POSREDNO IZRAVNAVANJE PO UGLOVIMA U TRIANGULACIJI

Jovan STEVANOVIĆ — Bor

Poznato je da se u triangulaciji koristi uslovno i posredno izravnavanje, Koje će se koristiti zavisi od ekonomičnosti u datom slučaju. Isto tako je poznato da se može obavljati izravnavanje pravaca i uglova, tj. one veličine koje su direktno merene. Uslovno izravnavanje se koristi i pri izravnavanju po pravcima i pri izravnavanju po uglovima. Međutim, za posredno izravnavanje uvek se koriste pravci. Ima se utisak da u geodetskoj stručnoj javnosti postoji shvatanje da je posredno izravnavanje jedino moguće preko pravaca.

Ova shvatanja dolaze naročito do izražaja pri tretiranju gradskih trigonometrijskih mreža kod kojih se predviđa merenje uglova metodom zatvaranja horizonta, zatim da se na osnovi izravnatih uglova na stranici formiraju pravci, a izravnavanje mreže obavlja posrednim izravnavanjem po pravcima ne vodeći računa da su pravci kao izvedene veličine u korelaciji. Baš zbog zanemarivanja ove korelacije, ovakav način izravnavanja nije teoretski strogo ispravan, pa se smatra da bi trebalo, ili da se pri posrednom izravnavanju po pravcima uzima u obzir korelacija pravaca, ili da se izravnavanje mreže obavlja uslovnim izravnavanjem po uglovima. I jedan i drugi postupak su znatno komplikovani, te se zbog toga ne praktikuju.

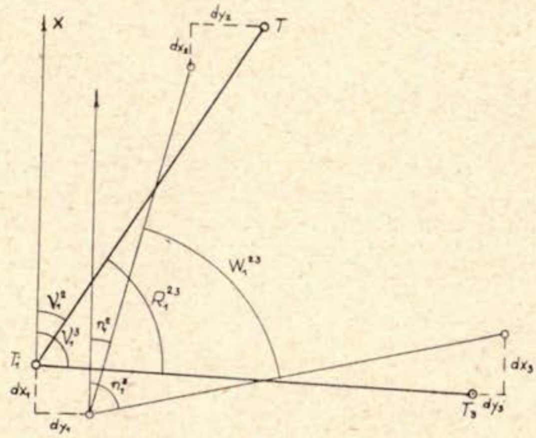
Međutim, ja bih ovom problemu prišao na drugi način. Pri uslovnom izravnavanju je prečišćeno shvatanje da je najbolje izravnavati one veličine koje su dobivene direktnim merenjem, a samo se iz ekonomskih razloga eventualno od takvog shvatanja odstupa. Mislim da bi trebalo da bude u važnosti isti princip i pri posrednom izravnavanju. Ako su opažanjem dobiveni pravci, gradske trigonometrijske mreže treba izravnavati poznatim načinom posredno preko pravaca. Ako su pak na terenu opažani uglovi, treba, kad god je to ekonomičnije i celishodnije od uslovnog izravnavanja, praktikovati posredno izravnavanje po uglovima. Za razliku od posrednog izravnavanja preko pravaca, o posrednom izravnavanju preko uglova ne možemo u literaturi naći praktično nikakve informacije, pa bi zadatak ovog rada bio da se pozabavi mogućnošću posrednog izravnavanja preko uglova.

Treba podvući da je, kao kod posrednog izravnavanja u opšte, neophodno i u ovom slučaju obraditi postupak formiranja jednačina odstupanja, pošto je taj postupak specifičan za svaku pojedinu vrstu posrednog izravnavanja, pa će u ovom radu glavna pažnja biti posvećena problemu formiranja jednačina odstupanja.

Adresa autora: Prof. Dr. Jovan Stevanović, dipl. inž., Rudarsko-metalurški fakultet — Bor

Neka su T_1, T_2 i T_3 trigonometrijske tačke za koje ćemo, radi izvođenja opštih formula, predpostaviti da su to tačke čije koordinate treba odrediti. Na T_1 je izmeren ugao R_1^{23} prema tačkama T_2 i T_3. Merenjem je dobivena vrednost r_1^{23}. Nakon izravnavanja ugao r_1^{23} dobiće popravku e_1^{23} pa će biti:

$$R_1^{23} = r_1^{23} + e_1^{23} \qquad (1)$$



Slika 1 — Formiranje jednačina odstupanja pri posrednom izravnavanju preko uglova

