

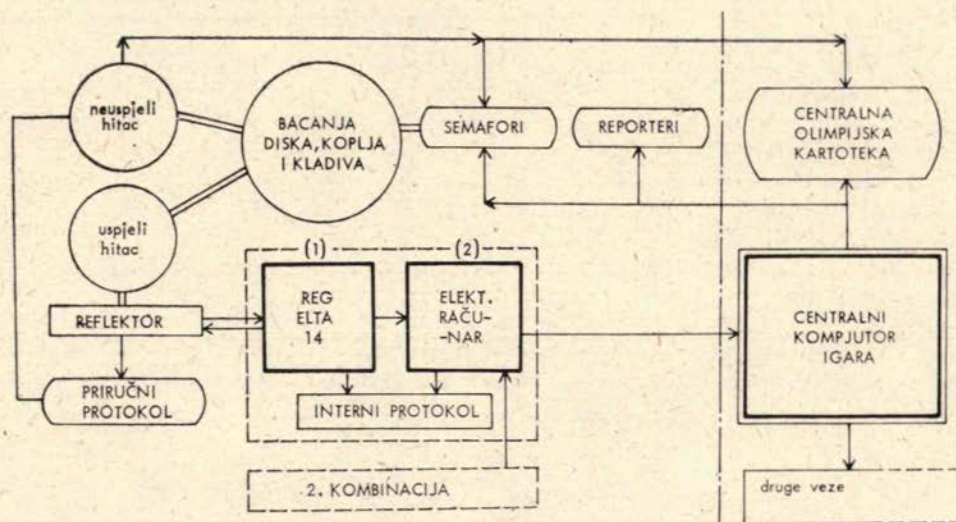
# UZ NOVI POSTUPAK MJERENJA DUŽINA U BACAČKIM DISCIPLINAMA NA 20. OLIMPIJADI

Krešimir ČOLIĆ — Zagreb

ZUSAMMENFASSUNG — Die an der Spielen der XX Olympiade angewendete geodätische Methode der indirekten elektronisch-optischen Bestimmung der Wurfweiten von Speer-, Diskus- und Hammerwerfen ist der Gegenstand der Betrachtung. Es wird die verwendete Gerätekombination sowie ihre Funktion kurz erläutert. Das Prinzip der benützten Methode wird angegeben, die zugehörigen Formeln abgeleitet und die Genauigkeit kurz untersucht.

U televizijskim prijenosima atletskih natjecanja sa Igara XX Olimpijade u Münchenu nismo mogli vidjeti uobičajenu sliku prilikom mjerenja dužina dobačaja u bacanju koplja, diska i kladiva. Za te tri bacačke discipline nije primijenjena klasična metoda mjerenja sa metalnom vrpcom, već novi elektoničko-optički postupak određivanja dužina dobačaja (hitaca) uz pomoć posebne kombinacije uređaja.

U vrijeme studijskog boravka u SR Njemačkoj autoru članka su bile dostupne samo prve kratke informacije o ovoj kombinaciji i postupku mjerenja, koji je u biti čisto geodetski. Zato se ovdje razmatra i nastoji objasniti ovaj interesantni problem i dati kratku ocjenu točnosti.



Zadaća koja je postavljena pred geodete nije nova: trebalo je odrediti indirektnim mjerenjem udaljenost između jedne čvrste točke (centar bacališta) i varijabilne točke (točka dobačaja sprave).

