

RELATIVNA POGREŠKA HERONOVE FORMULE

Nikola NEIDHARDT — Zagreb

Konstrukcija instrumenata za elektrooptičko i elektromagnetsko mjerenje dužina sve više napreduje u posljednje vrijeme. Proizvedeno je već više tipova nesamo za velike nego i kraće dužine. Zahvaljujući tim instrumentima sve se više uvodi tzv. trilateracija. Umjesto da se u triangulaciji mjere kutevi, mjere se stranice ili stranice i kutevi.

Zamislimo da je kugla zemaljska ili njen dio pokriven sistemom trokutova, kojima su stranice mjerene velikom preciznošću. Iz poznatih stranica lako je odrediti površine trokutova pomoću tzv. Heronove formule. Zamislimo opetovana ili kontinuirana opažanja dužina stranica tih trokutova te promatranje promjena njihovih površina. Možda bi se mogao tim putem dobiti izvjestan uvid u promjene površina dijelova Zemljine površine naročito u područjima koja su izložena potresima.

To je samo ideja, koja vremenom možda može doći i do primjene. Sada ovdje želim samo ispitati kolika se relativna pogreška može očekivati u površinama trokutova trilateracije uz pretpostavku da su trokuti ravni a pogreške u mjerenim dužinama proporcionalne s dužinama. Faktor proporcionalnosti nazivamo sa k .

Heronova formula glasi:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ili

$$P^2 = s(s-a)(s-b)(s-c) \quad (1)$$

gdje je P površina trokuta, a , b i c dužine njegovih stranica, s poluzbroj tih stranica:

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

Pogreške u pripadnim dužinama shvatimo diferencijalnim veličinama da , db , dc . Logaritmiranjem i diferenciranjem formule (1) dobivamo:

$$2 \log P = \log s + \log(s-a) + \log(s-b) + \log(s-c)$$
$$\frac{2 dP}{P} = \frac{ds}{s} + \frac{d(s-a)}{s-a} + \frac{d(s-b)}{s-b} + \frac{d(s-c)}{s-c} \quad (2)$$

Uzevši u obzir, da je:

$$ds = 0,5 (da+db+dc) , d(s-a) = 0,5 (db+dc-da)$$

$$d(s-b) = 0,5 (da+dc-db) , d(s-c) = 0,5 (da+db-dc) \text{ imamo:}$$

$$\frac{2 dP}{P} = \frac{da+db+dc}{a+b+c} + \frac{db+dc-da}{b+c-a} + \frac{da+dc-db}{a+c-b} + \frac{da+db-dc}{a+b-c} \quad (3)$$

Ako na obje strane jednadžbe $\frac{da}{db} = \frac{a}{b}$ dodamo jedinicu i svedemo

na zajednički nazivnik, dobivamo:

$$\frac{da}{db} + 1 = \frac{a}{b} + 1$$

$$\frac{da+db}{db} = \frac{a+b}{b}$$

$$\frac{da+db}{a+b} = \frac{db}{b} = k$$

Analogno se može izvesti:

$$\frac{da+db+dc}{a+b+c} = k, \frac{db+dc-da}{b+c-a} = k, \frac{da+dc-db}{a+c-b} = k, \frac{da+db-dc}{a+b-c} = k$$

Uvrstimo li to u (3) dobivamo:

$$\frac{dP}{P} = 2k$$

Relativna pogreška površine ravnog trokuta jednaka je dvostrukoj relativnoj pogrešci mjerenja dužina. Naravno uz pretpostavku da su pogreške u dužinama proporcionalne s dužinama.

RELATIVER FEHLER DER HERONISCHEN FORMEL

Unter Voraussatzung ebener Dreiecke und proportionaler Streckenfehlerzuwaches wird bewiesen, dass relative Dreiecksflächenfehler doppelt so gross sind als die relativen Streckenfehler ($P = \text{Fläche}$, a, b, c Dreiecksseiten). Bei elektronischer Streckenmessung könnte man sich permanente Messungen der Dreiecksseiten und Berechnungen der Dreiecksflächen besonders über Erdbebengebiete denken um Unterschiede zu studieren.