrazi:

$$v_i = v_p + \beta_i ; \qquad d_{v_i} = d\beta_i ; \qquad m_{v_i} = m\beta_i \qquad (6)$$

Pomoću dijagrama na sl. 2 mogli bi, kad za to postoje opravdani razlozi, na temelju tražene točnosti unaprijed odrediti kojom točnošću treba mjeriti, odnosno do koje udaljenosti možemo tom točnošću mjerenja snimati, a da nam položajna pogreška snimljenih točaka ne pređe željeni iznos. Radius kružnice jednakog utjecaja pogrešaka mjerenja kutova i dužina dobivamo kao projekciju presjecišta pravaca uzdužne i poprečne pogreške na apscisnu os. Na pr. za Opton SM 11 točnost mjerene dužine je 1 cm, točnost smjera m_v = 3" ili 10^{cc}, a utjecaji uzdužne i poprečne pogreške će se izjednačiti na udaljenosti od 690m. (sl. 2).

MOGUĆNOST GRAFIČKOG ODREĐIVANJA TEŽINA KOD STROGOG I PRIBLIŽNOG IZJEDNAČENJA POLIGONIH VLAKOVA I POLIGONSKIH MREŽA

Uzdužna pogreška polarno određene točke se ne mijenja, ako točnost mjerenja dužine ostaje konstantna. Za izabrani m_v vrijednost poprečne pogreške mijenjat će se linearno u ovisnosti s dužinom. Poveća li se mjerena udaljenost za dva puta, poprečna pogreška će se također povećati u istom omjeru (5). Ukupna pogreška je funkcija uzdužne i poprečne pogreške (4). Iz nomograma na sl. 3 mogu se grafički odrediti vrijednosti uzdužne i poprečne pogreške za sve mjerene udaljenosti do 1200 m i $0" \leq m_v = m\beta \geq 15"$. Nomogram je konstruiran na slijedeći način. Na os X nanijete su vrijednosti $0" \leq m_v = m\beta \geq 15"$ u proizvoljnim dužinskim jedinicama. Taj raspon uglavnom odgovara točnosti koja se postiže svim novijim teodolitima. S desne strane, u smjeru osi Y, nanijeta je skala za dužine $0 \leq D \geq 1200$ m. Na lijevoj strani nomograma nanijete su vrijednosti $0 \leq m_q \geq 100$ mm. Paralelno s X osi položen je pravac, koji odgovara konstantnoj uzdužnoj pogreški $m^l = 10$ mm. Ovaj pravac može se povuća za bilo koju konstantnu vrijednost m_l. Za uzdužnu i poprečnu pogrešku moramo odabrati istovjetne jedinice.

Spojimo li odabranu dužinu s točkom O, te podignemo li okomicu na os X za bilo koju vrijednost $m\beta$, visina okomice do presjecišta sa spomenutom spojnicom daje vrijednost poprečne pogreške za odgovarajući $m\beta$ i odabranu dužinu.

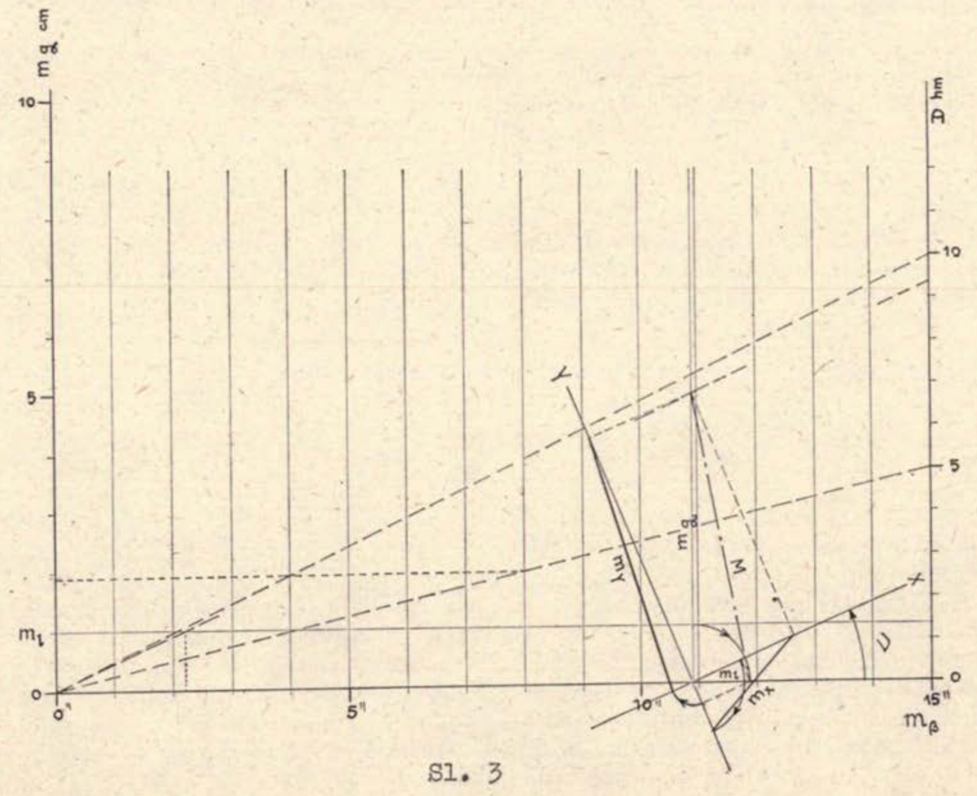
Ako prema izrazima (5) izračunamo poprečne pogreške za $m\beta$ = 15" i za dužine 1 hm, 2 hm itd. onda dobivamo međusobni odnos poprečne pogreške prema dužini upravo onakav, kakav je korišten u nomogramu, tj. 7,3 mm m_q odgovara dužini 1 hm. To drugim riječima znači, da poprečna pogreška točke čiji je smjer određen točnošću mβ=15" na udaljenosti od 100 m iznosi 7,3 mm. Na 1000 m poprečna pogreška će se udeseterostručiti i iznosit će približno 73 mm. Nadalje — poprečna pogreška točke na udaljenosti 1000 m od satjališta, ako je mβ=4", bit će jednaka poprečnoj pogreški točke na udaljenosti 500 m od stajališta čiji je smjer određen točnošću mβ=8" (sl. 3). Uzdužna pogreška se uopće ne mijenja, jer su sve dužine mjerene istom točnošću.

Ako u nožištu ordinate koja predstavlja poprečnu pogrešku nanesemo uzdužnu pogrešku pod pravim kutom, onda nam hipotenuza dobivenog pravokutnog trokuta daje vrijednost ukupne pogreške.

Postavlja se sada pitanje, da li i kako možemo iz ovih elemenata doći do iznosa srednjih pogrešaka položaja točke u smjeru koordinatnih osi? Ovisnost ovih pogrešaka o uzdužnoj i poprečnoj pogrešci proizlazi iz slijedećih izraza:

$$m_y^2 = \sin^2\nu \cdot m_L^2 + \cos^2\nu \cdot m_q^2; \quad m_x^2 = \cos^2\nu \cdot m_L^2 + \sin^2\nu \cdot m_q^2 \qquad (7)$$

Odatle je uočljivo, da ćemo pogreške u smjeru koordinatnih osi dobiti kao hipotenuze pravokutnih trokuta, kojima su za m_y katete projekcije uzdužne, odnosno poprečne na os Y, a za m_x projekcije tih pogrešaka na os X. Kod toga je kut zaokreta koordinatnih sustava L,Q i X,Y jednak smjernom kutu određene strane. Nanesemo li smjernjak u suprotnom smjeru kazaljke sata od smjera osi L/os L na nomogramu se poklapa uvijek s horizontalnom osi srednje pogreške mjernog prelomnog kuta / onda smo definirali smjer X osi, a time i koordinatni sustav X,Y.