Adresa autora: Dr Krešimir Čolić dipl. inž. - Geodetski fakultet Zagreb, Kačićeva 26

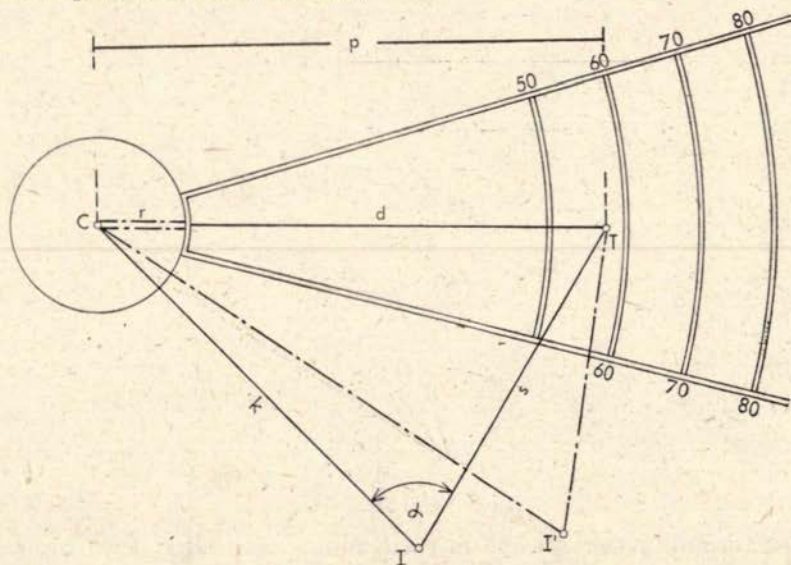


Novost je ovdje da se, pored nužnosti ekscentričnog postava geodetskog instrumenta, postavlja i zahtjev osobito brze numeričke obrade izmjerenih podataka te objave rezultata na semaforu u roku od svega nekoliko desetaka sekundi. Osim toga mora se postići takova točnost izmjerenih veličina, da pogreška izračunate dužine hitca ne prelazi  $\pm 1$  cm, jer se prema atletskim pravilima dužine hitaca u ove tri bacačke discipline zaokružuju na parni centimetar. Posebnost zadatka se potencira činjenicom da prilikom jedne ovakve masovne sportske manifestacije gotovo ne postoji mogućnost ponavljanja mjerenja, pa planirana metoda određivanja dužina hiatca mora biti sigurna a na semaforu objavljeni podaci sasvim pouzdani.

Upotrebljena kombinacija uređaja sastoji se od tahimetra Reg Elta 14, koji posjeduje automatsku elektroničku registraciju, i manjeg elektroničkog računskog stroja. Prvi instrument je ustvari kompilacija registrirajućeg elektro-optičkog daljinomjera i teodolita, dok je drugi pripojen na centralni kompjutor, a preko njega sa semaforima na stadionu, zatim olimpijskom kartotekom, novinarskim monitorima i teleprinterima.

Ovaj uređaj je konstruiran 1969., a s uspjehom iskušan 1970. godine. Praktički se s njime mogu vršiti mjerenja sa bilo koje točke na stadionu. Do početka Igara XX Olimpijade prvotna izvedba je proširena dodatkom još jedne takve kombinacije uređaja, pa se sada izvodi još i drugo, kontrolno mjerenje.

Na blok dijagramu (slika 1.) dan je shematski prikaz funkcioniranja uređaja na Münchenskom atletskom borilištu. Jedna kombinacija uređaja za mjerenje dužina u bacanjima diska, koplja i kladiva uključuje (1) i (2) sa internim protokolom te reflektor.



Primijenjena metoda elektro-optičkog mjerenja dužina u bacanjima diska, koplja i kladiva razvijena je u suradnji sa tvrtkom Karl Zeiss, Oberkochen, a predložio ju je i realizirao Dr. Theo Bosch, dipl. ing. geodezije. Ova se metoda u osnovnim crtama sastoji u slijedećem:

Tražena dužina hitca  $d$  određuje se suptrahiranjem jedne konstantne dužine  $r$  od jedne promjenjive udaljenosti  $p$  (vidi sl. 2.), koja se dobiva pomoću