Po obavljenom izravnavanju dobiće se definitivni direkcioni uglovi ν_1^2 i ν_1^3. Ovi definitivni direkcioni uglovi i izravnat ugao R_1^{23} stoje u odnosu:

$$R_1^{23} = \nu_1^3 - \nu_1^2 \qquad (2)$$

pa obzirom na jednačinu 1 dobijamo:

$$\nu_1^3 - \nu_1^2 = r_1^{23} + e_1^{23} \qquad (3)$$

Odavde je:

$$e_1^{23} = \nu_1^3 - \nu_1^2 - r_1^{23} \qquad (4)$$

Na uobičajen način, za sve novoodređene tačke mogu se prvo sračunati privremene koordinate $y_{1,0}$ i $x_{1,0}$, $y_{2,0}$ i $x_{2,0}$ kao i $y_{3,0}$ i $x_{3,0}$, i na osnovu njih privremeni direkcioni uglovi n_1^2 i n_1^3 pa će u tom slučaju biti:

$$\nu_1^2 = n_1^2 + d\nu_{12} \qquad (5)$$
$$\nu_1^3 = n_1^3 + d\nu_1^3$$

gde su $d\nu_1^2$ i $d\nu_1^3$ priraštaji direkcionih uglova. Zamenjujući ove izraze u 4 dobijamo:

$$e_1^{23} = n_1^{23} + d\nu_1^3 - n_1^2 - d\nu_1^2 - r_1^{23} \qquad (6)$$

odnosno:

$$e_1^{23} = d\nu_1^3 - d\nu_1^2 + n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \qquad (7)$$

Uvođenjem novih oznaka:

$$f_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} = W_1^{23} - r_1^{23} \qquad (8)$$

$$W_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 \qquad (9)$$

dobijamo:

$$e_1^{23} = dv_1^3 - dv_1^2 + f_1^{23} \qquad (10)$$

Priraštaji direkcionih uglova se mogu na poznat način izraziti preko priraštaja koordinata:

$$dv_1^2 = -a_1^2dx_2 - b_1^2dy_2 + a_1^2dx_1 + b_1^2dy_1 \qquad (11)$$

Ovde koeficijenti a i b imaju uobičajeno značenje.

Zamenom ovih priraštaja u 10 dobijamo definitivnu jednačinu odstupanja ugla R_1^{23}:

$$e_1^{23} = (a_1^3 - a_1^2)dx_1 + (b_1^3 - b_1^2)dy_1 + a_1^2dx_2 + b_1^2dy_2 -$$

$$dv_1^3 = -a_1^3dx_3 - b_1^3dy_3 + a_1^3dx_1 + b_1^3dy_1 \qquad (12)$$

$$- a_1^3dx_3 - b_1^3dy_3 + f_1^{23} \qquad (13)$$

ili ova ista jednačina odstupanja napisana uobičajenim načinom pri posrednom izravnavanju:

$$e_1 = a_1dx_1 + b_1dy_1 + c_1dx_2 + d_1dy_2 + g_1dx_3 + h_1dy_3 + f_1 \qquad (14)$$

Ovo bi bila jednačina odstupanja za najopštiji slučaj kada se radi o uglu sa jedne tražene tačke prema drugim dvema traženim tačkama. Obeležimo ovaj slučaj sa a). Međutim, neke od tačaka T_1, T_2 ili T_3 mogu biti date tačke, pa su u tom slučaju priraštaji koordinata tih tačaka jednaki nuli, a u zavisnosti od slučaja koji mogu nastupiti uočićemo sledeće specifične slučajeve.

b). Tačka T_2 je data tačka. U tom slučaju je $dx_2 = dy_2 = 0$ pa izraz 13 postaje:

$$e_1^{23} = (a_1^3 - a_1^2)dx_1 + (b_1^3 - b_1^2)dy_1 - a_1^3dx_3 - b_1^3dy_3 + f_1^{23} \qquad (15)$$

gde je:

$$f_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \qquad (16)$$

c). Tačka T_3 je data tačka. Tada je $dx_3 = dy_3 = 0$ pa dobijamo:

$$e_1^{23} = (a_1^3 - a_1^2)dx_1 + (b_1^3 - b_1^2)dy_1 + a_1^2dx_2 + b_1^2dy_2 + f_1^{23} \qquad (17)$$