Sl. 3

Na nomogramu je prikazan primjer određivanja spomenutih pogrešaka za dužinu 933 m, $\nu=23°$, $m\beta=10{,}9''$ i $m_D=10$ mm. S nomograma, nakon izloženog postupka dobivamo $m_L=10$ mm, $m_q=49$ mm, $M=50$ mm, $m_y=45{,}5$ mm i $m_x=21$ mm. Računajući iste veličine prema izrazima 5 i 7 dobivamo iste vrijednosti ($m_L=10{,}0$ mm, $m_q=49{,}3$ mm, $M=50{,}3$ mm, $m_y=45{,}5$ mm i $m_x=21{,}1$ mm).

Spojnica vrijednosti proizvoljne dužine presjeca pravac uzdužne pogreške m_l. Projiciramo li to presjecište na skalu $m\beta$, dobit ćemo vrijednost $m\beta$ kojom bi bilo potrebno odrediti smjer odabrane dužine, da se pri tom izjednače uzdužna i poprečna pogreška. Za primjer ucrtan na nomogramu $m\beta=2'',2$. To drugim riječima znači, da bi za polarno određenu točku, koja je udaljena od stajališta 933 m, ako je $m\beta=2''.2$ i $m_d=1$ cm, dobili $m_q=m_l=10$ mm. Mogli bi također reći, da je za točnost mjerenja $m\beta=2''.2$ i $m_d=10$ mm radius kružnice jednakog utjecaja uzdužne i poprečne pogreške 933 m.

KORIŠTENJE NOMOGRAMA PRI IZJEDNAČENJU POLIGONSKIH VLAKOVA — Izjednačenje poligonskog vlaka metodom najmanjih kvadrata primjenjuje se u praksi samo u poligonometirjskim mrežama, koje po svojoj namjeni trebaju zadovoljiti posebne zahtijeve točnosti. Radi zamršenog računskog postupka oko riješavanja pojedinih praktičnih zadataka po egzaktnim metodama razrađen je čitav niz približnih metoda izjednačenja, koje je moguće primijeniti nakon studiranja karaktera izvršenih mjerenja i oblika pojedinih poligonskih vlakova, pa nam se onda rezultati približnih i egzaktnih izjednačenja praktički uopće ne razlikuju.

Izjednačenje pojedinog poligonskog vlaka zahtijeva pri računskom postupku uvođenje težina izvršenih mjerenja. Za težine mjerenih dužina i kutova mogu se postaviti ovakvi opći odnosi:

$$p_D = \frac{K}{m^2_D}; \qquad p\beta = \frac{K}{m^2\beta} \tag{8}$$

Držeći se pretpostavki na kojima se temelji cijelo dosadašnje izlaganje tj. mjerenje dužina elektrooptičkim instrumentom gdje je $m_D=\text{konst.}=1$ cm, te izrazivši $m\beta$ u lučnoj mjeri, možemo prdenje izraze prema (6) pisati:

$$p_D = \frac{K}{D^2}; \qquad p\beta = \frac{K}{m^2\beta}, \text{ odnosno}$$
$$\frac{1}{p_D} = 1; \qquad \frac{1}{p\beta} = \frac{m^2\beta}{\varrho^2} \cdot D^2 \tag{9}$$

Ako promotrimo ove izraze, uočit ćemo da su oni identični uzdužnoj i poprečnoj pogreški, koje na vrlo jednostavan način možemo dobiti iz nomograma (sl. 3). Odnos težina prema izrazima (8) pojavljuje se u svim egzaktnim metodama izjednačenja pojedinih vlakova (Eggertova, Förstnerova metoda) kao i u izjednačenju poligonih mreža. Za približne metode izjednačenja poligonskih mreža ukazuje se potreba određivanja težina pojedinih koordinatnih razlika (uvjetna mjerenja) ili težina koordinata u čvornim točkama (posredna mjerenja). U literaturi nalazimo s tim u vezi izraze za težine, koji se temelje na njihovom odnosu prema dijagonali vlaka.

Pravilno određivanje težina koordinatnih razlika ili koordinata u čvornim otčkama zasniva se na izrazima:

$$p_x = \frac{1}{m^2_x}; \qquad p_y = \frac{1}{m^2_y} \tag{10}$$

Ovi su izrazi u neposrednoj vezi s izrazima za pogreške zadnje točke u poligonom vlaku, koji je priključen samo na početku:

$$m^2_y = [\sin^2\nu \cdot m^2_D] + [\cos^2\nu \cdot \frac{m^2\nu}{\rho^2} D^2]; \; m^2_x = [\cos^2\nu \cdot m^2_D] + [\sin^2\nu \cdot \frac{m^2\nu}{\rho^2} \cdot D^2]$$

ili (11)

$$m^2_y = [\sin^2\nu \cdot m^2_D] + \left[(x_n - x_i)\, i \frac{m^2\beta i}{\rho^2}\right]_{i=1}^{i=n};$$

$$m^2_x = [\cos^2\nu \cdot m^2_D] + \left[(y_n - y_i)^2 \cdot \frac{m^2\beta i}{\rho^2}\right]_{i=1}^{i=n} \tag{11a}$$

Prvi od prednjih izraza odgovaraju vlakovima, u kojima su mjereni direktno smjernjaci, a drugi za vlakove u kojima su mjereni prelomni kutovi. Razlike u karakteru ovih dvaju vrsta vlakova proizlaze iz različitog priraštaja pogrešaka smjernih kutova na pojedinim točkama.

Mjerenje smjernjaka na pojedinim poligonskim točkama ili samo na priključnim točkama primjenjujemo u naročitim prilikama. Danas postoji već čitav niz teodolita, koji u kombinaciji s žiroskopom omogućuju mjerenja smjernjaka s dovoljnom točnošću (Fennel TK 4, Wild GAK 1).

Iz izraza za srednju kvadratnu pogrešku položaja točke u smjeru koordinatnih osi vidljivo je, da su te pogreške u stvari zbroj kvadrata projekcija uzdužne i poprečne pogreške na koordinatne osi. Za vlakove kojima su umjesto prelomnih kutova mjereni smjernjaci možemo ove elemente jednostavno očitati s nomograma, kvadrirati logaritamskim računalom i na taj način dobiti vrijednosti kvadrata pogrešaka po koordinatnim osima za bilo koju koordinatnu razliku ili pak za zadnju točku bilo kakvog, samo na početku priključenog vlaka, što nam onda omogućuje određivanje težina prema već iznijetim izrazima.

