

APSOLUTNO ODREĐIVANJE UBRZANJA SILE TEŽE

Stjepan KLAČ — Zagreb

Pod apsolutnim određivanjem ubrzanja sile teže podrazumijevamo, kao što je poznato, određivanje ubrzanja sile teže u potpunom iznosu što se, prema teoretskim uvjetima, svodi na mjerenje dužina i vremena.

Osim toga ubrzanje sile teže nije konstantno na Zemlji. Ne mislimo pri tome određivanje razlika ubrzanja sile teže između pojedinih tačaka—stajališta.

Poznavanje ubrzanja sile teže je neophodno svuda gdje se susrećemo s jedinicama koje su povezane s težinom ili s općim pojmom sile. Za određivanje atmosferskog pritiska potrebno je veoma tačno poznavanje sile teže a s tim je povezano i određivanje internacionalne temperaturne skale. Za određivanje tačke ključanja vode s tačnošću $10^{-4}C$ mora se poznavati pritisak zraka a time i ubrzanje sile teže s tačnošću $3 \cdot 10^{-8}$. Za geodeziju odnosno primijenjenu geofiziku poznavanje ubrzanja sile teže je veoma važno radi određivanja oblika Zemlje odnosno ispitivanje unutrašnjosti Zemlje. Budući da za sve ovakve zadatke moramo razviti velike gravimetrijske mreže, u kojima danas u načelu vršimo mjerenje gravimetrima (relativno određivanje), moramo na što većem broju tačaka (stajališta) poznavati apsolutne vrijednosti ubrzanja sile teže radi svođenja mjerenja različitim gravimetrima na isti miligal.

Osim toga ubrzanje sile teže nije konstantno na Zemlji. Ne mislimo pri tom na vremenske promjene izazvane silom uzročnicom Zemljinih doba, već za promjene koje se javljaju u većim vremenskim razmacima. Da bismo mogli utvrditi takve promjene, koje bi mogle nastati i promjenom konstante gravitacije, moramo poznavati što tačnije vrijednosti ubrzanja sile teže na što većem broju tačaka. To se postiže ponavljanjem apsolutnih određivanja ubrzanja sile teže na istim tačkama—stajalištima — po mogućnosti različitim metodama odnosno instrumentima. Budući da su apsolutna određivanja ubrzanja sile teže veoma opsežna i zahtijevaju veliku preciznost izvode se na malom broju stajališta, a obzirom na postignutu tačnost (0.5—1.0 mgal) veoma je teško zadovoljiti neke prethodno nabrojene zadatke.

Spomenimo, radi ilustracije, da osim apsolutnog ubrzanja sile teže, koje uobičajeno označujemo simbolom— g , postoji u fizici još jedna fundamentalna veličina, a to je brzina svjetlosti— c , koju također ne poznajemo s dovoljnom tačnošću za određene zadatke. Ako bismo uspjeli odgovarajućim postupkom, npr. slobodnim padom, povezati ubrzanje sile teže— g i brzinu svjetlosti— c

mogli bismo uz poznato ubrzanje sile teže (dobiveno nekim drugim postupkom) zaključivati o brzini svjetlosti-c.

Za apsolutno određivanje ubrzanja sile teže, prema današnjem stanju instrumentalne tehnike, stoje nam na raspoloženju: reverzionaj njihala, njihala na niti i različite varijante slobodnog pada. Princip reverzionog njihala otkrio je Huygens 1763. godine i s različitim tipovima takovih njihala su izvršena brojna apsolutna određivanja ubrzanja sile teže. Na početku ovog stoljeća odredili su Kühnen i Furtwängler takovim njihovima (firme Repsold) apsolutnu vrijednost ubrzanja sile teže u Geodetskom Institutu u Potsdamu (981.274 mgala). Tom je prilikom korišteno pet reverzionih njihala. Navedena definitivna vrijednost ubrzanja sile teže služila je dugi niz godina kao fundamentalna-osnovna — za sva gravimetrijska određivanja i računanja. (Prije Potsdama služila je kao osnovna vrijednost ona koja je određena u Vojnogeografskom Institutu u Wenu). Međutim, usprkos veoma brižljivo provedenom određivanju u Postdamu i uzimanju u obzir mnogih korekcija, za eliminiranje utjecaja pogrešaka, ipak je ta vrijednost prevelika za cca 14 mgla što su pokazala mnoga kasnija apsolutna i relativna određivanja ubrzanja sile teže. Interesantno je napomenuti da određivanja Kühnena i Furtwänglera daju rezultat 981260 mgla ako se u konačnom izjednačenju ne uzme u obzir, teoretski izračunat, elastični utjecaj oštice i ležaja njihala.

Nakon 30 god., Heyl i Cook su, određivši ubrzanje sile teže u Washintonu, prvi upozorili na preveliku vrijednost ubrzanja sile teže u Postdamu. Kod tog mjerenja su upotrebljene različite kombinacije materijala za oštricu i ležaj njihala. Za oštricu njihala se koristio: kvarc, ahata čelik, stelit (legura kobalta, kroma i volframa) a za ležajeve kvarc i stelit. Osim toga mjerenje je vršeno gotovo u zrakopraznom prostoru, kod pritiska zraka od 0.1 mb.

Devet godina kasnije, to je upozorenje potvrđeno apsolutnim određivanjem ubrzanja sile teže u Teddingtonu koje je izvršio Cook. Kod ovog mjerenja su po prvi puta razmaci između ležajeva određeni interferometrijskim načinom. Nakon Drugog svjetskog rata su nastavljena apsolutna određivanja ubrzanja sile teže npr. u Lenjingradu, koja su izvodili Agalecki, Jegorov i Marzinjak.