Ovde je isto:

$$f_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \qquad (18)$$

d). Tačka T_1 je tražena, a obe tačke T_2 i T_3 su date. U tom slučaju je $dx_2 = dy_2 = dx_3 = dy_3 = 0$ pa jednačina odstupanja dobija oblik:

$$e_{123} = (a_{13} - a_{12})dx_1 + (b_1^3 - b_1^2)dy_1 + f_1^{23} \qquad (19)$$

gde je:

$$f_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \qquad (20)$$

e). Tačka T_1 je data a tačke T_2 i T_3 su tražene. U ovom slučaju je $dx_1 = dy_1 = 0$ pa izraz 13 postaje:

$$e_1^{23} = a_1^2dx_2 + b_1^2dy_2 - a_1^3dx_3 - b_1^3dy_3 + f_1^{23} \qquad (21)$$

I u ovom slučaju je:

$$f_1^{23} = n_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \qquad (22)$$

f). Date su tačke T_1 i T_2. Tražena je tačka T_3. Pri ovom je: $dx_1 = dy_1 = dx_2 = dy_2 = 0$ pa jednačina odstupanja poprima oblik

$$e_1^{23} = - a_1^3dx_3 - b_1^3dy_3 + f_1^{23} \qquad (23)$$

Za ovaj slučaj je:

$$f_1^{23} = n_1^3 - v_1^2 - r_1^{23} \tag{24}$$

g). U ovom slučaju su date tačke T_1 i T_3. Tražena tačka je T_2. Sada je $dx_1 = dy_1 = dx_3 = dy_3 = 0$ pa dobijemo jednačinu odstupanja:

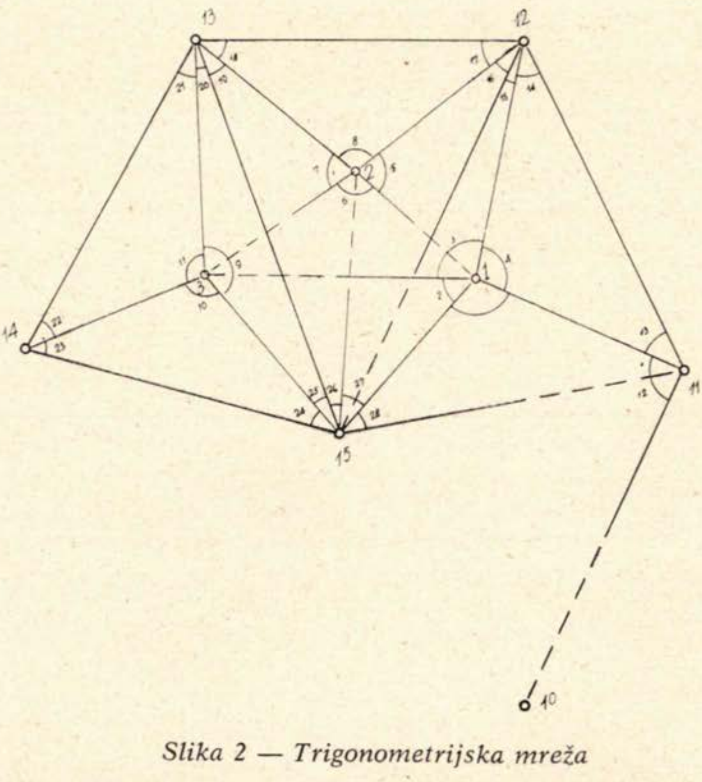
$$e_1^{23} = \qquad a_1^2 dx_2 + b_1^2 dy_2 \qquad + f_1^{23} \tag{25}$$

Sada je:

$$f_1^{23} = v_1^3 - n_1^2 - r_1^{23} \tag{26}$$

Kada su na ovaj način formirane jednačine odstupanja, dalji proces izravnavanja se obavlja već poznatim načinom koji je detaljno opisan u literaturi.

Treba ukazati na činjenicu da napred izloženo posredno izravnavanje po uglovima ima izvesnih dodirnih tačaka sa poznatim posrednim izravnavanjem po pravcima. Računanje privremenih koordinata je i u jednom i u drugom slučaju isti problem. Isti je slučaj i sa privremenim direkcionim uglovima kao i koeficijentima a i b. Međutim i pored ovih dodirnih tačaka, ovo su u osnovi dve različite metode koje daju različite rezultate izravnavanja. Svaka od ovih metoda daje teoretski strogo ispravne rezultate ako se izravnavaju veličine koje su direktno merene. Svaki prelaz sa merenih na novoizvedene veličine, za teorijski ispravno izravnavanje, podrazumeva vođenje računa o korelaciji izvedenih veličina. U protivnom, bez vođenja računa o korelaciji, izravnavanje ima aproksimativan karakter.