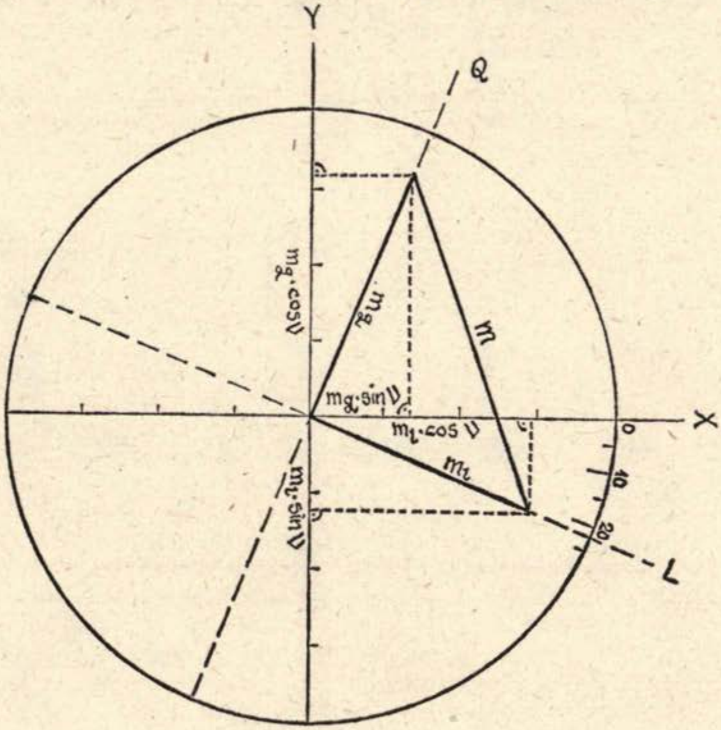
U skladu s izrazima (6) izraze za srednje kvadratne pogreške u smjeru koordinatnih osi možemo pisati:

$$m^2y = [\sin^2\nu \cdot m^2_D] + D^2_1 \cdot \frac{m^2\beta}{\rho^2} \cdot \cos^2\nu_1 + D^2_2 \cdot \frac{(2m\beta)^2}{\rho^2} \cdot \cos^2\nu_2 + \dots$$

$$m^2_x = [\cos^2\nu \cdot m^2_D] + D^2_1 \cdot \frac{m^2\beta}{\rho^2} \sin^2\nu_1 + D^2_2 \cdot \frac{(2m\beta)^2}{\rho^2} \cdot \sin^2\nu_2 + \dots \tag{12}$$

Sada je očito kako ćemo koristiti podatke očitane s nomograma u ovom slučaju. Postupak je u cijelosti isti s tim, što ćemo kvadrate projekcija poprečne i uzdužne pogreške na koordinatne osi množiti redom sa 1^2, 2^2, 3^2 itd. pa tek nakon toga sumirati.

Radi primjene ovoga postupka potrebno je imati poligonski vlak približno izračunat ili nanijet grafički u pogodnom mjerilu, odakle ćemo kutomjerom uzimati smjernjake svake poligonske strane. Dužine možemo uzimati iz terenskih podataka mjerenja, te još moramo poznavati m_β i m_d, tj. točnost kojom su izvršena mjerenja. Postupak je primjenljiv i za određeni projekt odabranog vlaka unaprijed. Prilikom korištenja nomograma najpogodnije je imati iscrtan koordinatni sustav X,Y na transparentnoj podlozi sa stupanjskom podjelom, koja je nanijeta u pozitivnom smislu počevši od osi X (sl. 4).



Slika 4

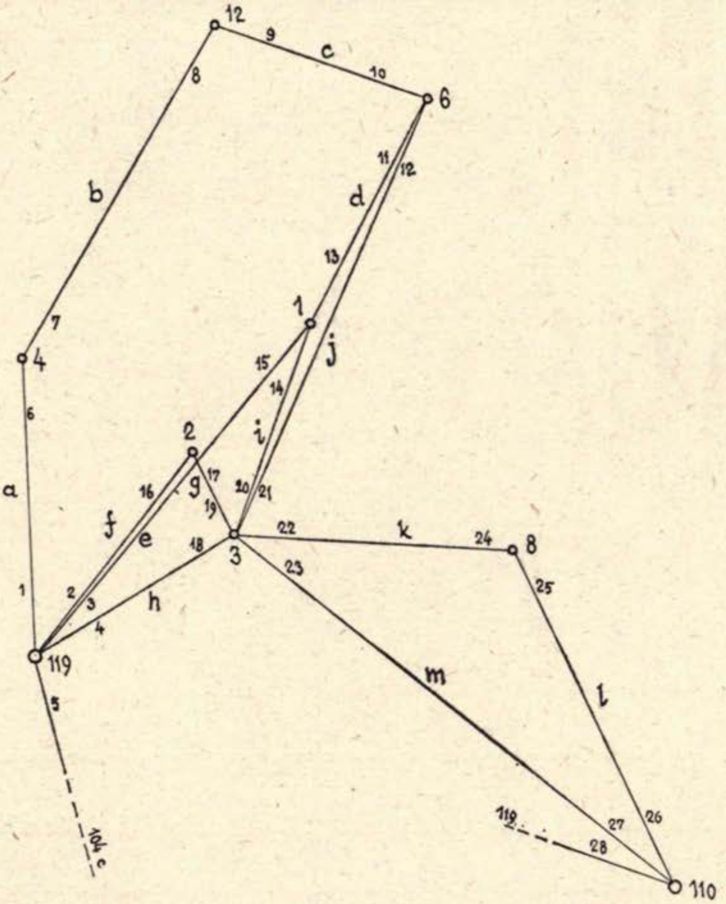
UTJECAJ IZBORA TEŽINA NA POLOŽAJ TOČAKA U MREŽI — Kako je već spomenuto, na položaj točaka u poligonskom vlaknu, a također i u mreži, utječe niz čimbenika. Vrlo značajan utjecaj u spomenutom smislu ima oblik pojedinih vlakova, kao i oblik mreže koju vlakovi sačinjavaju. Mnogi nepovoljni utjecaji dolaze tim manje do izražaja što se oblik vlakova i mreža više približava idealnom obliku, koji proizlaze iz zakonitosti priraštaja pogrešaka u poligonom vlaku.

Ovdje je za razmatranje utjecaja izbora težina odabran dio jedne mreže, koju su za čisto praktične potrebe postavljali stručnjaci Zavoda za fotogrametriju iz Zagreba na području trigonometrijskog kotara Dubrovnik u travnju 1971. godine. Mjerenja su vršena standardnom točnošću, bez posebnih priprema. Jedino su tokom rada izmjerene neke veze između pojedinih, svrsishodno odabranih točaka. Dužine su mjerene Wild-distomatom DI 10, a kutovi Wildovim sekundnim T 2 teodolitom. Pojedine mjerene strane prelaze preko mora, jer se većina točaka nalazi na morskoj obali ili u neposrednoj blizini. Rezultati mjerenja iznijeti su u tablici I.

TABLICA I

Stajalište mjereni pravci				broj pravca	Mjerene dužine	
Stajalište:	1					
110	0°	00′	00″	—	a	597,379 m
119	70	10	00	15	b	763,199
6	245	05	21	13	c	447,510
119	0	00	00	15	d	474,649
3	341	59	23	14	e	856,617
					f	529,129
Stajalište:		110			g	186,935
119	0	00	00	28	h	438,390
3	18	13	14	27	i	933,980
3	0	00	00	27	j	465,315
8	24	23	47	26	k	549,158
					l	732,220
Stajalište:		3			m	1125,244
119	0	00	00	18		
6	149	21	28	21		
110	0	00	00	23		
119	108	23	48	18		
2	217	12	47	19		
1	251	13	29	20		
8	326	34	58	22		
Stajalište:		2				
119	0	00	00	16		
3	308	20	29	17		
Stajalište		8				
3	0	00	00	24		
110	237	48	41	25		
Stajalište:		4				
129	0	00	00	—		
12	144	09	56	7		
119	288	51	43	6		
Stajalište:		12				
6	0	00	00	9		
4	99	45	51	8		
Stajalište:		6				
3	0	00	00	12		
1	6	23	28	11		
12	85	46	15	10		
Stajalište:		119				
104c	0	00	00	5		
2	228	03	19	2		
1	228	26	05	3		
3	247	35	17	4		
104c	0	00	00	5		
4	187	11	18	1		

Mjerenja su vršena u većem vremenskom razdoblju i pod različitim vanjskim uvjetima. Samo na razmjerno teško pristupačnim točkama 119, 110 i 4 bili su postavljeni drveni signali (visine do 3 m, debljine vizurne letvice 4×4 cm). Na svim ostalim točkama kutovi su mjereni ili na specijalne značke, ili na trasirke u tronošcima. Pravci, koji su pri računskoj obradi uzeti u izjednačenje numerirani su od 1 do 28. Dužine su označene malim slovima abecede u skladu sa slikom 5a.



