



## Dragutin Svrtan, zaslužni hrvatski matematičar

Željko Hanjš



Dragutin Svrtan

Početak pedesetih godina prošlog stoljeća jedan dječčić je trčkarao po brežuljcima Hrvatskog zagorja, u Kraljevcu gornjem (općina Hrašćina). Završio je osnovnu školu u Budinščini, zatim gimnaziju u Zaboku da bi 1968. godine, kao maturant, bio član državne ekipe na 10. Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi u Moskvi. Za sljedeće tri godine je završio studij Teorijske matematike u Zagrebu na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu (PMF), s temom *Osnovi Morseove teorije*, kod akademika Sibe Mardešića. Magistrirao je s temom *Kirurgija diferencijabilnih mnogostrukosti* kod akademika Sibe Mardešića 1979. godine. Doktorsku disertaciju *Prilozi teoriji simetričnih funkcija s primjenama na Chernov karakter* obranio je 1982. godine kod prof. Ivana Ivanšića i akademika Sibe Mardešića.

Odmah nakon diplomiranja, 1971. se zaposlio na Matematičkom odjelu PMF-a Sveučilišta u Zagrebu. U zvanje docenta izabran je 1985., izvanredni profesor postaje 1990., redoviti profesor 1997. godine, a 2003. redoviti profesor u trajnom zvanju. Umirovljen je 2017. godine i iste mu je godine dodijeljena spomen medalja u znak zahvalnosti i priznanja za doprinos razvitku i napretku Sveučilišta u Zagrebu.

Akademsku godinu 1982/83. provodi kao Fulbrightov stipendist na University of California, Berkeley, USA, proučavajući teoriju simetričnih funkcija i reprezentacije simetričnih grupa i njihove primjene u algebarskoj topologiji. Posljednjih nekoliko godina intenzivno se bavi geometrijom skupova točaka u euklidskim i neeuklidskim prostorima, te simboličkim računanjima.

Između ostalog, na dodiplomskom i diplomskom studiju predavao je Kombinatornu i diskretnu matematiku, Diferencijalnu geometriju, Kombinatoriku, Linearnu algebru, Topologiju, Konkretnu matematiku i Kombinatorne metode u vjerojatnosti i statistici. Na poslijediplomskom i doktorskom studiju održao je 23 kolegija. Bio je mentor 136 diplomskih, 17 magistarskih i 8 doktorskih radova. Koautor je s Borisom Pavkovićem i Darkom Veljanom opsežne Zbirke zadataka iz matematike za treći razred usmjerenog obrazovanja.

Osnovao je dva poslijediplomska seminara, *Seminar za kombinatornu i diskretnu matematiku* (1985.) i *Seminar za diferencijalnu geometriju* (1989.). Bio je voditelj projekta Diskretna matematika i primjene. Jedan je od osnivača (1986.) International Course and Conference MATH/CHEM/COMP, Inter University Center, Dubrovnik, na kojima je održao 21 predavanje, od kojih je jedna konferencija bila posvećena njegovoj 60-godišnjici. Od 2016. do sada su održane četiri konferencije Croatian Combinatorial Days na kojima je imao pozvana predavanja i od kojih je jedna bila posvećena njegovoj 70-godišnjici. Član je Hrvatskog matematičkog društva. Sa suprugom Sanjom (matematičarkom) ima dva sina, Mira i Damira.

Na poziv da napravimo intervju za Matematičko-fizički list, a kojeg je kao srednjoškolac redovito pratio i slao rješenja u redakciju, vrlo se rado odazvao.



Slika 1. Obiteljska slika (supruga Sanja i sinovi Miro i Damir).

