

## KONTROLNO RAČUNANJE KOORDINATNIH RAZLIKA U POLIGONSKIM VLACIMA

*Nikola NEIDHARDT — Zagreb*

U geodetskom radu takoreći svaki korak, svaka stepenica rada, moraju po mogućnosti biti kontrolirani. U poligonskim vlačima dužine se mjere redovno po dva puta, kutevi po 4 puta (oba položaja durbina i oba noniusa). Tim načinom se osiguravamo od omaški (grubih pogrešaka) a upliv raznih sistematskih griješaka se znatnim dijelom eliminira odnosno smanjuje. Naravno i upliv tzv. slučajnih ili neizbježivih pogrešaka se smanjuje.

Kod računanja poligona glavne kontrole su u zbrojevima poligonskih kuteva i zbrojevima koordinatnih razlika. Vlak je u pravilu na početku i kraju vezan na poznate točke kako po smjeru tako i po koordinatama.

Kontrole zbroja kuteva i zbroja koordinatnih razlika nisu samo kontrole računanja već i mjerenja kuteva i dužina te kontrola ispravnosti priključnih točaka. Za takovu vrst kontrola uvedimo izraz *skrozirajuće* (durchgreifend), jer kontroliraju *skroz*. Ali pitajmo se da li one zaista isključuju svaku mogućnost da se provuče gruba pogreška (omaška). Ako se npr. pogriješi kod računanja kojeg smjernjaka za  $180^\circ$ , takovu grubu pogrešku zbroj kuteva ne otkriva a pogreška je kod početnika lako moguća. Vještijem kalkulatoru ne će to predstavljati nikakav problem, jer mu sâm pogled u skicu poligonske mreže otkriva ovakovu vrlo grubu pogrešku. Ipak možemo reći da zbroj polig. kuteva sâm za sebe nije posve skrozirajuća kontrola ni za kuteve.

Zbroj izračunatih koordinatnih razlika kompariran s razlikama koordinata završne i početne točke daje skrozirajuću kontrolu mjerenja i računanja. Ta je kontrola takova da kontrolira i mjerenje kuteva i dužina a i izračunavanje vlaka. Ona zatajava jedino ako su u računanju koordinatnih razlika učinjene u istom stupcu dvije pogreške iste veličine a obrnuto g predznaka tako da se u zbroju kompenziraju. Interesantno bi bilo istražiti vjerojatnost takvog slučaja. Meni se čini da je ta vjerojatnost vrlo mala, čak tako mala, da kontrolu zbroja koordinatnih razlika možemo smatrati skrozirajućom.

Po Pravilniku za državni premjer (II i III, Beograd 1958, str. 222) treba kontrolirati i pojedine koordinatne razlike u vlaku. To je lokalna kontrola, kontrolira izračunate provizorne koordinatne razlike  $\Delta y'$  i  $\Delta x'$ , dakle samo pojedinu stepenicu računanja. Ta se kontrola može vršiti na više načina. Glavni načini su slijedeći:

A) putem poligonometričkih tablica, koje daju umnoške  $\sin$  i  $\cos$  sa 10, 20 . . . . . 90;

B)  $s (|\sin v| + |\cos v|) = |\Delta y'| + |\Delta x'|$

C)  $s (\sin v + \cos v) = \Delta y' + \Delta x'$

D)  $s \sqrt{2} \sin (v+45^\circ) = \Delta y' + \Delta x'$

E)  $s \sqrt{2} |\sin (v+45)| = |\Delta y'| + |\Delta x'|$

F)  $s \sqrt{2} \cos (v + 45) = \Delta x' - \Delta y'$

G)  $s (\cos v - \sin v) = \Delta x' - \Delta y'$

$$s \frac{(\sin v - \cos v)}{\sqrt{2}} = \frac{\Delta y' - \Delta x'}{\sqrt{2}}$$

H)  $s \frac{2}{\sqrt{2}} \sin (v+45) - s \frac{2}{\sqrt{2}} \cos (v+45) = A - B = \Delta y'$

$$s \frac{2}{2} \sin (v+45) + s \frac{2}{2} \cos (v+45) = A + B = \Delta x'$$

I) log. računalom:  $s \sin v = \Delta y'$   
 $s \cos v = \Delta x'$

J) kombinacijom B sa D . Itd.

Kod nas se najviše upotrebljavaju načini A, B, D i E (vidi citirani Pravilnik). U Čehoslovačkoj i Austriji upotrebljava se način H (vidi [2]). U ruskim tablicama [4] našao sam način [G].