Sl. 5a

Mreža je najprije izjednačena po uvjetnim opažanjima. Kako svaka zatvorena figura ili obostrano priključeni vlak iziskuje postavljanje triju uvjetnih jednadžbi (uvjet smjernjaka, uvjet apscisnih i ordinatnih razlika) za našu smo mrežu formirali 18 uvjetnih jednadžbi.

Za svaku zatvorenu figuru ili priključeni vlak sastavljene su po tri uvjetne jednadžbe prema slijedećim izrazima [2]:

$$
\begin{aligned}
&[v\beta] + \omega\beta = o \\
&[\sin\nu \cdot v_D] + \frac{1}{\varrho}[(x_n - x)\, v\beta] + \omega_y = o \qquad (13)\\
&[\cos\nu \cdot v_D] - \frac{1}{\varrho}[(y_n - y)\, v\beta] + \omega_x = o
\end{aligned}
$$

Nesuglasice su izračunate iz zatvorenih figura na temelju izvršenih mjerenja, a koeficijenti uvjetnih jednadžbi prema poznatim izrazima [2, 3]. Nakon toga cijela je mreža izjednačena pet puta. Rezultati izjednačenja iznijeti su u tablici II. Prvo je provedeno izjednačenje s težinama $p_D = \frac{1}{m_D^2}$; $p_p = \frac{2 \cdot \varrho^2}{m\beta^2 \cdot D^2}$ (tablica II stupac I), zatim s težinama $p_D = \frac{1}{m_D^2}$; $p_p = \frac{2\varrho^2}{m\beta^2}$ (tablica II stupac II). Treći puta su za težine uzete vrijednosti $p_D = p_p = 1$ (tablica II stupac III), četvrti puta $p_D = \frac{1}{D}$; $p_p = 1$ (tablica II stupac IV) i na kraju je cijela mreža izjednačena kao slobodna, t. j. iz izjednačenja je isključen uvjet vlaka 119—3—110. Ovaj puta su težine opet određene prema izrazima $p_D = \frac{1}{m_D^2}$; $p_p = \frac{2 \cdot \varrho^2}{m\beta^2 \cdot D^2}$ (tablica II stupac V).

U tablici II iznijeti su popravci pravaca i dužina, srednja pogreška jedinice težine, te vrijednosti koordinata svih točaka dobivenih izjednačenjem s različitim težinama. Sva izjednačena mjerenja oslonili smo na nereducirane koordinate trigonometara 119 i 110. Obzirom da su i mjerene dužine popravljene za utjecaj deformacije projekcije, na položaj novoodređenih točaka vrše utjecaj samo pogreške mjerenja pravaca i dužina, te pogreške u položaju zadatnih trigonometara. Izjednačenjem mreže kao slobodnog sistema isključen je i utjecaj u položaju zadanih točaka.

Sva prethodna izjednačenja izvršena su po neposredno mjerenim veličinama, tj. po pravcima i dužinama. Težine mjerenih pravaca računate su na temelju srednje pogreške mjerenog kuta iz približnog izjednačenja metodom posrednih mjerenja ($m\beta = 11''.0$).

Ocjena točnosti mjerenja prijelomnih kutova može se izračunati također iz više poligonih vlakova ili iz cijele mreže prema izrazu [2]:

$$m\beta = \sqrt{\frac{\left[\frac{w^2}{n}\right]}{N}}$$

Računajući na taj način za našu mrežu dobivamo $m\beta = 9''$. Praktički je svejedno kojom ćemo se od ovih dviju veličina u izjednačenju koristiti, jer se one razlikuju tako malo, da to ne može utjecati na rezultate izjednačenja.

TABLICA II

Broj pravca	I	II	III	IV	V
1.	— 8,0	— 6,8	— 5,7	— 5,8	—10,8
2.	— 2,0	— 8,7	— 4,6	— 5,9	— 1,9
3	—10,0	—11,2	— 6,5	— 6,6	—12,0
4.	7,1	4,2	4,3	5,6	10,1
5.	22,2	22,4	12,6	12,7	0,0
6.	0,9	0,7	0,6	0,6	1,1
7.	— 1,4	— 0,7	— 0,6	— 0,6	— 1,8
8.	— 5,0	— 1,9	— 1,1	— 1,0	— 5,6
9.	1,7	1,9	1,1	1,0	1,9
10.	1,3	3,3	4,0	4,2	2,6
11.	4,2	13,4	9,4	9,7	3,3
12.	—22,6	—16,7	—13,4	—13,9	—25,0
13.	3,4	8,9	0,8	1,2	4,3
14.	— 2,6	— 3,7	2,6	1,7	— 4,5
15.	— 2,8	— 5,2	— 3,4	— 2,9	0,7
16.	—35,1	—15,5	—19,1	—17,9	—25,8
17.	3,5	15,5	19,1	17,9	2,6
18.	— 5,6	—17,5	—15,7	—13,7	8,6
19.	— 4,1	—27,3	—14,6	—17,4	— 2,9
20.	7,6	— 1,5	9,4	8,6	11,2
21.	— 0,3	— 6,0	— 2,4	— 2,4	4,8
22.	35,8	31,1	12,3	12,9	2,2
23.	29,5	21,1	11,0	12,1	— 9,2
24.	1,4	5,0	— 2,2	— 2,7	4,5
25.	— 2,5	— 5,0	2,2	2,7	— 7,8
26.	— 0,1	— 1,1	2,0	2,3	— 2,6
27.	5,4	6,8	4,2	4,2	6,3
28.	— 6,4	— 5,6	— 6,2	— 6,5	0,0
m''_o	10",42	6",06	17",34	18",29	7",06
dužina					
a.	—0,35	—0,12	— 1,73	— 1,07	—0,51
b.	—0,34	—0,18	— 2,44	— 1,75	—0,79
c.	0,08	—0,08	— 0,85	— 0,34	—0,37
d.	—3,73	—2,32	— 1,98	— 1,83	—3,46
e.	—0,82	1,88	2,57	3,94	—1,42
f.	5,35	1,82	1,43	3,65	3,43
g.	—6,07	—1,63	— 8,05	— 2,33	—4,18
h.	—6,23	—4,63	— 8,85	— 6,69	—0,11
i.	4,13	2,55	4,83	5,95	4,32
j.	—3,21	—4,29	— 6,09	— 4,75	—2,34
k.	2,18	0,76	1,01	0,37	0,83
l.	3,90	1,22	3,75	2,52	0,93
m.	—9,39	—4,08	—22,64	—25,71	—1,01
m_o	5,05	2,94	8,40	8,87	3,42

DEFINITIVNE KOORDINATE

119	3385,809	27600,310	—		—		—		—	
1	3881,417	28298,999	,414	9,002	,461	8,969	,464	8,970	,483	8,947
2	3689,099	28033,897	,089	,905	,112	,855	,111	,888	,145	,863
3	3742,738	27854,831	,735	,839	,744	,819	,747	,818	,774	,790
4	3324,443	28194,529	,446	,529	,477	,530	,477	,531	,498	,534
6	4120,642	28708,949	,652	,947	,709	,908	,711	,909	,744	,878
8	4291,287	27828,913	,282	,908	,292	,916	,294	,916	,323	,930
12	3699,179	28859,394	,188	,390	,253	,370	,253	,371	,295	,364
110	4651,675	27191,519	—		—		—		,807	,593

Određivanje težina mjerenih pravaca na temelju srednjih pogrešaka računatih neposredno iz mjerenja nije prihvatljivo. Poznato je naime, da je srednja pogreška mjerene veličine iz određenog broja mjerenja opterećena također s nekom srednjom pogreškom, koja je tim nepouzdanija, čim je ograničeniji broj izvršenih mjerenja [1]. Zakonitosti prirasta pogrešaka po teoriji najmanjah kvadrata izvedene su uz pretpostavku, da postoji dovoljan broj mjerenja. Mjereći kutove u ograničenom broju ponavljanja možemo pouzdano ustvrditi, da spomenuti zahtjev nije ispunjen, pa je mnogo ispravnije, a to je pokazalo i iskustvo, težine mjerenih pravaca određivati prema broju izvršenih opažanja.