Slika 2 — Trigonometrijska mreža

PRIMER POSREDNOG IZRAVNAVANJA PO UGLOVIMA

Radi ilustracije posrednog izravnavanja po uglovima, obrađen je jedan računski primer koji je tako iskonstruisan da bi u njemu bili zastupljeni svi navedeni slučajevi formiranja jednačina odstupanja.

Na sl. 2 je data skica trigonometnijske mreže u kojoj su po pretpostavci tačke 10, 11, 12, 13, 14 i 15 date tačke, a treba odrediti koordinate tačaka 1, 2 i 3. Neka su na datim i traženim tačkama izmereni odgovarajući uglovi, kako je prikazano na sl. 2, a koji su numerisani od 1 do 28. Neka su uglovi mereni metodom zatvaranja horizonta u podjednakom broju girusa, zbog čega svi imaju iste težine. Izravnavanje za uslove horizonta nije obavljeno.

Da bi se pristupilo posrednom izravnavanju po uglovima, sračunate su prvo privremene koordinate novoodređenih tačaka na način koji je nešto drugojačiji od opše poznatog postupka određivanja privremenih koordinata presecanjem napred. Pošto kod ovakvog načina merenja uglova i izravnavanja nije potrebno vršiti orijentisanje pravaca, to orijentisane pravce nemamo, ali raspolažemo merenim uglovima u odnosnom trouglu preko kojih se mogu sračunati orijentisani pravci. Ako je obavljeno orijentisanje pravaca, tada se na osnovu orijentisanih pravaca φ_a i φ_b i poznatog direkcionog ugla ν_a^b između datih tačaka dobijaju uglovi:

$$\delta_a = \varphi_a - \nu_a^b \qquad (27)$$

$$\delta_b = \nu_b^a - \varphi_b$$

Međutim, u slučaju koga razmatramo, imamo izmerene uglove δ_a i δ_b, pa se preko istih gornjih jednačina mogu dobiti orijentisani pravci φ_a i φ_b.

Posle ovoga sračunati su privremeni direkcioni uglovi i koeficijenti a i b na uobičajen način.

Dalja obrada podataka obavljena je u prilogu br. 1. Kao što se vidi, u prvom redu ovog priloga se unose direkcioni uglovi.

U stubcu 2 se unose definitivni direkcioni uglovi. Na početku izravnavanja je moguće uneti definitivne direkcione uglove samo između tačaka sa poznatim koordinatama, tj. datih tačaka. (Možda bi bilo zgodno, slično kao pri orijentisanju pravaca, da se ovi direkcioni uglovi upisuju crvenom bojom.)

U stubcu 3 su uneti privremeni direkcioni uglovi.

U stubcu 4 i 5 su naspram odnosnih privremenih direkcionih uglova uneti koeficijenti a i b. Koeficijenti a i b se upisuju sa znakom koji odgovara, za slučaj ako je tražena tačka stanica, orijentaciji od stanice prema drugim tačkama, a ako je stanica data tačka, orijentaciji od vizirane tražene tačke prema datoj tački.

U drugom delu priloga 1 unose se vrednosti uglova preko kojih se računaju slobodni članovi jednačina odstupanja.

Definitivne vrednosti uglova dobijamo tek nakon obavljenog izravnavanja, te se zbog toga stubac 7 popunjava tek nakon obavljenog izravnavanja.