**Vjerojatno se još uvijek živo sjećate vaših mladenačkih dana iz Hrvatskog zagorja. Kako je teklo Vaše osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje? Kada ste se odlučili posvetiti matematici?**

Hvala na pozivu za razgovor. Nadam se da ću moći prenijeti barem dio entuzijazma za matematiku kojeg je u meni inicirao Matematičko-fizički list. Još se sjećam prvog dana osnovne škole kada je u razred sa 63 učenika učiteljica unijela na rukama jednog učenika koji se ispod grede ograde u dvorištu škole čvrsto držao i opirao ući u razred. (Za razliku od njega ja sam plakao želeći krenuti godinu dana ranije u školu zajedno s mojom, godinu dana starijom, sestrom Vesnom.) Ta učiteljica, gđa Štefanija Dolenc, je u višim razredima izvanredno predavala matematiku, bila je stroga i pravedna, a učenici su je prvo “kudili”, a kasnije hvalili. (Sestra i ja smo bili prvi odličaši iz matematike u našoj školi.) Ona je čak uvela poeziju u nastavu matematike. Još se živo sjećam ovih strofa:

*Točku samo zamišljamo,  
dimenzija ona nema,  
svaki oblik mi joj damo,  
mjeriti je ne trebamo;*

*Crta ravna ili kriva,  
dimenziju jednu ima,  
duljina se mjeri samo,  
to svi dobro znamo;*

*Ploha ravna ili kriva,  
dimenzije dvije ima,  
uz duljinu  
mjerimo joj i širinu;*

*Tijelo oblo il' uglato,  
dimezije tri ima,  
uz duljinu i širinu  
mjerimo mu i visinu.*



Slika 2. Dragec sa svojom profesoricom iz matematike Večernji list (11. lipnja 1968.).

Inače u razredu smo svi naglas izgovarali formule iz planimetrije i stereometrije tako da nije nitko kasnije brkao, npr. kvadrat i kocku. Pred kraj osnovne škole dobio sam knjigu Fadil Hadžić (ur.): “Put oko svijeta” od Gradskog zavoda za zapošljavanje radnika

Zagreb, kao nagradu za pismeni rad na temu “Moje buduće zanimanje”. Srednjoškolsko obrazovanje od 1964. do 1968. sam stekao u Gimnaziji Antuna Gustava Matoša u Zaboku i to kao druga generacija. Škola nas je vrlo dobro pripremala za sve fakultete. Imali smo redom izvrsne profesore. Razrednica, profesorica Marija Jelenčić mi je predavala hrvatski i početni ruski (kojeg sam brzo počeo koristiti za matematiku), profesor Ante Malatestinić, napredni njemački i latinski (morali smo znati sve ‘dicta et sententiae’ napamet, pa ih se gotovo svih i dandanas sjećam) i izvrsna profesorica Julijana Jakovac koja me vodila na neka natjecanja iz matematike (tri republička, jedno savezno i plasman na 10. Međunarodnu matematičku olimpijadu u Moskvi 1968. godine). Kao najbolji učenik u 1965. godini dobio sam dvotjedno nagradno ljetovanje u Boriku – moj prvi boravak na moru.

**Diplomirali ste za svega tri godine studija. Zasigurno ste imali vrsne profesore koji su vas stručno usmjeravali.**

Upisao sam studij matematike na PMF-u 1968. godine. Istodobno sam dobio ponudu od dr. Konstantina Momirovića da budem laborant (četverosatno radno vrijeme vezano uz obradu psiholoških testova pomoću numeričke linearne algebre u Elektroničkom numeričkom centru na Institutu Ruđera Boškovića u Zagrebu) na Institutu za kineziologiju na Visokoj školi za fizičku kulturu u Zagrebu. To mi je bila dobra financijska potpora za studij. Nakon godinu i pol dobio sam stipendiju tadašnjeg Instituta za matematiku (lociranog na tadašnjem Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu) i prekinuo laborantski status. To mi je omogućilo da se više posvetim studiju, pa sam upisavši paralelno treću i četvrtu godinu uspio diplomirati (s temom *Osnovi Morseove teorije*) u dobi od 21 godine, već početkom studenog 1971., nakon svega tri godine studija. Kao najbolji student prve godine na PMF-u u Zagrebu školske godine 1968/69. dobio sam novčanu nagradu ELEKTRONSKE INDUSTRIJE NIŠ u iznosu od 1000 dinara. Par dana nakon diplomiranja zaposlen sam i proveo čitav radni vijek do umirovljenja 2017. godine na Matematičkom odjelu PMF-a u Zagrebu.