Što se tiče mjerenih dužina — njihove su težine računate na temelju točnosti koju daje proizvođač. Stekli smo uvjerenje, da je ovaj podatak potpuno pouzdan.

Ocjenjujući točnost dobivenih rezultata na temelju srednje pogreške izjednačenih veličina stekli bi nepotpunu, a možda i pogrešnu sliku.

Pa i na temelju popravaka mjerenih dužina izgleda, da je odnos točaka u mreži određen relativno visokom točnošću. No u mreži ovako nepovoljnog oblika na takve se zaključke ne može bez rezerve osloniti. Na to nas upozorava razmjerno veliki rasap položaja pojedinih točaka iz raznih izjednačenja. Još se nećemo upustiti u detaljnu analizu rezultata, no spomenutu je činjenicu nužno uočiti.

Mjerenja izvršena u našoj mreži omogućuju da indirektnim putem dođemo do vrijednosti nekih veličina, koje će nam omogućiti temeljitiju analizu rezultata mjerenja. Iz neizjednačenih rezultata mjerenja možemo izračunati dužine između točaka 119 — 6 (iz dva neovisna trokuta), zatim 119 — 110, te 8 — 6 i 110 — 6.

Položaj ovih dužina obzirom na našu mrežu ima bitan značaj za daljnju analizu rezultata izjednačenja. Dužina 8 — 6 omogućit će, da pravilno ocjenimo relativan odnos lijevog i desnog dijela mreže, dok nam dužina 119 — 110 omogućuje, da neposredno ocjenimo relativan odnos zadanih točaka.

Ove dužine imaju naravno veće srednje pogreške od direktno mjerenih i nisu više neovisne o udaljenosti. Spomenute dužine, a također i njihove srednje pogreške, možemo izračunati prema kosinusnom poučku.

Uspoređujući zatim vrijednosti ovako izračunatih dužina i dužina iz koordinata pojedinih točaka nakon izjednačenja, dobit ćemo potpuniju sliku o postignutoj točnosti. Nakon potrebnih računanja dobivamo:

dužina	119 — 110	1330,310 m	$m_d = \pm 12,6$ mm
	119 — 6	1330,060 m	$m_d = \pm 13,6$ mm
	8 — 6	896,331 m	$m_d = \pm 12,4$ mm
	110 — 6	1607,579 m	$m_d = \pm 15,2$ mm

Izjednačenje naše mreže izvršili smo i po metodi posrednih opažanja. Pri tom smo za čvorne točke odabrali točke 3, 1 i 6. Izjednačenje je izvršeno približnom metodom. Za težine prelomnih kutova služili smo se uobičajenim izrazom $p = \frac{1}{n}$. Računanje najvjerojatnijih vrijednosti koordinata u čvornim točkama izvršeno je s različitim težinama. Najprije je računanje izvršeno s težinama $p_x = p_y = 1$, zatim $p_x = p_y = \frac{1}{[D]}$ i na kraju težine su računate prema izrazima $p_y = \frac{1}{m^2_y}$ i $p_x = \frac{1}{m^2_y}$. U tablici III iznijeti su rezultati ovakovih izjednačenja.

Za točke 3, 6 i 1 izračunate su srednje pogreške koordinata nakon strogog izjednačenja navedenog u tabeli II pod I. One iznose:

$m_{y1} = \pm 15,09$ mm	$m_{x1} = \pm\ 9,50$ mm
$m_{y3} = \pm\ 3,89$ mm	$m_{x3} = \pm\ 4,81$ mm
$m_{y6} = \pm 29,28$ mm	$m_{x6} = \pm 16,92$ mm

U tabeli IV iznijeti su relativni odnosi točaka 119, 6, 8 i 110 iz raznih izjednačenja obzirom na indirektno određene udaljenosti između spomenutih točaka (indirektno računate dužine navedene su u tabeli IV pod »mjereno«). Sada je jasno vidljivo, da ocjena točnosti nakon izjednačenja na temelju srednjih pogrešaka daje objektivnu sliku za svaki pojedini dio mreže, koji su vezani samo kutovima u točki 3. No tek na temelju podataka iz tabele IV možemo steći realnu sliku o odnosu točaka iz ta dva dijela mreže. O tome nam rječito govori povećanje relativne točnosti dužine 8 — 6.

Na slici 5b prikazani su položaji pojedinih točaka iz raznih izjednačenja obzirom na položaj točaka dobivenih izjednačenjem (V) slobodnog sistema.

Kako rezultati strogog izjednačenja I i II, te III i IV ne pokazuju bitne razlike, na slici 5 prikazani su samo rezultati strogog izjednačenja I i III. Odavde je važno uočiti dvije pojave. Prvo, karakterističan pomak lijeve figure u mreži obzirom na desnu figuru i drugo, podudarnost rezultata čvornih točaka po približnoj metodi izjednačenja s odgovarajućim točkama iz izjednačenja slobodnog sistema. Pri tom je na slici 5 prikazan samo položaj čvornih točaka iz približnog izjednačenja III, jer ostala približna izjednačenja ne pokazuju bitne razlike od ovoga. Kako je već prije naglašeno, jasno je uočljiv veliki rasap položaja točaka iz različitih izjednačenja, a također razlika položaja trigonometra 110 iz slobodnog sistema i onog prema njegovim zadanim koordinatama. Relativan odnos popravaka položaja točaka na slici 5 prikazan je u omjeru 1 : 2.

TABLICA III

Br. vlaka	točke u vlaku	odstupanja prije izjednačenja $w''\beta$	$w_y$cm	$w_x$cm	$f''\beta$	definitivna odstupanja nakon izjednačenja I f_y	I f_x	II f_y	II f_x	III f_y	III f_x
1.	119—4—12—6	9	0,8	2,0	—15	—1,5	—1,7	—2,4	—1,4	—3,9	—1,6
2.	119—1	—22	— 0,3	—3,8	—14	—1,1	—0,2	—1,2	0,0	—1,8	0,0
3.	119—2—3	4	— 0,5	3,6	35	—5,6	2,0	—4,4	2,2	—4,4	2,0
4.	119—3	—24	3,3	—0,3	7	—1,8	—1,9	—0,6	—1,7	—0,6	—1,9
5.	110—3	—32	11,2	1,8	— 1	6,1	0,2	7,3	0,4	7,3	0,2
6.	110—8—3	—40	9,1	3,2	— 9	4,0	1,6	5,2	1,8	5,2	1,6
7.	1—6	28	4,9	6,0	— 4	3,4	—1,3	2,6	—1,2	1,7	—1,4
8.	6—3	—67	4,6	—5,0	—12	1,8	—2,9	3,9	—3,0	5,4	—3,0
9.	1—3	—32	— 0,2	6,3	— 9	—4,5	1,1	—3,2	1,1	—2,6	—0,9