Vizurna tačka	Direkcioni ugao: Definitivna vrednost V			Privremena vrednost n		Koeficijenti a	b	Broj ugla	Uglovi: Definitivna vrednost $R=V_{i+1}-V_i$			Privremena vrednost W		Merena vrednost r		Koeficijenti uglova novoodređenih tačaka $a'=a_{i+1}-a_i$	$b'=b_{i+1}-b_i$	Slobodni član $f=W-r$	Popravke $U=V=R-r$
1	2			3		4	5	6	7			8		9		10	11	12	13
						Stanica △ 1													
△ 11	138	59	32	59	28	+10.9	+12.6												
△ 15	244	47	53	47	56	−16.5	+7.8	1	105	48	21	48	28	48	20	−27.4	−4.8	+8	+1
△ 3	294	46	31	46	31	−13.1	−6.0	2	49	58	38	58	35	58	41	+3.4	−13.8	−6	−3
△ 12	36	09	30	09	29	+9.1	−12.7	3	101	22	59	22	58	22	54	+22.2	−6.7	+4	+5
								4	102	50	02	49	59	50	12	+1.8	+25.3	−13	−10
									360	00	00	00	00	00	07	0.0	0.0	−7	−7
						Stanica △ 2													
△ 12	76	55	53	55	51	+17.2	−4.0												
△ 1	155	13	29	13	29	+10.2	+22.0	5	78	17	36	17	38	17	45	−7.0	+26.0	−7	−9
△ 3	259	09	40	09	36	−21.2	+0.4	6	103	56	11	56	07	56	16	−31.4	−21.0	−9	−5
△ 13	332	58	06	58	10	−8.7	−16.7	7	73	48	26	48	34	48	24	+12.5	−17.1	+10	+2
								8	103	57	47	57	41	57	47	+25.9	+12.7	−6	0
									360	00	00	00	00	00	12	0.0	0.0	−12	−12
						Stanica △ 3													
△ 13	20	46	22	46	19	+6.0	−15.7												
△ 15	165	27	56	27	55	+4.6	+17.9	9	144	41	34	41	36	41	30	−1.4	+33.6	+6	+4
△ 14	271	04	44	04	51	−19.5	−0.4	10	105	36	48	36	56	36	58	−24.1	−18.3	−2	−10
								11	109	41	38	41	28	41	35	+25.5	−15.3	−7	+3
									360	00	00	00	00	00	03	0.0	0.0	−3	−3
						Stanica △ 11													
△ 10	229	31	29																
△ 1	318	59	32	59	28	+10.9	+12.6	12	89	28	03	27	59	28	08			−9	−5
△ 12	358	49	51					13	39	50	19	50	23	50	20			+3	−1
									(230	41	38	41	38	41	38)				
									360	00	00	00	00	00	06			6	−6
						Stanica △ 12													
△ 11	178	49	51																
△ 1	216	09	30	09	20	+9.1	−12.7	14	37	19	39	19	38	19	50			−12	−11
△ 15	229	30	19					15	13	20	49	20	50	20	40			+10	+9
△ 2	256	55	53	55	51	+17.2	−4.0	16	27	25	34	25	32	25	38			−6	−4
△ 13	293	57	47					17	37	01	54	01	56	01	35			+21	+19
									(244	52	04	52	04	52	04)				
									360	00	00	00	00	59	47			+13	+13
						Stanica △ 13													
△ 12	113	57	47																
△ 2	152	58	06	58	10	−8.7	−16.7	18	39	00	19	00	23	00	16			+7	+3
△ 15	184	05	08					19	31	07	02	06	58	06	48			+10	+14
△ 3	200	46	22	46	19	+6.0	−15.7	20	16	41	14	41	11	41	05			+6	+9
△ 14	232	45	55					21	31	59	33	59	36	59	40			−4	−7
									(241	11	52	11	52	11	52)				
									360	00	00	00	00	59	41			+19	+19
						Stanica △ 14													
△ 13	52	45	55																
△ 3	91	04	44	04	51	−19.5	−0.4	22	38	18	49	18	56	18	48			+8	+1
△ 15	129	22	58					23	38	18	14	18	07	18	20			−13	−6
									(283	22	57	22	57	22	57)				
									360	00	00	00	00	00	05			−5	−5
						Stanica △ 15													
△ 14	309	22	58																
△ 3	345	27	56	27	55	+4.6	+17.9	24	36	04	58	04	57	04	50			+7	+8
△ 13	4	05	08					25	18	37	12	37	13	37	06			+7	+6
△ 2	27	38	45	38	44	−6.9	+12.9	26	23	33	37	33	36	33	45			−9	−8
△ 1	64	47	53	47	56	−16.5	+7.8	27	37	09	08	09	12	09	10			+2	−2
△ 11	103	35	27					28	38	47	34	47	31	47	30			+1	+4
									(205	47	31	47	31	47	31)				
									360	00	00	00	00	59	52			+8	+8

U stubcu 8 se upisuju privremene vrednosti uglova kao razlike odnosnih privremenih direkcionih uglova ili definitivnih i privremenih direkcionih uglova. Za tražene tačke, pošto se u izravnavanje uključuju svi uglovi mereni na toj tački, mora biti suma privremenih uglova jednaka 360°. Ako je stanica data tačka, u opštem slučaju, u izravnavanje ne ulaze svi mereni uglovi na njoj, pa je zbog toga korisno, pri formiranju privremenih uglova, sračunati kao razliku odnosnih direkcionih uglova i dopunu merenih uglova koji ulaze u izravnavanje do 360° (u prilogu su ovi uglovi dati u zagradi), čime se, kao i u predhodnom slučaju, obezbeđuje kontrola računanja privremenih uglova.

