APROKSIMACIJA SMJERNJAKA KOD RAČUNANJA KOORDINATNIH RAZLIKA U POLIGONSKIM VLAKOVIMA

Nikola NEIDHARDT — Zagreb

Moderno doba traži sve brže i brže postupke. Poznata je krilatica kapitalističkog svijeta *Time is money* vrijeme je novac. Ispravnije bi bilo reći da se napredak mjeri *vremenom*, u kome je stvoren. Matematički izraženo napredak kao da je diferencijalni kvocijent po vremenu. Nula je stagnacija, pozitivna ili negativna derivacija napredak ili nazadak, uspon ili pad.

Čovječanstvo je sada u fazi intenzivnog kretanja automatizaciji. Kod toga geodezija nije isključena. Učestvuje i intenzivno traži puteve. Do sada je najviše postignuto u automaciji računanja. Od primjene običnih mašina za računanje do velikih računara-kompjutora. Ali, što sredstva postaju složenija, veća i brža, to traže i veće zadatke. Mali kakav zadatak, recimo dva broja da se zbroje ili pomnože, nitko neće povjeriti kompjutoru, sâm će ih izračunati onim pomagalom, koje mu je od djetinstva uliveno u mozak, najosnovnijim pravilima zbrajanja i množenja, najosnovnijim jedanputjedan, još uvijek do sada najjeftinijom mašinom, koju svatko svuda nosi sa sobom. Ako je zadatak veći, upotrebiti će računski stroj ili električni, a samo kod zaista velikih zadataka, gdje iste tipove računanja, iste programe, treba masovno upotrebiti, tu dolaze do izražaja računari-kompjutori. Ovi vjerojatno neće posve istisnuti jednostavnija pomagala, koja će već naći svoja područja primjene, svoje optimume.

Evo npr. kod rada studenata na geodetskim vježbama. Još do nedavna kod učenja poligonskog računa gotovo isključivo su se koristile logaritamske tablice. Goniometrijske funkcije vadile su se iz tih tablica putem logaritama. Danas studenti rade s mašinama i tablicama prirodnih vrijednosti goniometrijskih funkcija. Da li će to kompjutori zamijeniti? Kod početnih vježbi sa studentima vjerojatno ne. Kompjutori će doći u dalnjoj fazi masovnijeg računanja, kad je osnovna faza izobrazbe već prijeđena.

Dakle, osim kompliciranih strojeva-automata vjerojatno će se još dugo koristiti i jednostavnija sredstva računanja, prvenstveno ručne mašine. Kažem ručne a ne električne, jer su potonje skuplje, dodana im je električna komponenta, dakle i lakše se kvare itd. Kod rada npr. studenata to nije od male važnosti.

Tako smo došli i do normalnog pomagala poligonskog računanja do *Poligometrijskih tablica*, prvenstveno tablica prirodnih vrijednosti goniom. funkcija *sin*, *cos*, *tg* i *ctg*.

Adresa autora: Dr ing. Nikola Neidhardt, Šumarski fakultet, Zagreb

Ovdje želim ispitati samo jedan mali naoko sasvim neznatan detalj. Da li ovakove tablice da su npr. od *10"* do *10"* ili *30" do 30"* pa da se kod običnih poligonskih vlakova upotrebljavaju *bez ikakove interpolacije* ili da budu, kako je uobičajeno, od minute do minute s interpoliranjem za sekunde? Bez interpolacije student bi manje griješio a brže radio.

Ako za računanje koordinatnih razlika Δy i Δx u poligonskom računu za sve smjernjake (kuteve smjera, smjerne ili direkcione uglove) iz tablica vadimo goniometrijske funkcije *sin* i *cos* za najbližim recimo *10"* ili općenito *a"*, koliko maksimalno odstupanje u poligonskom računanju možemo očekivati samo iz toga izvora?

Nazovimo smjernjake s α, poligonske stranice d, koordinate veznih tačaka y_p, x_p (početak) i y_z, x_z (završeno). Imamo:

$$[\Delta y] = [d \sin \alpha] \qquad [\Delta x] = [d \cos \alpha] \tag{1}$$

$$f_y = (y_z - y_p) - [\Delta y] \qquad f_x = (x_z - x_p) - [\Delta x] \tag{2}$$

$$f_d = \sqrt{f_y^2 + f_x^2} \tag{3}$$

gdje je f_d završno linearno odstupanje vlaka, koje služi kao mjera, da li je vlak dobro mjeren i izračunan.