Vrijednost smjernjaka u čvornim točkama

$$\nu^3_6 = 203^\circ\, 52'\, 36'' \qquad \frac{1}{P} = 0{,}48 \qquad m = \pm\, 7'',7$$

$$\nu^6_1 = 30^\circ\, 16'\, 08'' \qquad \frac{1}{P} = 0{,}91 \qquad m = \pm 10'',5$$

$$\nu^1_3 = 17^\circ\, 20'\, 31'' \qquad \frac{1}{P} = 1{,}10 \qquad m = \pm 11'',5$$

$m_o = \pm 11'',0$

DEFINITIVNE KOORDINATE I SMJERNJACI U ČVORNIM TOČKAMA

Točka	I		II		III	
3	503 742,749	727 854,784	,761	,786	,761	,784
	$m_y = \pm 2{,}1$	$m_x = \pm 0{,}9$	$m_y = \pm 2{,}0$	$m_x = \pm 0{,}9$	$m_y = \pm 1{,}7$	$m_x = \pm 1{,}2$
ν^3_6	203° 52′ 29″,7		25″,3		22″,5	
1	503 881,492	728 298,936	,491	,938	,485	,938
	$m_y = \pm 3{,}0$	$m_x = \pm 1{,}3$	$m_y = \pm 2{,}8$	$m_x = \pm 1{,}3$	$m_y = \pm 2{,}9$	$m_x = \pm 1{,}4$
ν^6_1	30° 16′ 23″,5		20″,3		17″,4	
6	504 120,777	728 708,863	,768	,866	,753	,864
	$m_y = \pm 3{,}0$	$m_x = \pm 1{,}3$	$m_y = \pm 3{,}3$	$m_x = \pm 0{,}9$	$m_y = \pm 3{,}6$	$m_x = \pm 1{,}7$
ν^1_3	17° 20′ 51″,3		45″,9		43″,1	

Izjednačenje	dužina	smjer. kut	ΔD	dužina	smjer. kut	ΔD	dužina	smjer. kut	ΔD
	119 — 6			110 — 6			8 — 6		
mjereno	1330,060			1607,579			896,331		
strogo I	,059	33°32'14",6	1	,666	340°42'44",0	—87	,428	349°01'34",1	—97
II	,063	16",1	—3	,661	45",2	—82	,427	37",7	—96
III	,062	26",7	—2	,606	50",4	—27	,372	46",2	—41
sl. sis. V	,057	33",9	3	,538	34",2	41	,328	45",2	3
pribl. III	,051	36",2	9	,549	53",8	30	—	—	—
rel. toč. I	1:1 330 060			1: 18 478			1: 9 241		
II	1: 443 353			1: 29 605			1: 9 336		
III	1: 665 030			1: 59 539			1: 21 862		
sl. sis. V	1: 443 353			1: 39 209			1: 298 777		
pribl. III	1: 147 784			1: 53 586			—		

Rezultati izjednačenja slobodnog sistema (V) povezani su punom debljom linijom, rezultati strogog izjednačenja I punom tankom linijom, rezultati izjednačenja III točkasto i rezultati približnog izjednačenja III tankom crtkanom linijom.

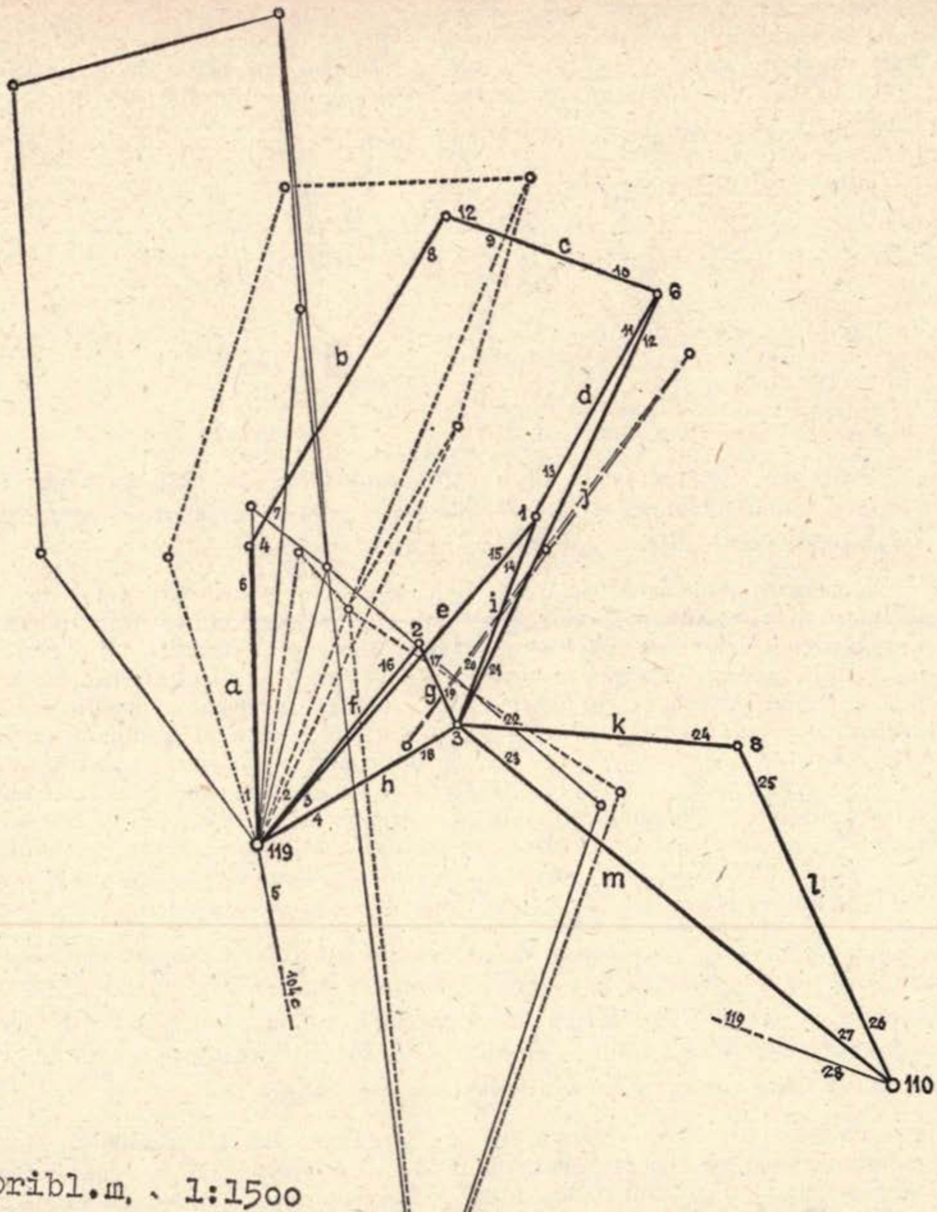
Usporedimo sada indirektno dobivenu dužinu između trigonometara 119 i 110 i dužinu koju dobivamo iz koordinata:

iz nered. koordinata	$D_1 = 1330{,}235$	$v_1 = 107°53'49'',0$	
iz slobodnog sistema	$D_2 = 1330{,}339$	$v_2 = 107°53'32'',0$	
	$\Delta D = 0{,}104$	$\Delta v = -17'',0$	1:12 792
iz podataka mjerenja	$D_0 = 1330{,}310$		
	$\Delta D_1 = 0{,}075$		1:17 734
	$\Delta D_2 = -0{,}029$		1:45 873

Relativan odnos navedenih dužina upućuje nas na zaključak, da su rezultati iz izjednačenja mreže kao slobodne najvjerodostojniji. To u potpunosti odgovara rezultatima istih razmatranja s ostalim dužinama, koji su navedeni u tablici IV. Na temelju toga moguće je zaključiti, da su razmjerno velike razlike u položaju pojedinih točaka iz različitih izjednačenja najvećim djelom posljedica pogrešaka u položaju zadanih točaka na koje smo oslonili našu mrežu.

