

Rješenje nagradnog natječaja br. 240

Dokaži da ne postoji funkcija $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ koja zadovoljava uvjet $f(x) \neq f(y)$ za sve $x, y \in \mathbb{Z}$ takve da je $|x - y| \in \{2, 3, 5\}$.

Rješenje. Pretpostavimo da takva funkcija postoji. Promatrajmo neke posebne vrijednosti varijable. Neka je $f(0) = a$ i $f(5) = b$, $a, b \in \{1, 2, 3\}$, $a \neq b$. Kako je $|5 - 2| = 3$, $|2 - 0| = 2$ imamo $f(2) \neq a, b$ pa je $f(2)$ preostali broj, tj. $f(2) = c$. Radi $|3 - 0| = 3$, $|3 - 5| = 2$ mora biti $f(3) = c$. Dakle, $f(2) = f(3)$. Stavljajući proizvoljan broj x umjesto 0, dobivamo $f(x + 2) = f(x + 3)$, što znači da je f konstanta. Kako je to suprotnosti s pretpostavkom, slijedi da takva funkcija ne postoji.

Knjigom *Međunarodne matematičke olimpijade (priređio Željko Hanjš)*, Element, Zagreb, 2017., nagrađeni su sljedeći rješavatelji:

1. *Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;
2. *Vid Horvat* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;
3. *Ilhana Kvakić* (2), Gimnazija "Visoko", Visoko, BiH.

Riješili zadatke iz br. 1/289

a) Iz matematike: *Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3875–3878, 3880–3883, 3885–3888; *Vid Horvat* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3876, 3878. *Vilim Ivanuš* (4), Prva gimnazija, Varaždin, 3875, 3877, 3887.

b) Iz fizike: *Franka Horvat* (8), OŠ Bogumila Tonija, Samobor, 506, 507; *Gregor Klarić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 506–509; *Ivona Kučič* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 506–509; *Marija Miloš* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 502–509; *Marko Dodig* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1791, 1792, 1795, 1796; *Vilim Ivanuš* (4), Prva gimnazija, Varaždin, 1796.

Nagradni natječaj br. 242

Neka je $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ niz strogo rastućih pozitivnih cijelih brojeva. Dokaži da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq \frac{2n+1}{3}(a_1 + a_2 + \dots + a_n).$$

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko-fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisačim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika: zeljko.hanjs@math.hr**

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.