Neka su $\alpha_1, \alpha_2 \, . \, . \, . \, . \, \alpha_n$ nezaokruženi smjernjaci tj. smjernjaci izraženi do na jedinične sekunde. Ako ih zaokružujemo na najbližih npr. *10"* ($= a$) dolazi do njihovih pogrešaka zaokruživanja $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2 \, . \, . \, . \, .$ Smatramo li ove diferencijalnim veličinama, na koordinatne razlike

$$\Delta y = d \sin \alpha \quad i \quad \Delta x = d \cos \alpha \tag{4}$$

djeluju ovako:

$$d\Delta y = d \cos \alpha \, \Delta\alpha \qquad d\Delta x = -d \sin\alpha \, \Delta\alpha \tag{5}$$

Prema tome zbrojevi $[\Delta y]$ i $[\Delta x]$ zbog spomenutog zaokruživanja pogrešni su za iznose δ_y i δ_x:

$$\delta_y = [d \cos \alpha \, \Delta\alpha] \quad i \quad \delta_x = [-d \sin \alpha \, \Delta\alpha] \tag{6}$$

Za iste iznose iz istog razloga biti će pogrešni i f_y odnosno f_x iz (2). Kod toga smatramo koordinate veznih tačaka bespogrešnima.

Pitajmo se: kada iznosi (6) poprimaju *maksimalne* vrijednosti? Očito uglavnom onda, kada su svi $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2 \, . \, . \, . \, . \, \Delta\alpha_n$ i *maksimalni i istoga predznaka*. Dakle

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = \, . \, . \, . \, . \, . \, \Delta\alpha_n = a/2$$

jer, ako zaokružujem na najbližih npr. *10"* ili a, onda je maksimalna pogreška zaokruživanja uglavnom $a/2$. Prema tome formule (6) prelaze u maksimume:

$$\delta_y^{max} = [d \cos\alpha] \frac{a}{2\varrho} = [\Delta x] \frac{a}{2\varrho} \tag{7}$$

$$\delta_x^{max} = [-d \sin\alpha] = \frac{a}{2\varrho} = -[\Delta y] \frac{a}{2\varrho} \tag{8}$$

Maksimalno odstupanje *ordinatno* ovisi dakle o *zbroju apscisnih* a *apscisno* o zbroju *ordinatnih razlika.*

Prema tome upliv na f_d iz (3) bi u maksimumu iznosio cca:

$$\delta_d^{max} = \frac{a}{2\varrho} \sqrt{[\Delta y]^2 + [\Delta x]^2} \qquad (9)$$

Pošto su vlakovi redovno *ispruženi,* uglavnom imamo maksimalno:

$$\delta_d^{max} = \frac{a}{2\varrho} D \qquad (10)$$

gdje je D dužina vlaka.

Dakle, ako iz tablice vadimo samo za smjernjake zaokružene na najbližih npr. *10'' (a)*, onda je maksimalni $\Delta\alpha$ jednak $a/2 = 5''$, dakle:

$$\delta^{max} = \frac{5''}{206\,265''} D = \text{cca} \frac{D}{40\,000} \qquad (11)$$

Kod običnih poligonskih vlakova mjerenje dužina znatno je netačnije od toga. Prema tome dovoljno je kod takovih vlakova koristiti tablice i s intervalima *10'' bez ikakove interpolacije.*

Naglašavam da je iznos (11) cca maksimum uslijed zaokruživanja smjernjaka na najbližih *10''* kod vađenja funkcija *sin* i *cos* iz tablica, jer je mala vjerovatnost, da će u čitavom vlaku svi smjernjaci biti baš za maksimalno istosmjerno zaokruženi.

Da problem osvijetlim i sasvim konkretno uzeo sam 10 prvih poligonskih vlakova komasacije Drenovci i računao ih na običan način s poligonometrijskim tablicama i interpolacijom za sekunde (Poligonometrijske tablice i tablice prirodnih vrijednosti goniom. funkcija po F. G. Gaussu, Zagreb 1950) te s tablicama Pettersa (Šestiznačnije tablici trigonom. funkcii, Moskva 1966). Potonje tablice su doduše 6-znamenkaste, ali vadio sam iz njih samo na 5 decimala. Upotrebljene tablice po Gaussu su 5-znamenkaste.