U stubcu 9 se upisuju mereni uglovi. Za tražene tačke je suma merenih uglova jednaka nezatvaranju horizonta, a kod datih tačaka će biti isti slučaj ako se dopuna merenih uglova koji se uključuju u izravnavanje do 360° tretira kao tačno poznata, odnosno preuzme iz stupca 8 (uglovi u zagradi).

Razlika privremenih i merenih uglova daje slobodne članove koji su uneti u stubac 12. Za kontrolu računanja slobodnih članova mora suma slobodnih članova jedne stanice biti jednaka nezatvaranju horizonta te stanice, iz stupca 9, sa obrnutim znakom.

Pri formiranju jednačina odstupanja za slučajeve navedene pod a(, b), c) i d), odnosno za slučajeve kada je stanica tražena tačka, treba sračunati odgovarajuće razlike koeficijenata a, odnosno koeficijenata b. Stupci 10 i 11 su namenjeni da se obave ova računanja, a za kontrolu suma tako dobivenih novih koeficijenata, obeleženih sa a' i b', mora biti jednaka nuli.

U prilogu 2 su date jednačine odstupanja čiji koeficijenti su, ili sračunati u prilogu 1 i stupcima 10 i 11, ili se određuju preko navedenih jednačina odstupanja na osnovu vrednosti koeficijenata a i b, koji su dati u stubcima 4 i 5. U cilju mehaničkog formiranja tabele koeficijenata jednačina odstupanja na osnovu koeficijenata a i b iz priloga 1, biće korisno definisati sledeća tri pravila:

1. Za uglove opažane na traženim tačkama treba u stubcima koji odgovaraju koordinatama odnosne tražene tačke upisati odgovarajuće a' i b' iz stubaca 10 i 11 priloga 1.

2. Ako je sa tražene tačke vizirano prema drugoj traženoj tački, treba, u stubcima koji odgovaraju koordinatama te vizirane tražene tačke, upisati koeficijente a i b iz stubaca 4 i 5 priloga 1 sa obrnutim znakom za levi ugao a sa istim znakom za desni ugao u odnosu na pravac prema viziranoj traženoj tački.

3. Za uglove opažane sa date tačke, treba u stupcima priloga 2, koji odgovaraju koordinatama vizirane tražene tačke, upisati iz stubaca 4 i 5 priloga 1 koeficijente a i b sa istim znakom za levi ugao, a sa obrnutim znakom za desni ugao.