**Kako je tekao Vaš poslijediplomski studij u Zagrebu?**

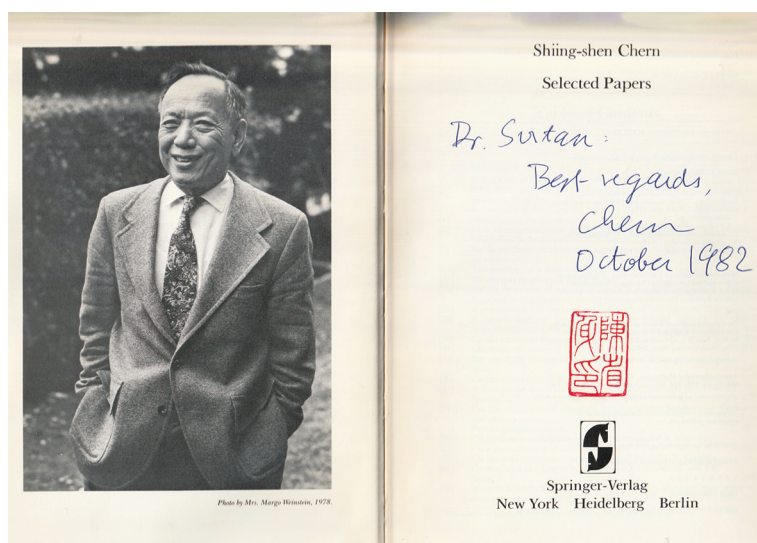
Na poslijediplomskom studiju od 1972. do 1974. položio sam tri napredna kolegija i to: kolegij *Lie Algebras* gostujućeg profesora Thomasa Brahane, kolegij *Diferencijalna geometrija na raslojenim mnogostrukostima* profesora Rajka Drašićića (koji je preminuo 1972., pa je ispit održao profesor Krešo Horvatić) te kolegij *Teorija retrakata i teorija oblika* profesora Sibe Mardešića.

Uz to odslušao sam i mnoge druge kolegije vezane, na ovaj ili onaj način, uz buran razvoj algebarske i diferencijalne topologije. U magistarskom radu *Kirurgija diferencijabilnih mnogostrukosti* su detaljno proučavane egzotične diferencijabilne strukture ne samo na sferama (Milnor, Kervaire) već i na jednostavno povezanim glatkim mnogostrukostima (Browder, Novikov – za što trebaju karakteristične klase i teorija indeksa) i čak na nejednostavno povezanim mnogostrukostima (za što treba i algebarska K-teorija i Wallove L-grupe). U tom području su Milnor, Novikov, Donaldson i Sullivan dobili tri Fieldsove, dvije Abelove nagrade i jednu posebno “breakthrough prize”. Paralelno uz rad na magisteriju (do 1979.) radio sam na doktoratu (pronašao sam problem blizak jednom naprednom problemu Bredona o jednoj polinomskoj algebri generiranoj simetričnim funkcijama i riješio ga). To je rezultiralo 1982. disertacijom pod naslovom *Prilozi teoriji simetričnih funkcija s primjenama na Chernov karakter (vanjskih i simetričnih potencija vektorskih svežnjeva)*.