Ako se u svijetu upotrebljavaju razni načini, dobro je malko ispitati koje su prednosti i koji nedostaci tih načina. To, naravno, ne isključuje mogućnost pronalaska eventualno još boljih načina naročito npr. za elektronsko računanje kao računanje budućnosti.

#### A

Slaba strana te metode je u tome što traži više vremena [2] [3]. Ako je npr. dužina poligonske stranice recimo  $245,86 = 200+40+5+0,86$ , vadi se iz tablica [5]  $20 \sin v$  i dobiveni iznos upiše množen sa 10, zatim se vadi  $40 \sin v$ , pa  $50 \sin v$  dijeljen sa 10, pa  $0,86 \sin v$  i dobiveni iznosi zbroje. Analogno za  $\Delta x$ . Dakle u svemu 8 podataka i dva zbrajanja. Prema tome postupak je razmjerno dugačak. Osim toga i lako dođe do zabune odnosno nedovoljne pažnje kod množenja ili dijeljenja sa 10 odnosno pomicanja decimalnog zareza. Metoda je nastala, kada su se koordinatne razlike računale logaritamski. Logaritmi su izumljeni da kompliciranije računске operacije svedu na jednostavnije, množenje na zbrajanje, dijeljenje na odbijanje itd. Bili su genijalan izum za ono vrijeme, kad još strojeva za računanje nije bilo u široj primjeni. Sa stanovišta modernog računanja (bar što se polig. vlakova tiče) logaritmi predstavljaju produženje, zapravo obilaženje, vade se iz tablica, s njima računa a rezultat antilogaritmiraju. Sdruge strane opet log. tablice su zapravo najjeftiniji stroj za računanje. U izvjesnim prilikama to može biti znatna prednost.

Metoda dakle dolazi u obzir onda, kad se nema pri ruci stroj za računa-  
< > B

Tablice prirodnih vrijednosti goniometrijskih funkcija obično nemaju rub-  
riku  $\sin v + \cos v$ .

Prof Ing. F. R u d l izdao je (Ljubljana 1952) takove posebne tablice [2]  
od minute do minute seksagezimalne ( $360^\circ$ ) i centezimalne ( $400^\circ$ ) podjele.

Ing. N. K a p e t a n o v i ć (Sarajevo) publicirao je [3] tablice umnožaka  
 $s (\sin v_0 + \cos v_0)$  za kontrolno računanje:

$|\Delta y| + |\Delta x| = s |(\sin v_0 + \cos v_0)| + sr$  gdje je  $s$  poligonska stranica a  
 $v_0$  približan smjernjak:

$$v = v_0 + r$$

Vrijednosti  $s (\sin v_0 + \cos v_0)$  su tabelirane,  $sr$  je popravka, koja se izračuna  
grafičko-mehanički. Uz svaku tablicu konstruirane su naime grafičke skale na  
principu logaritamskog računala i putem posebnog okvira iz plastike s odgo-  
varajućim skalama množi se  $sr$ . Autor izričito navodi, da je taj način kon-  
struirao kao kontrolu za slučaj, kada se izvorne koordinatne razlike računaju  
s logaritima. Dakle, kada se ne raspolaže strojevima za računanje. Za  
strojno računanje način predstavlja izvjesno produženje posla.

Kod rada sa strojem direktno se množi  $s \sin v$  i  $s \cos v$  pa za kontrolu  
 $s (\sin v + \cos v)$  gdje su  $(\sin v + \cos v)$  tabelirani po mogućnosti u istim tablicama  
kao i  $\sin v$  i  $\cos v$ . Npr. tablice [6] imaju posebne rubrike za  $(\sin v + \cos v)$ .

Pitajmo se kakove se eventualno grube pogreške mogu sakriti kod načina  
kontrolnog računanja s apsolutnim vrijednostima?

U prvome redu način B ne kontrolira predznake. Dakle, ako je  
pogrješan predznak  $\Delta y'$  ili  $\Delta x'$ , takova omaška se ne otkriva. Drugo, ako je  
 $\sin$  uzet krivo pod  $\cos$  i obratno, opet metoda niti to ne otkriva odnosno  
ne kontrolira. A zamjene funkcija  $\sin$  i  $\cos$  su dosta česte kada računaju  
početnici (npr. studenti na vježbama) naročito kada je smjernjak u drugom i  
četvrtom kvadrantu.