Stanica	Broj ugla	Jednačine ostupanja								Računanje popravaka						
		△ 1		△ 2		△ 3		Slobodan član	S	$a\,dx_1$	$b\,dy_1$	$c\,dx_2$	$d\,dy_2$	$e\,dx_3$	$h\,dy_3$	V
		$dx_1 = +0.257$ a	$dy_1 = +0.101$ b	$dx_2 = +0.167$ c	$dy_2 = +0.134$ d	$dx_3 = +0.348$ e	$dy_3 = -0.049$ h	f								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
△ 1	1	-27.4	-4.8					+8.0	-24.2	-7.04	-0.48					+0.48
	2	+3.4	-13.8			+13.1	+6.0	-6.0	+2.7	+0.87	-1.39			+4.56	-0.29	-2.25
	3	+22.2	-6.7			-13.1	-6.0	+4.0	+0.4	+5.70	-0.68			-4.56	+0.29	+4.75
	4	+1.8	+25.3					-13.0	+14.1	+0.46	+2.56					-9.98
△ 2	5	-10.2	-22.0	-7.0	+26.0			-7.0	-20.2	-2.62	-2.22	-1.17	+3.48			-9.53
	6	+10.2	+22.0	-31.4	-21.6	+21.2	-0.4	-9.0	-9.0	+2.62	+2.22	-5.24	-2.89	+7.38	+0.02	-4.89
	7			+12.5	-17.1	-21.2	+0.4	+10.0	-15.4			+2.09	-2.29	-7.38	-0.02	+2.40
	8			+25.9	+12.7			-6.0	+32.6			+4.32	+1.70			+0.02
△ 3	9					-1.4	+33.6	+6.0	+38.2					-0.49	-1.65	+3.86
	10					-24.1	-18.3	-2.0	-44.4					-8.39	+0.90	-9.49
	11					+25.5	-15.3	-7.0	+3.2					+8.87	+0.75	+2.62
△ 11	12	+10.9	+12.6					-9.0	+14.5	+2.80	+1.27					-4.93
	13	-10.9	-12.6					+3.0	-20.5	-2.80	-1.27					-1.07
△ 12	14	+9.1	-12.7					-12.0	-15.6	+2.34	-1.28					-10.94
	15	-9.1	+12.7					+10.0	+13.6	-2.34	+1.28					+8.94
	16			+17.2	-4.0			-6.0	+7.2			+2.87	-0.54			-3.67
	17			-17.2	+4.0			+21.0	+7.8			-2.87	+0.54			+18.67
△ 13	18			-8.7	-16.7			+7.0	-18.4			-1.45	-2.24			+3.31
	19			+8.7	+16.7			+10.0	+35.4			+1.45	+2.24			+13.69
	20					+6.0	-15.7	+6.0	-3.7					+2.09	+0.77	+8.86
	21					-6.0	+15.7	-4.0	+5.7					-2.09	-0.77	-6.86
△ 14	22					-19.5	-0.4	+8.0	-11.9					-6.79	+0.02	+1.23
	23					+19.5	+0.4	-13.0	+6.9					+6.79	-0.02	-6.23
△ 15	24					+4.6	+17.9	+7.0	+29.5					+1.60	-0.88	+7.72
	25					-4.6	-17.9	+7.0	-15.5					-1.60	+0.88	+6.28
	26			-6.9	+12.9			-9.0	-3.0			-1.15	+1.73			-8.42
	27	-16.5	+7.8	+6.9	-12.9			+2.0	-12.7	-4.24	+0.79	+1.15	-1.73			-2.03
	28	+16.5	-7.8					+1.0	+9.7	+4.24	-0.79					+4.45
									+7.0							+6.99

Normalne jednačine

dx_1	dy_1	dx_2	dy_2	dx_3	dy_3	F	S
+ 2.414	+ 216	- 363	- 273	- 30	- 117	- 542	+ 1.306
	+ 2.628	- 483	- 1.148	+ 373	- 51	- 219	+ 1.316
		+ 2.700	+ 586	- 931	+ 18	- 61	+ 1.467
			+ 2.519	- 95	+ 2	- 219	+ 1.373
				+ 3.350	+ 136	- 1.022	+ 1.781
					+ 2.904	+ 128	+ 3.019

$dx_1 F_1 + dy_1 F_2 + dx_2 F_3 + dy_2 F_4 + dx_3 F_5 + dy_3 F_6 = -563$

$\Sigma ff = +2069$

$\Sigma = +1506$ $\quad \Sigma VV = +1505$

Korisno je uočiti da se navedena tabela koeficijenata jednačina odstupanja uglova može dobiti preko tabele koeficijenata jednačina odstupanja pravaca. Jednačina odstupanja bilo kog ugla je razlika odgovarajućih nesvedenih jednačina odstupanja pravaca.

Treba podvući da se i ovde kao i pri izravnavanju po pravcima može u skladu sa Šrajberovim postavkama obaviti odgovarajuće svođenje jednačina odstupanja uglova, ali u ovom radu tome nije posvećena pažnja.

Na osnovu koeficijenata unetih u prilog 2 i slobodnih članova koji su preuzeti iz priloga 1 su na uobičajen način formirane normalne jednačine, koje su date u donjem delu priloga 2. Rešavanjem normalnih jednačina su dobivene popravke koordinata koje su date u zaglavlju tabele koeficijenata jednačina. Posle ovoga su na uobičajen način, preko jednačina odstupanja, sračunate popravke v. Kontrola rešavanja normalnih jednačina i računanja popravaka je obavljena preko jednačine:

$$\Sigma vv = \Sigma ff + dx_1F_1 + dy_1F_2 + dx_2F_3 + dy_2F_4 + dx_3F_5 + dy_3F_6$$

Kada su nakon sračunatih popravaka koordinata dobivene definitivne koordinate traženih tačaka, na osnovu njih su sračunati definitivni direkcioni uglovi, koji su uneti u stubac 2 priloga 1. Na osnovu ovih i ranije upisanih definitivnih direkcionih uglova se u stubcu 7 priloga 1 računaju definitivni uglovi. Razlika definitivnih i merenih uglova daje popravke uglova u stubcu 13. Na uobičajen način ove popravke mora da se slažu sa popravkama koje se dobijaju preko jednačina odstupanja, a koje su sračunate u prilogu 2, što predstavlja definitivnu kontrolu izravnavanja.