Ovo se može potvrditi tako, da se na temelju dužine dobivene iz neizjednačenih rezultata mjerenja uskladi relativni odnos zadanih trigonometara. Već je naprijed spomenuto, da su sva naša računanja oslonjena na nereducirane koordinate zadanih točaka. Usklađivanje mjerila može se izvesti i s obzirom na reducirane koordinate, što u biti ne mijenja ništa na stvari. Tim putem odredi se koordinatni modul, kojim je potrebno množiti koordinate zadanih točaka radi usklađivanja mjerila. Radi primjera ovdje je iznijet modul računat iz reduciranih i nereduciranih koordinata:

Q (za nered. koordinate) 1,0000 56378   Q (za reduc. koordinate) 1,0001 55602.



pribl.m. 1:15oo
popravci koord. 1: 2

Sl. 5

Nakon uobičajenih računanja dobivamo koordinate zadanih točaka, u kojima je izbjegnuta pogreška deformacije mjerila; evidentno je, da se koordinate razlikuju sada samo obzirom na koordinatni početak, i da je praktički potpuno svejedno, kojim koordinatama vršili računsku obradu.

Izmnoživši koordinate odgovarajućim modulom imamo:

za reducirane koordinate

119	6 503 385,372	4 727 127,582
110	6 504 651,309	4 726 718,768
Δy i Δx	1 265,937	— 408,814

za nereducirane koordinate

119	6 503 385,773	4 727 600,322
110	6 504 651,710	4 727 191,508
Δy i Δx	1 265,937	— 408,814

Potrebno je odmah uočiti, da je ovim eliminirana samo relativna pogreška položaja zadanih točaka u određenom smjeru. Množeći koordinate zadanih točaka modulom, smjerni kut između njih ostao je nepromijenjen.

Kada provedemo izjednačenje i na temelju ovih koordinata množenih koordinatnim modulom (pri tom se mijenjaju samo slobodni članovi, odnosno nesuglasice u uvjetu vlaka 119 — 3 — 110) ostao je izvjestan utjecaj pogrešaka u položaju zadanih točaka, čiji je nepovoljan utjecaj na rezultate izjednačenja nemoguće izbjeći. Da je taj utjecaj značajniji od eventualno prisutnih neizbježnih pogrešaka mjerenja kutova upućuju nas komparacije dužina dobivenih iz neizjednačenih mjerenja i dužina dobivenih iz koordinata nakon izjednačenja. Izjednačenje naše mreže izvršeno je i na temelju nesuglasica iz koordinata množenih koordinatnim modulom. Pri tom je računanje izvršeno s onim težinama, koje su kod prethodnih izjednačenja dale najveće razlike položaja novoodređenih točaka, a to su težine navedene kod prijašnjeg strogog izjednačenja pod I i III.

Rezultati ovih izjednačenja navedeni su u tabeli V. Lako je uočiti da su sada rezultati izjednačenja osjetno povoljniji. Uočljivo je također da kod ovog izjednačenja izbor težina nije bitno utjecao na položaj novoodređenih točaka. Na slici 6 prikazani su rezultati izjednačenja obzirom na rezultate dobivene izjednačenjem mreže kao slobodnog sistema.

Lako se može uočiti razlika položaja trigonometra 110 prema njegovim zadanim koordinatama i koordinatama što su dobivene kad je trigonometar računat ponovno u samostalnoj mreži. Slika 6 potpuno je u skladu sa slikom 5, samo što treba držati na umu, da su ovdje sva računanja oslonjena na koordinate trigonometara množene koordinatnim modulom. Na slici 6 uočljiva je također podudarnost rezultata strogog i približnog izjednačenja. Od približnih izjednačenja iznijeti su samo rezultati približnog izjednačenja III, gdje su težine određene prema izrazima $p_y = \frac{1}{m_y^2}$; $p_x = \frac{1}{m_x^2}$.

TABLICA V

Broj pravca	I	II	dužina	I	v_d	II	v_d
1.	— 9,9	— 6,3	a.	597,379	—0,46	,376	—2,50
2.	— 1,6	1,3	b.	763,198	—0,72	,196	—3,25
3.	—11,3	— 5,0	c.	447,510	—0,34	,509	—0,79
4.	9,6	13,2	d.	474,646	—3,49	,647	—1,78
5.	— 6,7	— 3,2	e.	856,616	—1,22	,619	1,92
6.	1,0	0,3	f.	529,133	3,95	,131	2,49
7.	— 1,6	— 0,3	g.	186,930	—4,67	,930	—5,21
8.	— 5,3	— 0,7	h.	438,388	—1,70	,391	0,50
9.	1,8	0,7	i.	933,984	4,27	,985	5,43
10.	2,3	6,2	j.	465,312	—2,56	,310	—4,78
11.	3,5	9,2	k.	549,159	1,22	,162	3,78
12.	—24,4	—15,2	l.	732,222	1,75	,224	4,49
13.	4,1	0,4	m.	1125,241	—3,17	,240	—4,16
14.	— 4,0	— 1,2					
15.	— 0,1	0,8	m_o		3,36		5,11
16.	—28,3	—13,5					
17.	2,8	13,5					
18.	4,9	**0,4**					
19.	— 3,2	**—12,4**					
20.	10,2	10,2					
21.	3,4	**0,2**					
22.	11,2	4,7					
23.	1,2	— 3,1					
24.	3,7	3,1					
25.	— 6,4	— 3,1					
26.	— 2,6	— 2,6					
27.	5,4	3,7					
28.	0,9	— 1,1					
m'_o	±6",94	±10,54					

pogreške koordinata iz strogog izjednačenja I:

$m_{y1} = \pm$ 10,04 mm $\quad m_{x1} = \pm$ 6,32 mm
$m_{y3} = \pm$ 2,59 mm $\quad m_{x3} = \pm$ 3,20 mm
$m_{y6} = \pm$ 19,48 mm $\quad m_{x6} = \pm$ 11,26 mm