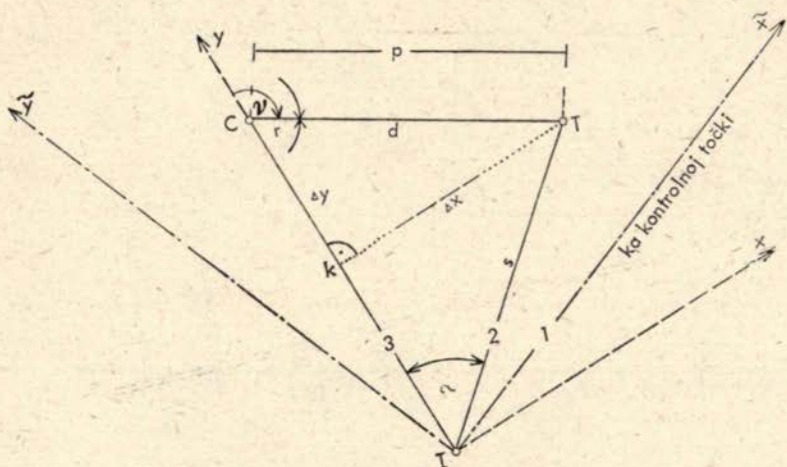
unaprijed izmjerene horizontalne udaljenosti  $k$  od stajališta instrumenta  $I$  do centra bacališta  $C$  te promjenjivog kuta  $\alpha$ , što ga ova čini sa spojnicom instrumenta  $I$  i točke dobačaja  $T$ . Dužina  $s$  mjeri se elektro-optički, a u točku dobačaja  $T$  utiskuje se rukom mali reflektor sa doznom libelom. Budući da su  $s$  i  $k$  mjerene koso (instrument stoji na stativu), to je potrebno izmjeriti još dva kuta, tj. zenitne daljine  $z_k$  i  $z_s$  pravca prema  $C$  i  $T$ , da bi se moglo izvršiti reduciranje dužina  $k$  i  $s$  u horizontalnu ravninu.

Izmjerene veličine  $k$ ,  $s$ ,  $\alpha$ ,  $z_k$  i  $z_s$  se automatski registriraju i istovremeno sprovode u memoriju pridodanog malog kompjutera, koji iz tih podataka prema već ugrađenom računskom programu izračunava dužinu  $p$  odnosno traženu dužinu hitca  $d$ .

Upotrebom drugog instrumenta  $I'$  dobije se još jedno mjerenje, iz kojeg se opet izračunava dužina  $p'$  i  $d'$ . Sve se sračunate veličine također automatski buše u traku internog protokola.

Dužine hitaca se elektronički odvođe u centralni kompjutor — koji već posjeduje startne liste, — a odatle nakon usporedbe i određivanja trenutnog ili konačnog poretka upućuju na semafore, monitore i teleprintere te registriraju u olimpijskoj centralnoj kartoteci.

Ukupno vrijeme proteklo od početka viziranja u reflektor snopom svjetlosnih zraka u točki dobačaja pa do pojave rezultata na semaforu iznosi svega 30-ak sekundi. Kod prije uobičajene metode mjerenja sa metalnom vrpcom potrebno vrijeme je dva do tri puta duže.



Slika 3

Koje su formule programirane za računanja dužine hitca  $d$  u malom kompjutoru autoru članka nije poznato, ali se principjelno mogući pristupi dadu rekonstruirati. Lako se međutim, možemo uvjeriti da se sve moguće formule u krajnjoj liniji svode na poznati kosinus-poučak.

Kod prvog pristupa se uvodi pravokutni  $x,y$ -sustav, čije ishodište valja postaviti u točku  $I$ , tj. stajalište instrumenta. Ovaj se koordinatni sustav može orijentirati proizvoljno, a izgleda uputno da se jedna njegova os (npr.  $y$ -os,



sl. 3) podudara sa stabilnom spojnicom stajališta I i centra bacališta C. Tada su za centar bacališta C, odnosno za dobačajnu točku T:

$$\begin{aligned} x_c &= 0, & y_c &= k \\ x_T &= s \cdot \sin\alpha, & y_T &= s \cdot \cos\alpha \end{aligned} \quad (1)$$

Izračuna li se kut  $v$  sa  $\operatorname{tg} v = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{s \cdot \sin\alpha}{s \cdot \cos\alpha - k}$  (2)

može se odrediti tražena dužina  $p = \frac{\Delta x}{\cos v} = \frac{\Delta y}{\sin v}$ , (3)

gdje je  $\Delta x = x_T - x_c$ ,  $\Delta y = y_T - y_c$ .