**Dobili ste Fulbrightovu stipendiju. Koliko Vam je ona značila za Vaš znanstveni rad?**

Iste godine sam uspio na natječaju za jednogodišnju Fulbrightovu stipendiju i profesor S. S. Chern me je obavijestio da mogu akademsku godinu 1982/83. provesti na University of California, Berkeley, Department of Mathematics. Te je godine počeo s radom *Mathematical Science Research Institute (MSRI)* u Berkeleyu čiji je osnivački

direktor upravo bio profesor Shiing-Shen Chern. Iste je godine bilo vrlo dinamično u Berkeleyu. M. Freedman je držao predavanja o rješenju 4-dimenzionalne Poincareove slutnje, S. Smale, koji je riješio Poincareovu slutnju u višim dimenzijama, je držao novi seminar o prosječnoj složenosti algoritama – o tome je Goran Lešaja (sada u SAD-u) izradio magistarski rad pod mojim vodstvom. S. Kobayashi je držao nekoliko seminara o radu S. Donaldsona (koji je za vrijeme posjete Berkeleyu sa mnom dijelio ured) o egzotičnom četverodimenzionalnom prostoru i Yang Millsovoj teoriji. Držao sam seminar o svojoj disertaciji u zajedničkom seminaru sa seminarom iz kompleksne geometrije (I. Satake) nakon kojega me je prof. S. S. Chern počastio ručkom. O jednom problemu, s kojim me je on upoznao, vezano uz razlaganje karaktera simetričnih grupa koje djeluju na polinomskim algebrama (rad S. He) napravio sam elegantno pristup pomoću simetričnih funkcija i poopćio to na reprezentacije na tenzorskim algebrama. O tome sam održao izlaganje u seminaru prof. K. Ribeta. Održao sam još jedno predavanje u seminaru A. Grünbauma vezano uz jednu njegovu slutnju o trokutastim Schurovim funkcijama vezanim uz racionalna rješenja KDV jednadžbe.



Slika 3. Chernova sabrana djela, poklon + najbolje želje.

### Navedite barem neke Vaše najznačajnije znanstvene radove?

U razgovorima s mnogobrojnim matematičarima javljale su se ideje za nova otkrića. Od brojnih radova spomenut ću tek neke. Rad *New plethysm operation, Chern characters of exterior and symmetric powers with applications to Stiefel-Whitney classes of Grassmannians*, izložio sam na Conference on Formal Power Series and Algebraic Combinatorics (Bordeaux, 1991.). S teorijskim fizičarem Stjepanom Meljancem imam rad *Study of Gram matrices in Fock representation of multiparametric canonical commutation relations, extended Zagier's conjecture, hyperplane arrangements and quantum groups* koji je objavljen u osječkom časopisu *Mathematical Communications* 1996. (u kojem je opovrgnuta jedna Zagierova slutnja). Sa svojim suradnikom Svjetlanom Feretićem imam rad *Combinatorics of diagonally convex directed polyominoes* u časopisu *Discrete Mathematics* (kojega Temperley uspoređuje s klasičnim djelima Mac Mahona). U istom časopisu s Tomislavom Došlićem i Darkom Veljanom objavio sam rad *Enumerative aspects of secondary structures*. Tu je i moj samostalni rad *A proof of all three Atiyah Sutcliffe 4-point conjectures*, 73. *Seminaire Lotharingien de Combinatoire*

(u kojem se dokazuje  $n!$ -formula koja vjerojatnosno rješava opću Atiyah-Sutcliffe-ovu slutnju). S Igorom Urbihom objavio sam rad *Verification and Strengthening of the Atiyah-Sutcliffe Conjectures for Several Types of Almost Collinear Configurations in Euclidean and Hyperbolic Plane*. Spomenut ću još nedavni rad s C. Audetom i P. Hansenom *Using symbolic calculations to determine largest small polygons*. U ovom je radu prvi puta eksplicitno riješen problem K. Reinhardta iz 1922. za (osnosimetrične) oktogone dijametra 1 i najveće površine (dobije se jednačba stupnja 42), dok je za heksagone dijametra 1 i najveće površine taj problem riješio Ronald Graham 1975. godine (korištenjem superračunala!). Zanimljivo je da se u simboličkim računanjima za (osnosimetrične) deseterokute dijametra 1 i najveće površine pojavljuju polinomi s enormnim koeficijentima koji imaju do 2893 znamenke (ipak stupanj minimalne jednačbe je 152). Ovaj rad je također prikazan na ICM2018 (Rio de Janeiro, Brazil). Na ICM2010 (Hyderabad, Indija) je izlagano o *Intrinsic formulas for cyclic heptagons/octagons via new Brahmagupta formula*.