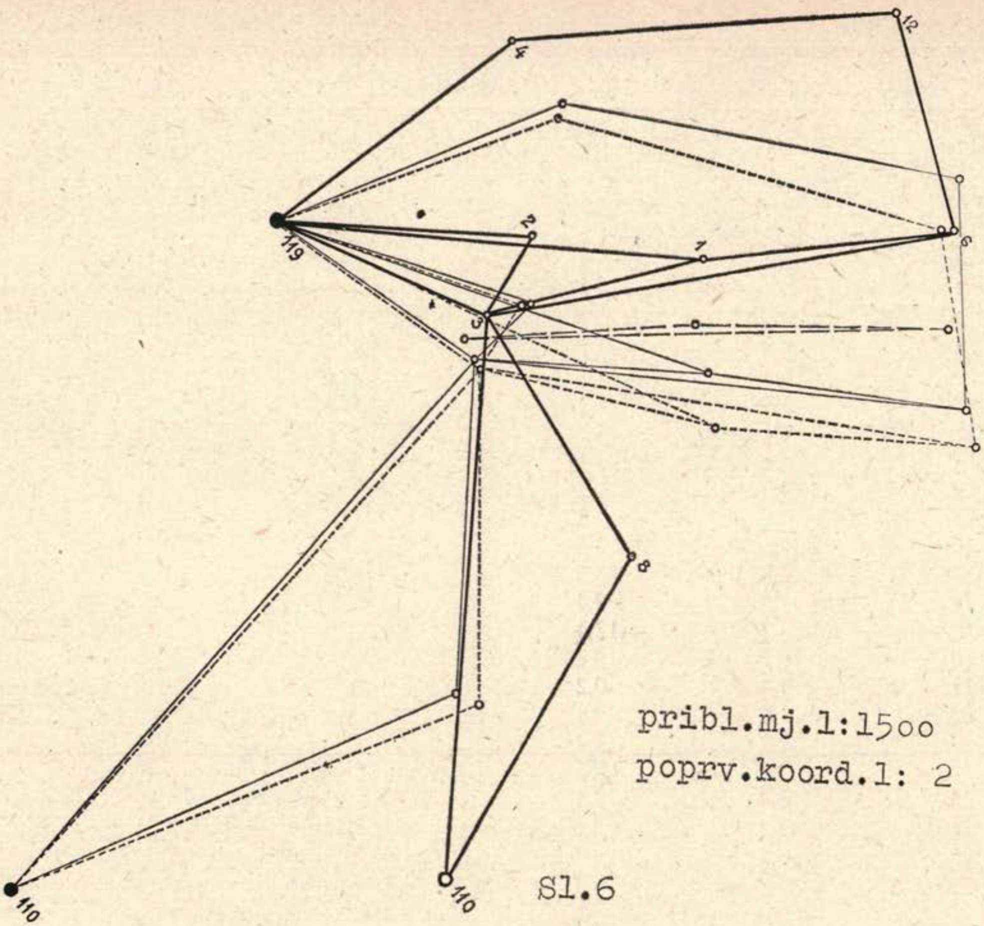
DEFINITIVNE KOORDINATE

(koordinate trigonometara množene modulom)

	I		II		slob. sistem		pribl.	III
119	3385,773	27600,322		—	,773	,322	—	—
1	3881,473	28298,944	,485	,938	,447	,959	,461	,948
2	3689,124	28033,865	,122	,864	,109	,875		
3	3742,745	27854,793	,747	,793	,737	,802	,740	,794
4	3324,484	28194,549	,485	,546	,462	,546		
6	4120,749	28708,866	,758	,863	,708	,890	,728	,874
8	4291,292	27828,883	,298	,888	,287	,942		
12	3699,306	28859,365	,313	,356	,259	,376		
110	4651,710	27191,508		—	,771	,605		

Pogreške koordinata iz približnog izjednačenja III:

$m_{y1} = \pm$ 1,78 cm $\quad m_{x1} = \pm$ 1,49 cm;
$m_{y3} = \pm$ 1,03 cm $\quad m_{x3} = \pm$ 1,21 cm
$m_{y6} = \pm$ 2,22 cm $\quad m_{x6} = \pm$ 1,73 cm



Sl.6

Ako i za ove rezultate računamo relativne odnose dužina određenih indirektno iz neizjednačenih podataka mjerenja i dužina dobivenih nakon izjednačenja (iz koordinata novoodređenih točaka) kao što je to učinjeno ranije u tablici IV, možemo primjetiti, da se bitno povećala relativna točnost dužina 119 — 6 i 110 — 6, dok je točnost dužine 8 — 6 znatno smanjena.

Ova nas računanja upozoravaju na činjenicu, da je utjecaj pogrešaka u položaju zadanih točaka na koje priključujemo naša mjerenja u praksi vrlo značajan, tim više, što su mjerenja koja vršimo točnija.

Opravdan je zaključak, da je potrebno neka ustaljena i prihvaćena načela u pogledu obrade podataka i rezultata mjerenja mijenjati, da bi se u skladu s uloženim materijalnim sredstvima dobili i kvalitetniji podaci o položaju novoodređenih točaka, što služi u svakodnevnoj praksi kao temelj svim projektiranjima i izradi kvalitetnih geodetskih podloga za raznorodnu namjenu.

Poznata je činjenica da su moderni mjerni uređaji vrlo skupi. Njihovom primjenom postižemo već izvjesne uštede kod izvođenja radova na terenu. Oni nam nadalje omogućavaju, da u izvjesnoj razumnoj mjeri pojednostavim izvođenje radova, da se lakše prilagodimo zemljišnim oblicima, te da odstu pivši od idealnih oblika mreža i pojedinih poligonih vlakova ipak ne krnjimo bitno položajnu točnost novih točaka.

Dovedemo li u vezu još i računsku obradu podataka pomoću elektronskih računala, onda je opravdano raspodjelu odstupanja u vlakovima kod kojih su mjerenja dužina vršena preciznim daljinomjerima izvesti strogo u skladu s teorijom najmanjih kvadrata. Kod izjednačenja većih mreža u potpunosti bi nas mogli zadovoljiti rezultati približnog izjednačenja koordinata u čvornim točkama.

Poskupljenja ovakve obrade podataka svakako su zanemariva obzirom na kvalitetu koja se na taj način postiže, a također i obzirom na veliku uštedu vremena od završetka terenskih radova do dobivanja konačnih rezultata.

Vratimo se još na trenutak rezultatima koje smo dobili izjednačavajući našu mrežu na temelju koordinata trigonometara množenih koordinatnim modulom. Iz slike 6 vidljivo je da smo uvijek dobili praktički iste rezultate bez obzira koje smo težine mjerenih veličina uveli u izjednačenje. Također se vidi, da smo za koordinate točaka 1, 3 i 6 dobili praktički iste rezultate iz strogog i približnog izjednačenja. Promotrivši ove rezultate obzirom na izjednačenje slobodnog sistema uočavamo bitnije razlike samo u položaju točke 8 što je nesumnjivo u uskoj uzročnoj vezi s položajem trigonometra 110. Relativni odnosi između dužina iz koordinata točaka nakon strogog izjednačenja I i dužina dobivenih iz neizjednačenih podataka mjerenja sada glase:

dužina	mjereno	strogo izj. I	rel. točnost
119 — 6	1330,060	1330,060	1 : ∞
110 — 6	1007,579	1607,575	1 : 401 897
8 — 6	896,331	896,357	1 : 34 474
119 — 110	1330,310	1330,310	1 : ∞

Iz dosadašnjih izlaganja nedvojbeno se može zaključiti, da se kvalitetni rezultati mogu postići samo onda, ako su kvalitetna mjerenja priključena na mrežu zadanih točaka čiji je međusobni položaj definiran dovoljno pouzdano. Smisao pojma »dovoljno pouzdan« određen je karakterom i svrhom svakog pojedinog zadatka.

Na specifičnim, strogo namjenskim radovima uklapanje mjerenih podataka u postojeći državni koordinatni sustav predstavljat će težak, pa često i jalov posao, bez predhodnih analiza točnosti zadane mreže. Kod radova, koji su po opsegu već i imaju dalekosežnije značenje (npr. gradske mreže), geodetska podloga se analizira i priprema izuzetno brižljivo, pa će uklapanje svih daljnjih mjerenja pridonijeti homogenosti cjelokupne mreže. Izvodeći mjerenja preciznim mjernim uređajima, dobit će se mogućnost postizanja visoke točnosti položaja novih točaka, a također i ocjene točnosti postojeće mreže geodetskih točaka.

LITERATURA:

1 — Čubranić: Teorija pogrešaka s računom izjednačenja — Zagreb 1967.
2 — Janković: Inženjerska geodezija, I dio — Zagreb 1968.
3 — Janković: Poligonometrija — Zagreb 1951.
4 — Narobe: Pouzdanost rezultata iz malog broja mjerenja (G. L. 7-9 (1964)
5 — Svečnikov: Gradske geodetske mreže (S. G. U. — Beograd, 1964.)
6 — Gleinsvik: Strenge Ausgleichung kontra Näherungsverfahren bei der Berechnung polygonaler Züge und Netze (ZFV Nr. 1, 1968.)
7 — Pravilnik II-A dio, S. G. U. — Beograd, 1956.