Prema sl. 2. za dužinu hitca vrijedi  $d = p - r$ , (4)

ovdje je  $r$  poznati radius bacališta. Međutim  $p$  se može odrediti iz malog pravokutnog trokuta, tj.

$$p = \sqrt{(x_T - x_c)^2 + (y_T - y_c)^2}, \quad (5)$$

pa formula za dužinu hitca prema (4) glasi:

$$d = \sqrt{(x_T - x_c)^2 + (y_T - y_c)^2} - r \quad (6)$$

odnosno  $d = \sqrt{(s \cdot \sin\alpha)^2 + (s \cdot \cos\alpha - k)^2} - r$  (6a)

Budući da su bacališta za koplje, disk i kladio na različitim mjestima stadiona i njihovi se centri ne podudaraju, pogodnije je jednu os koordinatnog sustava postaviti u smjer prema odabranoj kontrolnoj točki, u koju se u toku takmičenja ionako mora vizirati radi kontrole orijentacije odnosno stabilnosti instrumenta na stativu. Spomenimo ovdje da mjerni instrument automatski registrira očitavanja za pojedine pravce a ne i kutove. Prema sl. 3 slijedi za dobačajnu točku T i centar bacališta C:

$$\begin{aligned} \overline{x_T} &= s \cdot \cos(2-1), & \overline{y_T} &= s \cdot \sin(2-1) \\ \overline{x_c} &= k \cdot \cos(3-1), & \overline{y_c} &= k \cdot \sin(3-1) \end{aligned} \quad (7)$$

Prema (6) dobije se sada za dužinu hitca izraz:

$$d = \sqrt{\{s \cdot \cos(2-1) - k \cdot \cos(3-1)\}^2 + \{s \cdot \sin(2-1) - k \cdot \sin(3-1)\}^2} - r \quad (8)$$

Traženu dužinu hitca može se međutim jednostavno odrediti po kosinus — poučku:  $d = \sqrt{k^2 + s^2 - 2k \cdot s \cdot \cos\alpha} - r$  (9)

Ekvivalentnost izraza (6a), (8) i (9), koji su mogli biti uprogramirani u pridodani mali elektronički računar za izračunavanje tražene dužine hitca, je evidentna.

U ovim formulama su  $k$  i  $s$  horizontalne dužine, pa valja koso izmjerene  $k'$  i  $s'$  reducirati prema poznatim formulama:  $k = k' \cdot \sin z$

$$s = s' \cdot \sin z \quad (10)$$

Prema atletskim pravilima dimenzije bacališta za pojedine sprave su različite, pa konstanta  $r$  nije za sva bacanja ista, već  $r_{disk} = 1,250$  m,  $r_{kladio} = 1,0675$  m,  $r_{koplje} = 4,000$  m. Promotrimo sada s kakvom se točnošću može očekivati da je određena tražena dužina hitca  $d$ . Najprije treba determinirati srednje kvadratne pogreške stranica  $k$  i  $s$  izračunatih iz koso izmjerenih  $k'$  i  $s'$  prema (10). Na temelju zakona prirasta pogrešaka dobije se:

$$\begin{aligned} m_k &= \pm \sqrt{\sin^2 z_k \cdot m_{k'}^2 + k'^2 \cdot \cos^2 z_k \cdot m_z^2} \\ m_s &= \pm \sqrt{\sin^2 z_s \cdot m_{s'}^2 + s'^2 \cdot \cos^2 z_s \cdot m_z^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Pretpostavimo da je  $m_k = m_s = \pm 1$  cm, što će biti sasvim blizu istine, jer