### C

Kod toga načina mora se paziti na predznake koordinatnih razlika, nji-  
hoveg zbroja i predznake od  $\sin v$  i  $\cos v$ . Zbrojevi su algebarski. Način kao da  
je repeticija izvornog računanja koordinatnih razlika  $\Delta y'$  i  $\Delta x'$ .

### D

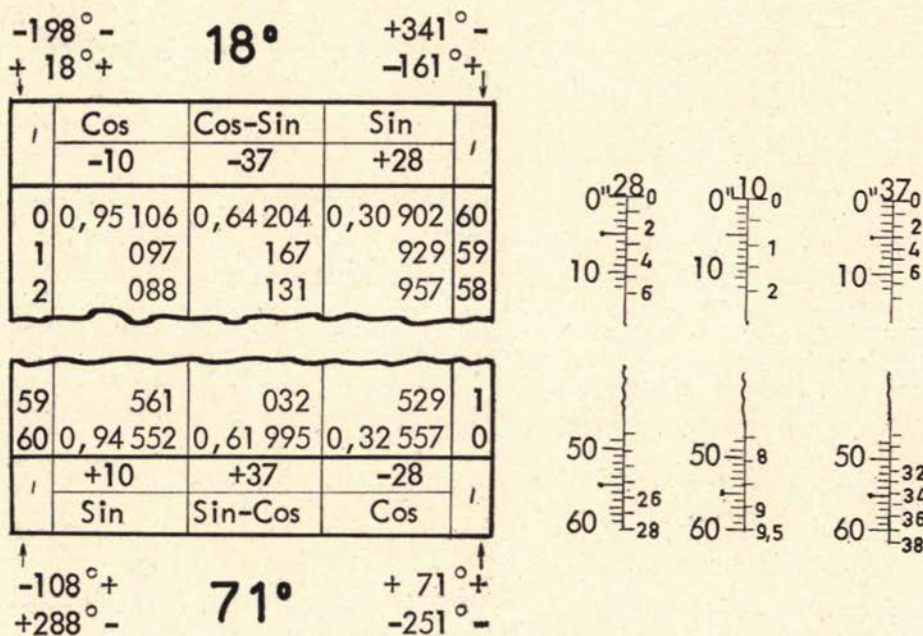
Tabelarni iznosi  $\sqrt{2} \sin (v+45^\circ)$  omogućili bi kontrolu zbroja  $\Delta y' + \Delta x'$  i  
po predznaku i po veličini samo naravno na predznake treba točno paziti.  
Ne bi se zbrajalo apsolutne vrijednosti  $\Delta y'$  i  $\Delta x'$  već algebarski, uzimajući u  
obzir njihove predznake. Isto tako pazeći na predznak iznosa  $\sqrt{2} \sin (v+45)$   
tj. ako je  $+45$  u prvom i drugom kvadrantu predznak je plus a u trećem i  
četvrtom minus.

Slaba strana postupka D je u tome, što iziskuje veću pažnju, dakle i nešto  
više vremena.

### E i F

Postupci su analogni postupcima B i C

Larčenkove tablice [4] građene su tako, da su posebno za  $\sin$  i  $\cos$  i posebno za  $tg$  i  $ctg$ . U prvima između stupaca  $\sin$  i  $\cos$  je stupac  $\cos - \sin$ , protusmjerno  $\sin - \cos$  (slika 1).



Slika 1.

Tablice su od minute do minute. Prosječne razlike u pojedinom stupcu označene su u glavama a razlike za sekunde se čitaju na nomogramima uz svaku tablicu. Dakle, npr. uz tablicu za  $18^\circ$  su nomogrami za 10, 28 i 37. Na vrhu i dnu tablice označeni su stupnjevi i ostalih kvadranta, predznaci koordinatnih razlika  $\Delta x$  i  $\Delta y$  te strijelice za traženje minuta.

Treba npr. izračunati koord. razlike za  $v = 161^\circ 01' 30''$  i dužinu  $s = 222,22$ . U mašinu (arifmometar) stavi se  $s$  i jednim + okretajem prebaci u rezultatno brojilo i kontrolira. Zatim se izmnoži  $s$  sa  $\cos v$  i ispiše  $\Delta x$ . Poluga-okretaljka se zatim obrće i kolica stroja premještaju dok se  $\cos v$  u okretajnom brojilu ne pretvori u  $\sin v$ . Ispiše se  $\Delta y = s \sin v$ . Ne briše se nego okretanjem i pomicanjem pretvori  $\sin v$  u  $(\cos - \sin)$ . Već izračunata a po apsolutnoj vrijednosti manja koord. razlika se dodaje. Mora se, za kontrolu, dobiti po apsolutnoj vrijednosti veća a već izračunana koordinatna razlika.