Slika 4. Konferencija *Formal Power Series and Algebraic Combinatorics*, Beč, 14.–17. srpnja, 1997.

**Boravili ste na nekim stranim sveučilištima i surađivali s brojnim matematičarima širom svijeta. Redovito ste odlazili na Međunarodne kongrese matematičara koji se održavaju svake četiri godine. Vjerojatno su Vam još uvijek ostali u dubokom i trajnom sjećanju.**

Jednogodišnji boravak na University of California Berkeley stvarno je bio za pamćenje. Suradnja s LaBRI, Université Bordeaux i sukoordiniranje na projektu “Neumann Network” omogućila je kupnju kopirnog aparata, računalne opreme i realizaciju niza studijskih boravaka (Igor Urbiha, Goranka Nogo, Robert Manger i Dean Rozenzweig). Za vrijeme obnašanja funkcije prodekana za znanost na Matematičkom odjelu postao sam član Inicijative “Wissenschaftler in Globaler Verantwortung” prof. Juliusa Wessa, svjetski poznatog fizičara iz Münchena. Tada sam realizirao donaciju (preko DFG-a) knjiga iz različitih područja matematike za našu matematičku knjižnicu. Tromjesečni studijski boravak početkom 2001. proveo sam na LMU Theoretische Physik u aranžmanu prof. Juliusa Wessa i prof. Jurgena Batta (koji je puno pomogao oko donacija). Suradnja s M. Delest i G. Viennot iz Bordeauxa početkom 90-tih dovela je do radova (sa Svjetlanom Feretićem) o raznim klasama poliomina gdje smo koristili teoriju formalnih jezika i unaprijedili rezultate gornjih autora i također metodologiju Temperleya iz 50-tih godina. Prof. Victor Adamchik, s Carnegie Mellon University, držao je 2004. godine napredan kurs iz simboličkog računanja. Za jedan rad sam dobio

plaćene putne i boravišne troškove, a za dva jednomjesečne studijske boravke na GERAD – Université de Montreal (voditelj projekta nekonveksnih optimizacija P. Hansen). Na ICM2002 u Pekingu prvi puta je navedena funkcija  $h(x) = 1/(2 * \text{floor}(x) + 1 - x)$  koja iteracijama sa startom 0 daje sve pozitivne racionalne brojeve bez ponavljanja i održao usmeno izlaganje od 20 minuta. Ta se funkcija kasnije spominje u American Mathematical Monthly tek 2003. u rješenju jednog Knuthovog problema gdje smo (I. Urbiha i ja) također spomenuti među rješavačima. Na ICM2006 (Madrid) i ICM2014 (Seul) prikazan je poster i usmena prezentacija o Atiyah-Sutcliffeovim slutnjama koje su motivirane fizikom, a dovode do novih univezalnih formula kako u klasičnoj tako i u hiperboličnoj geometriji. Na slici 5 su sudionici Konferencije o krutosti i fleksibilnosti u kojoj sam po pozivu održao predavanje o Heronovim jednadžbama za polumjer tetivnih heptagona/oktogaona u prihvatljivim oblicima dobivenih lukavim simboličkim računanjem.



Slika 5. Erwin Schroedinger Institute: Rigidity and Flexibility, (Beč 27. travnja – 3. svibnja 2006.).