u ovakvih daljinomjera pogreška je upravo tog reda veličine i neovisna od dužine mjernih stranica. Nadalje uzmimo da se prizma — reflektor pomoću dozne libele utiskuje zaista vertikalno i da je stalno jednako visoko iznad horizontalnog terena stadiona. Tada će uvijek biti izmjerene istinite kose dužine i zenitne daljine. Činjenica je da se zenitne daljine ne će izmjeriti sa pogreškom većom od  $10'' - 15''^*$ , pa se može zanemariti utjecaj ove pogreške na vrijednosti za  $k$  i  $s$ , koje nisu puno duže od 100 m. Prema tome egzistira:

$$m_k, = m_s, = m_k = m_s = \pm 10 \text{ mm}$$

Prema teoriji pogrešaka za srednju pogrešku  $m_d$  dužine hitca  $d$  prema formuli (11) vrijedi izraz:

$$m_d = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta d}{\delta k}\right)^2 m_k^2 + \left(\frac{\delta d}{\delta s}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\delta d}{\delta \alpha}\right)^2 m_\alpha^2} \quad (12)$$

odnosno nakon uvrštenja vrijednosti za parcijalne derivacije:

$$m_d = \pm \frac{1}{d} \sqrt{(s - k \cdot \cos \alpha)^2 \cdot m_k^2 + (k - s \cdot \cos \alpha)^2 \cdot m_s^2 + (ks - \sin \alpha)^2 \cdot m_\alpha^2} \quad (12a)$$

Točnost dužine  $d$  uvejtovana je ponajviše točnošću određivanja kuta  $\alpha$ . Međutim njegova izmjerena veličina i točnost će manje ovisiti o mjernom instrumentu, a više o preciznosti signalizacije, tj. od određivanja točke dobačaja  $T$  kao i od postavljanja i veličine reflektora. Postavimo zato da se horizontalni kut  $\alpha$  može u jednom položaju durbina tako izmjeriti da pogreška  $m_\alpha$  ne prelazi  $\pm 10''$ , iako će se on dati vjerojatno i točnije determinirati.

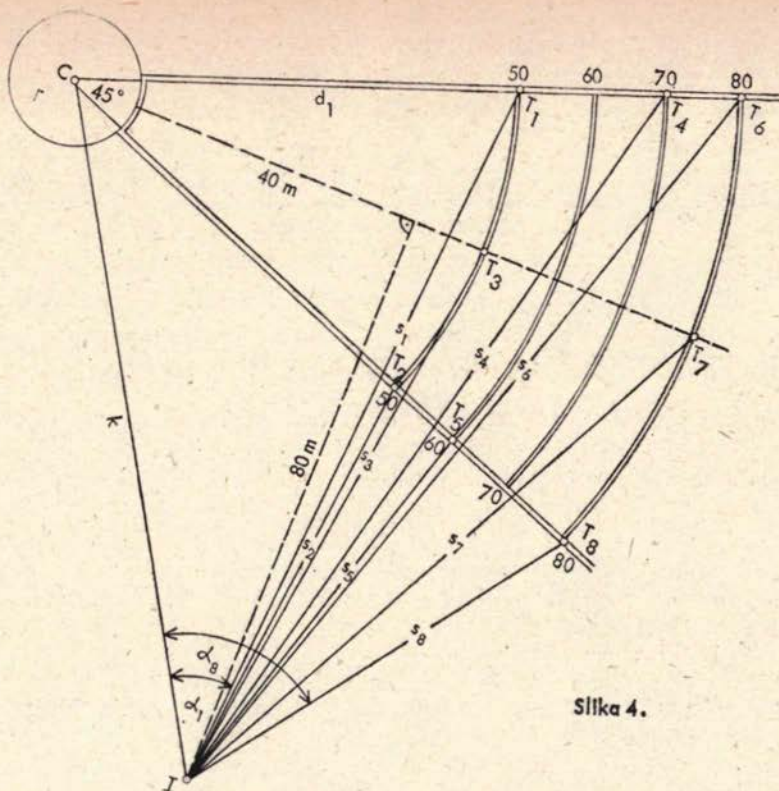
Za ocjenu točnosti određivanja dužine hitca  $d$  uzmimo primjer bacanja kladiva za muškarce. (U Münchenu su se dužine hitaca kretale između 55 m i 75,50 m.) Na sl. 4. prikazan je odabrani položaj instrumenta  $I$  u odnosu na  $C$  i simetralu sektora za bacanje, te izabrane (karakteristične) dobačajne točke  $T_i$ . Za ove su izračunati pripadni  $s$ ,  $d$  i  $\alpha$ , a zatim su po formuli (12a) dobijene u tabeli prikazane vrijednosti srednjih kvadratnih pogrešaka  $m_d$ .