Larčenkove tablice su pregledne, ekonomične, postupak je praktičan. Kontrolira se automatski ili sa  $(\cos - \sin)$  ili  $(\sin - \cos)$  već prema tome koja je veličina veća od nule.

## H

To je najdulji način. Svakako traži više vremena. Za preporučiti je naročito početnicima (đaci, studenti). Kontrolira koordinatne razlike pojedinačno po veličini i po predznaku. Dolazi u obzir, kada početnici izrađuju prve zadatke koordinatnog računa. A ima i računanja, kod kojih nije bitno, da li računanje za nešto vremena i dulje traje npr. kod elektronskog računanja, koje kompjutori obavljaju fantastičnom brzinom odnosno takovom brzinom, da i mala produženja ne igraju gotovo nikakvu ulogu.

## I

Kontrolno računanje koordinatnih razlika moglo bi se vršiti i logaritamskim računalom naročito kod običnih tahimetrijskih ili busolnih vlakova, kod kojih se dužine mjere običnim daljnomjerima sa 3 niti (konca). Pokuse s log. računalom 21 Z dugačkim 25 cm i računalom Faber od 50 cm vidi [7].

## J

Pokušajmo postupak B malo nadopuniti. Računajmo strojem  $s(\sin v + \cos v)$  ali uočimo i koliki bi bio  $v+45^\circ$ . Ako je manji od  $180^\circ$ ,  $\sin(v+45)$  je pozitivan, dakle i zbroj  $\Delta y' + \Delta x'$  pozitivan. A kod  $v+45 > 180^\circ$  zbroj  $\Delta y' + \Delta x'$  mora biti negativan. Time se dobiva predznak algebarskog zbroja  $\Delta y + \Delta x'$ . Taj predznak mora odgovarati predznaku koji ima veća koordinatna razlika.

Ako se pogrešno zamijeni  $\sin$  i  $\cos$  međusobno, to se djelomično može otkriti tim načinom, ali samo u slučaju ako  $\Delta y'$  i  $\Delta x'$  imaju razne predznake.

## K

Korisno bi možda bilo istražiti konkretnu potrošnju vremena pojedinih načina. Statistički analizirati što veći broj računanja.

Osim toga gore nije ni spomenuto računanje sa dvostrukom mašinom za računanje.

Statističke analize bi pokazale stupnjeve korisnosti pojedinih načina kontrolnih računanja koordinatnih razlika. A možda bi čak pokazale, da je kontrolno računanje koordinatnih razlika ekonomično samo, ako skrozirajuća kontrola zbroja koordinatnih razlika nije zadovoljena.

## KONTROLLBERECHNUNG DER KOORDINATENUNTERSCHIEDE IN POLYGONZÜGEN

Den Vorschriften gemäss Koordinatenunterschiede müssen kontrolliert werden. Verschiedene Arten solcher Kontrollberechnungen ( $A$ ,  $B$ , ...) und eine Kombination ( $J$ ) von  $B$  mit  $E$  werden erörtert.

## LITERATURA

[1] Pravilnik za državni premjer II i III deo. Izdanje Savezne geodetske uprave, Beograd 1952.

[2] Ing Franjo Rudl: Tabele za kontrolno računanje koordinatnih razlika računskim strojem. Izdanje Tehniške visoke škole Fakulteta za gradbeništvo in geodeziju, Ljubljana 1952.

[3] Ing Nihad Kapetanović: Pribor i uputstvo za numeričko-grafičku metodu kontrolnog računanja sume koordinatnih razlika. Izdao Univerzitet u Sarajevu, Sar. 1964.

[4] E.G. Larčenko: Pjatznačnije tablici dlja rešenija geodezičeskikh zadač. Izdatelstvo Nedra, Moskva 1969. (treće izdanje).

[5] Poligonometrijske tablice i tablice prirodnih vrijednosti gonimetrijskih funkcija po F. G. Gaussu. Naklada Geodetskog Lista, Zagreb 1950.

[6] Dr Ing B. Borčić i drugovi: Trigonometrijske i poligonometrijske tablice. Geodetski fakultet u Zagrbu, Zagreb 1971.

[7] Dr N. Neidhardt: Računanje koordinatnih razlika u polig. vlačima kao i nekih drugih izraza log. računalom, šumarski List, Zagreb 1941.