Dužine vlakova D, odstupanja f_y, f_x, f_d za običan te razlike od njih δ_y, δ_x i δ_d za način zaokruživanja smjernjaka na najbližih *10''* izneseni su u tablici *1*. Vidi se, da zaokruživanje smjernjaka na najbližih *10'' skoro ništa* ne mijenja završna linearna odstupanja običnih poligonskih vlakova. U nijednom od tih prvih 10 vlakova zaokruživanje ne djeluje da bi f_d zbog toga prešao maksimalno dozvoljene granice.

Tablica 1

Br.	D	f_y	f_x	f_d	δ_y	δ_x	f'_d	δ_d $f_d - f'_d$	δ_d/D
1	503.8	—0,01	+0,03	0,032	0,01	0,00	0,036	0,004	1/126000
2	909,9	—0,06	+0,09	0,108	0,01	0,01	0,094	0,014	1/65000
3	592,2	—0,03	+0,10	0,104	0,01	0,00	0,108	0,004	1/148000
4	1279,9	—0,11	—0,09	0,141	0,01	0,00	0,134	0,007	1/182000
5	829,3	+0,09	—0,13	0,158	0,02	0,00	0,152	0,006	1/138000
6	501,3	+0,01	+0,03	0,031	0,00	0,00	0,031	0,000	0
7	595,0	—0,08	+0,13	0,150	0,00	0,00	0,150	0,000	0
8	565,4	+0,07	—0,28	0,294	0,00	0,00	0,294	0,000	0
9	680,1	+0,02	—0,23	0,231	0,00	0,00	0,231	0,000	0
10	866,1	—0,16	+0,24	0,257	0,01	0,01	0,255	0,002	1/433000

Pripominjem da razlike obaju načina u tabeli *1* ni ne izviru samo iz zaokruživanja smjernjaka kod vađenja iz tablica već još i iz tabličnih izvora (linearna interpolacija, zaokruživanja u samim tablicama). Navodim i to, da su iznosi u tabeli *1* u hvatima, jer je spomenuta komasacija svojevremeno računata u hvatnoj mjeri.

Nekada je računanje poligonske mreže Drenovaca vršeno s goniometrijskim funkcijama na 6 decimala. Međutim ovo ispitivanje je pokazalo, da je računanje sa 5 decimala posve zadovoljavajuće, makar se k tome i smjernjaci kod računanja koordinatnih razlika zaokruživali na najbližih *10"*.

Ako bi smjernjake zaokruživali čak na pune minute, onda bi a bio *60"*, dakle $a/2 = 30''$ tj. 6 puta veće nego u formuli (11) pa bi maksimalni δ_d bio $D/6660$ što bi za izvjesne slučajeve također moglo biti zadovoljavajuće (tahimetrički i busolni vlaci). A kod $a = 30''$ tj. zaokruživanja smjernjaka na najbližih *30"* bilo bi maksimalno $\delta_d = D/13\,300$.

ABRUNDEN DER RICHTUNGSWINKEL BEI BERECHNUNG DER KOORDINATEN-UNTERSCHIEDE IN POLYGONZÜGEN

Beim Rechnen der Polygonzüge mittels gewöhnlicher Rechenmaschinen werden Tafeln goniometrischer Funktionen gebraucht. Der Autor stellt die Frage: inwieweit dabei Abrundungen der Richtunswinkel gestattet seien.

Es bedeuten: α Richtungswinkel, d Seiten (Summe D), y_p, x_p (Anfang), y_z, x_z (Ende) Anschlusskoordinaten, Δ_y, Δ_x Koordinatenunterschiede, $\Delta\alpha$ Abrundungsfehler der Richtungswinkel. Der Einfluss der Abrundungsfehler auf die Abschlussfehler sind mit δ_y, δ_x, δ_d bezeichnet. Dieselben werden maximal, wenn alle $\Delta\alpha$ maximale Beträge ($a/2$) mit denselben Vorzeichen einnehmen. Beim Abrunden auf die nahesten *10"* (a) geben die Ausdrücke (10) und (11) annähernd die maximalen δ_d an.

Bei den gewöhnlichen Polygonzügen üben die Abrundungen der Richtungswinkel auf *10"* keinen merklichen Einfluss aus (11). Dies wird auch durch die Berechnung von 10 konkreten Zügen (Tafel *1*, Längen in Klafter) bestätigt.

Beim Abrunden auf nacheste *30"* ($a/2 = 15''$) sowie auf volle Minuten (sex.) geht der maximale Wert (11) in $D/13300$ bzw. in $D/6600$ über, was noch immer bei Tahymeter- und Bussolenzügen annehmbar würde.