JOŠ JEDAN OSVRT NA PRIMENU FEREROVE FORMULE ZA ODREĐIVANJE SREDNJE GREŠKE UGLA

Krunislav MIHAILOVIĆ — Beograd

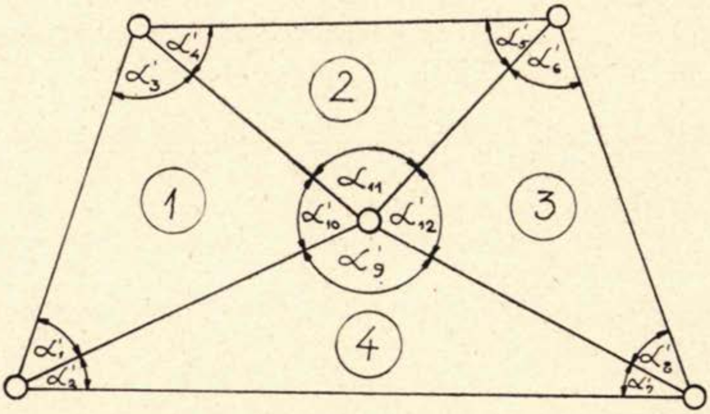
U radu [1] dat je kritički osvrt na primenu Fererove formule za određivanje srednje greške ugla iz nezatvaranja trouglova i predloženo je da se umesto nje koristi formula

$$\mu = \sqrt{\frac{f^* Q_f^{-1} f}{n}} \tag{1}$$

gde je Q_f korelaciona matrica kojom se definiše zavisnost između uglovnih odstupanja u trouglovima f.

Oblik korelacione matrice Q_f zavisi od prirode problema ili preciznije od oblika mreže i metode merenja uglova.

U pomenutom radu prikazano je kako se može obrazovati korelaciona matrica Q_f kada su opažani pravci po girusnoj metodi. Kod ostalih metoda (šrajberova, metoda zatvaranja horizonta i druge gde se vrši izravnanje na stanici), kada se uglovna odstupanja u trouglovima određuju iz vrednosti uglova koje su dobivene neposrednim merenjem, tada je $Q_f = E$ i onda se za određivanje srednje greške ugla može primeniti Fererova formula. U protivnom, ako se posle izravnanja na stanici, dakle na osnovu izravnatih uglova, određuju uglovna odstupanja u trouglovima, tada su takva odstupanja međusobno zavisne veličine. Ova se zavisnost može algebarski definisati pomoću korelacione matrice Q_f.



Neka su u mreži (sl. 1) mereni uglovi po metodi zatvaranja horizonta.

Adresa autora: Dr ing. Krunoslav Mihailović, Građevinski fakultet, Beograd

Posle izravnanja na stanici obrazujemo uglovna odstupanja

$$
\begin{aligned}
f_2 &= 180^\circ - (\alpha'_3 + \alpha'_6 + \alpha'_{10})\\
f_3 &= 180^\circ - (\alpha'_5 + \alpha'_8 + \alpha'_{11})\\
f_4 &= 180^\circ - (\alpha'_2 + \alpha'_7 + \alpha'_{12})\\
f_1 &= 180^\circ - (\alpha'_1 + \alpha'_4 + \alpha'_9)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

gde su $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3 \,.\,.\,.\,.\,.\, \alpha'_{12}$ izravnati uglovi.

Jednačine (2) mogu se ovako prikazati

$$f = A^* \alpha' + C \tag{3}$$

gde su

$$f^* = \| f_1 \; f_2 \; f_3 \; f_4 \|$$
$$C^* = 180^\circ \| 1 \; 1 \; 1 \; 1 \|$$
$$\alpha'^* = \| \alpha'_1 \; \alpha'_2 \; \alpha'_3 \,.\,.\,.\,.\,.\, \alpha'_{12} \|$$

$$A^* = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

Iz (3) može se neposredno obrazovati korelaciona matrica

$$Q_f = A^* Q\alpha \,.\, A \tag{4}$$

Oblik korelacione matrice $Q\alpha'$ kojom se definiše zavisnost između izravnatih uglova zavisi od metode merenja uglova. Kada su uglovi mereni po metodi zatvaranja horizonta, tada njen oblik za mrežu na sl. 1 glasi [2]

(Vidi stranu 28!)

Primena formule (1) uslovljena je poznavanjem korelacione matrice Q_f. Njen oblik zavisi od oblika mreže, i od metode merenja i izravnanja uglova na stanici. Po analogiji ona se može bez teškoća obrazovati za sve metode merenja uglova.

Naravno, ako se uglovna odstupanja određuju pre izravnanja uglova na stanici, onda se za određivanje srednje greške ugla može primeniti Fererova formula.

LITERATURA:

1 — K. Mihailović: Jedan kritički osvrt na primenu Fererove formule, Geodetski list br. 1-3, Zagreb 1969.

2 — K. Mihailović: Teorija izravnanja korelativno zavisnih veličina, skripta, Beograd 1968.

$$
Q\alpha' = \left\| \begin{array}{cccccccccc}
\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & & & & & & & & \\
-\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & & & & & & & & \\
 & & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & & & & & & \\
 & & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & & & & & & \\
 & & & & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & & & & \\
 & & & & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & & & & \\
 & & & & & & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & & \\
 & & & & & & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & & \\
 & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & \\
\end{array} \right.
$$

$$
\left. \begin{array}{cccc}
\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\
-\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\
-\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\
-\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4}
\end{array} \right\|
$$

Sada možemo obrazovati korelacionu matricu (4)

$$
Q_f = \frac{1}{12} \left\| \begin{array}{cccc}
25 & -7 & -3 & -7 \\
-7 & 25 & -7 & -3 \\
-3 & -7 & 25 & -7 \\
-7 & -3 & -7 & 25
\end{array} \right\|
$$