Pošto je ovo iskonstruisan primer, kojim se ilustruje ideja posrednog izravnavanja po uglovima, nije bilo razloga da se u njemu vodi računa o potrebi svođenja uglova sa elipsoida na ravan. Međutim, kod realnih primera, kod kojih tačnost merenja i dužine strana uslovljavaju uzimanje i tog faktora u obzir, treba sračunati popravke za svođenje pravaca, pa preko njih doći do popravaka za svođenje uglova.

U drugom delu ovog rada je, pored navedenog računskog primera, napravljen pokušaj da se, analogno postojećoj praksi posrednog izravnavanja po pravcima, dâ razrađen praktični postupak posrednog izravnavanja po uglovima. Pri ovome neće biti na odmet da se napravi mala paralela između ova dva postupka.

Ako su pravci opažani girusnom metodom, tada, pri izravnavanju po pravcima, treba uraditi sledeće karakteristične poslove:

1 — Orijentisanje pravaca.

2 — Računanje približnih koordinata, približnih direkcionih uglova i koeficijenata a i b.

3 — Računanje slobodnih članova i redukovanje koeficijenata i slobodnih članova za unutarnje pravce.

4 — Formiranje normalnih jednačina i dalji rad na određivanju definitivnih koordinata i popravaka.

Ako su uglovi mereni metodom zatvaranja horizonta, pri posrednom izravnavanju po uglovima, treba obaviti sledeće poslove koji su interesantni za upoređivanje ovog postupka i postupka posrednog izravnavanja po pravcima:

1 — Računanje približnih koordinata, približnih direkcionih uglova i koeficijenata a i b.

2 — Unošenje ovih podataka i merenih uglova u prilog 1 i računanje slobodnih članova jednačina odstupanja.

3 — Formiranje jednačina odstupanja.

4 — Formiranje normalnih jednačina i dalji rad.

Upoređujući ova dva postupka, obzirom da su broj normalnih jednačina i dalji rad skoro isti za oba postupka, uočavamo da u prvom slučaju treba obaviti orijentisanje pravaca i redukovanje koeficijenata i slobodnih članova kao operacije specifične za prvi postupak, a u drugom slučaju se nešto komplikovanije računaju slobodni članovi kao i koeficijenti jednačina odstupanja, pa bi smo mogli izvesti orijentacioni zaključak da bi poslovi, koje treba obaviti za kancelarijsku obradu jednog načina, bili približno jednaki poslovima pri obradi drugog načina.

Na kraju možemo izvesti opšti zaključak da bi postupak posrednog izravnavanja trigonometrijskih mreža po uglovima, ako su mereni uglovi, teoretski bio daleko ispravniji od izravnavanja takvog slučaja po pravcima, a u smislu produktivnosti bi oba postupka bila približno na istom nivou.

ZAKLJUČAK

Ako su u trigonometrijskim mrežama opažani uglovi, i ako je celishodno primeniti postupak posrednog izravnavanja, za razliku od dosadašnje prakse po kojoj su se mreže posredno izravnavale samo po pravcima, predlaže se postupak posrednog izravnavanja po uglovima. U radu je data teorijska osnova ovakvog izravnavanja koja je sadržana u formiranju jednačina odstupanja, dok je ostali proces izravnavanja isti kao za posredno izravnavanje u opšte. Polazeći od činjenice da je svaki ugao razlika odnosa dva pravca, a imajući u vidu način formiranja jednačina odstupanja pravaca, izveden je opšti oblik jednačina odstupanja uglova sa mogućim podslučajevima. Za ilustraciju predloženog postupka, naveden je primer posrednog izravnavanja tri tačke odjednom po uglovima, sa nastojanjem da se za novopredložen postupak dâ praktična forma izravnavanja.

LITERATURA:

1 — Čubranić N.: »Viša geodezija I deo« — Zagreb, 1954.

2 — Pravilnik — Osnovni radovi na gradskom premeru — Begrad, 1956.

3 — Čubranić N.: »Teorija pogrešaka s računom izjednačenja« — Zagreb, 1966.