**Vi ste godinama vodili studente na ISTAM (Internacionalno studentsko takmičenje matematičara) koje se održavalo u Beogradu, ali su dolazili studenti i iz drugih država Istočne Europe.**

Tokom četiri godine 1977. – 1980. sam početkom svibnja vodio naše najbolje studente u Beograd na ISTAM (Internacionalno studentsko natjecanje matematičara) na kojem su sudjelovali natjecatelji i iz nekih susjednih zemalja. To je bila dobra prilika za druženje mladih studenata, a za nas voditelje nije bilo puno slobodnog vremena jer smo se morali boriti za bodove svojih članova ekipa. Jednom sam se uspio izboriti da se dva zadatka jednog kandidata priznaju jer je dao originala rješenja, ali s vrlo šturim objašnjenjima. Od naših studenata su vrlo uspješni bili Marko Tadić, Ivan Mirković, Uroš Milutinović, Mladen Bestvina (pozvani predavač na ICM2002 i plenarni predavač na ICM2022). Od inozemnih sudionika bio je Janos Kollar iz Budimpešte (pozvani na ICM1990, plenarni na ICM2014 i dobitnik Shaw prize 2017). Sjećam se jednog razgovora s njim kada mi je rekao da je već na prvoj godini studija proučavao univerzalne algebre.

**Zasigurno imate lijepa sjećanja na 10. Međunarodnu matematičku olimpijadu u Moskvi?**

O tome sam po povratku iz Moskve pisao u MFL-u 1968. Proučivši u detalje knjižicu *Vodič kroz Moskvu*, kupljenu u Zagrebu u ruskoj knjižari u Preradovićevoj

18, uspio sam se izboriti da sami razgledavamo Moskvu te sam čak s nekim ruskim natjecateljima pogledao film “Fantomas” sa značkom IMO-a (preko reda). Vožnja Crvenom Strijelom do Lenjingrada i šetnja Alejom fontana uz Petrodvorec oduševilo nas je. Jedno prijepodne smo proveli u Ermitažu. Kod razgledavanja Kremļa nam je turistička voditeljica rekla da je jedan Englez, nakon što je vidio car-pušku koja nikad nije pucala i car-zvono koje nikad nije zvonilo, izjavio: “Kako su čudni ti Rusi, oni sve što ništa ne valja nazivaju carem.”

**Bili ste redoviti čitatelj Matematičko-fizičkog lista i rješavatelj zadataka. Koliko Vam je on značio u obrazovanju iz matematike?**

MFL mi je bio kao dodatni rezervoar problema (zadataka) jer sam iz ono malo knjiga sve porješavao. Čak sam odlučio kupovati časopis *Elemente der Mathematik*, a kasnije i *The American Mathematical Monthly* kako bi se domogao novih zadataka. Kao uspješni rješavatelj dobio sam i novčanu nagradu MFL-a i tada imao priliku posjetiti dragog nam glavnog urednika MFL-a, prof. Stjepana Škreblina, u njegovom domu u Hercegovačkoj ulici. Čini mi se da se njegova supruga našalila rekavši da ona priznaje samo dva velika čovjeka: Josipa Broza i njenog Štefa.

**Neki od učenika koji će čitati ovaj intervju za kratko vrijeme će se morati odlučiti o svom budućem životnom pozivu. Možete li uputiti poruku onima koji bi se željeli posvetiti matematici?**

Ovo nije lako pitanje. Najvažnija stvar koju mladi matematičar treba naučiti je, naravno, matematika. Ipak može biti vrijedno da se uči i iz iskustava drugih matematičara. Ali trebate to što od njih naučite interpretirati na vlastiti način. Bez jake unutarnje motivacije ne možete uspjati, ali ako uživete u matematici, zadovoljstvo koje možete dobiti rješavanjem teških problema je neizmjereno. U knjizi *Princeton Companion to mathematics* (Editor Timothy Gowers) 2008 Princeton University Press, str. 1000–1010 imate pet priloga na temu *Advice to a young mathematician*, koje su dali uvaženi matematičari (Sir Michael Atiyah, Bela Bollobas, Alain Connes, Dusa McDuff, Peter Sarnak) i znakovito je da nema puno preklapanja među tim priložima. Stoga je to pet bisera namijenjenih mladim matematičarima, ali i onima bilo koje dobi. Uz to na str. 1010–1014 je dana kronologija matematičkih događanja od 18. stoljeća p.n.e. do 2003. godine. Postoji i *Princeton Companion to applied mathematics* (Editor Nicholas J. Higham) 2015 by Princeton University Press.

\*\*\*