Tabela 1. Srednje pogreške dužina u bacanju diska.

Točka dobačaja $T_i$	Dužina hitca $d_i$ [m]	Srednja pogreška $m_{di}$ [mm]
$T_1$	50,00	8,9
$T_2$	50,00	7,7
$T_3$	50,00	9,2
$T_4$	70,00	8,4
$T_5$	60,00	8,4
$T_6$	80,00	8,7
$T_7$	80,00	8,4
$T_8$	80,00	8,3

\* Iako u novije vrijeme instrumenti sa centezimalnom podjelom ( $1^\circ = 100'$ ,  $1' = 100''$ ) potiskuju one sa seksagezimalnom, ova druga je ipak ovdje radi jednostavnosti zadržana. Kao što znamo  $1' = 1^\circ 85,19''$





Slika 4.

Točnost mjerenja pojedine dužine hitca  $d$  može se dakle prema teoriji pogrešaka ocijeniti na oko  $\pm 8$  mm. Kod primjene proširene kombinacije uređaja sa dva instrumenta i dva mala kompjutora (što je u Münchenu bio slučaj) konačna dužina hitca se određuje kao sredina iz dviju vrijednosti  $d$  i  $d'$ , pa se njena srednja kvadratna pogreška — uz  $m_d = m_{d'}$ , — smanjuje sa  $\sqrt{2}$  i iznosi svega cca  $\pm 0,5$  cm.

Prednosti ovog novog geodetskog postupka određivanja dužina hitaca u bacanjima diska, koplja i kladiva u odnosu na dosada uobičajeni način mjerenja sa metalnom vrpcom su očite. Novi postupak je:

- 1 — točniji i objektivniji, budući je upliv čovjekovih pogrešaka osjetno smanjen, a utjecaj promjene temperature ovdje sasvim beznačajan. Osim toga postoje i kontrolna mjerenja,
- 2 — brži i udobniji, jer nema više onog stalnog premještanja i nezgodnog očitavanja vrpce, već se sva čitanja automatski registriraju,
- 3 — ovom novom metodom se ujedno smanjuje broj sudaca i osoblja, eliminiira mogućnost eventualnih prigovora, te
- 4 — postiže bolja preglednost natjecateljskih rezultata i informiranost gledališta i reportera.

Prateći Igre XX Olimpijade mogli smo se uvjeriti da je ova kombinacija uređaja zadovoljila svim zahtjevima u vezi točnosti, jednostavnosti i brzine mjerenja, elektroničke obrade mjernih veličina i objavljivanja rezultata. Sigurno će ova kombinacija uređaja i njoj slične uskoro naći svoju širu upotrebu u inženjerskoj geodeziji.

Zaista ne malo područje primjene geodetskih metoda proširilo se eto s uspjehom i na sportska borilišta.