Oni su koristili tri kvarcna njihala različite dužine a iste mase. Na osnovu poznate formule za vrijeme polunjihaja matematskog njihala.

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

(l—duljina njihala, g—ubrzanje sile teže) lako se može izvesti poznati izraz:

$$\frac{dl}{l} = \frac{dg}{g} \quad \text{odnosno}$$

$$g = dg \frac{l}{dl} \quad (1)$$

(dg—promjena ubrzanja sile teže, dl—promjena duljine njihala).

Određujući ubrzanje sile teže s tri njihala, mogu se eliminirati neki sistematski utjecaji npr. gibanje stativa, odnosno neki efekti koji nastaju između

oštrice njihala i ležaja, kako su to pokazali Agalecki, Jegorov i Marzinjak. Na osnovu izraza (1) oni su postavili slijedeće odnose:

$$\begin{aligned} g &= (g_1 - g) \frac{l_1}{l} \\ g &= (g_2 - g) \frac{l_2}{l} \\ g &= (g_3 - g) \frac{l_3}{l} \end{aligned} \quad (2)$$

gdje se indeksi 1, 2, 3 odnose na prvo, drugo, odnosno treće njihalo dok g označuje konačnu vrijednost ubrzanja sile teže. Razmatrajući za tren samo dva njihala, prve dvije jednačbe, vidimo da je:

$$\begin{aligned} (g_1 - g) \frac{l_1}{l} &= (g_2 - g) \frac{l_2}{l}, \quad \text{odnosno} \\ g &= \frac{g_1 l_1 - g_2 l_2}{l_1 - l_2} = g_1 + l_2 \frac{g_1 - g_2}{l_1 - l_2} \end{aligned} \quad (3)$$

Rezultat dobiven po toj formuli se veoma dobro slaže s rezultatom dobivenim po formuli koja vrijedi za Besselovo njihalo. Iz posljednjeg izraza se vidi da se određivanje vrijednosti ubrzanja sile teže g svodi na ekstrapolaciju u odnosu na pojedinačne vrijednosti g_1 i g_2 .

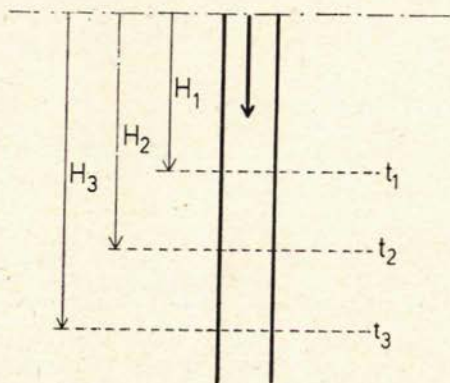
Brojna apsolutna određivanja ubrzanja sile teže, urodila su i mnogim iskustvima koja su se koristila kod idućih mjerenja. Tako je, na primjer, u posljednje desetljeće započelo novo određivanje u Potsdamu kod kojeg se koriste dva reverziona njihala, koja njišu na istom stativu u suprotnom smislu a njihova se reverzija ostvaruje okretanjem cijelog aparata — uređaja. Slična zamisao određivanja ubrzanja se primjenjuje u Fitchburgu (Massachusetts, USA).

U novije vrijeme javljaju se i misli da se za apsolutno određivanje ubrzanja sile teže koristi njihalo u vidu teške mase na dugačkoj niti (približenje matematskom njihalu) produžujući tako primjenu Besselovog njihala. U Leningradu, u istom Institutu u kojem su izvršena ranije spomenuta mjerenja reverzionim njihalima, izvršeno je mjerenje njihalima duljine 21.5 m i 35 m, koja su se nalazila u cijevi promjera 80 cm. U Finskoj su, u posljednje vrijeme, korištena njihala duljine 8 m odnosno 4 m, a razlika dužina je mjerena interferometrijskim postupkom. Čak šta više, u Finskoj predviđaju i određivanje ubrzanja sile teže njihalom na niti dužine 220 m. Kao masa služila bi mesingasta kugla od 20 kg koja bi visjela na najlon niti presjeka 0.5 mm² i 100 g težine. Masa će se objesiti na 110 m i 220 m.

Treći način apsolutnog određivanja ubrzanja sile teže predstavlja slobodan pad. Pojmom slobodnog pada obuhvaćamo ne samo gibanje nekog tijela u jednom smjeru (vertikalnom) nego i vertikalni hitac tj. gibanje nekog tijela u vertikali u oba smjera, tako zvani simetrični pad. Međutim, postoji još

jedna varijanta slobodnog pada tako zvanu kombinirani pad. U tom se slučaju radi o slobodnom padu tijela koje se nalazi unutar neke kutije, a kutija se kreće u zraku pod normalnim pritiskom i spušta (vodi) na nitima. Te niti služe ujedno i za označavanje vremena.

Kod klasičnog slobodnog pada tijelo pada kroz tri ili više horizonata ravnina. Razmotrimo slučaj pada kroz tri horizonta. Momenat početka pada je teško odrediti pa se zato i uzimaju tri horizonta, ali najgornji ne smije biti preblizu tački početka pada. Označimo na sl. 1 visine triju horizonata: H_1 , H_2 , H_3 i momente prolaza: t_1 , t_2 , t_3 .



Slika 1

Na osnovu slike 1 i poznatih zakona mehanike (sastavljeno gibanje od jednolikog i jednoliko ubrzanog) slijedi:

$$H_2 - H_1 = \frac{1}{2} g (t_2 - t_1)^2 + v (t_2 - t_1)$$

$$H_3 - H_1 = \frac{1}{2} g (t_3 - t_1)^2 + v (t_3 - t_1)$$

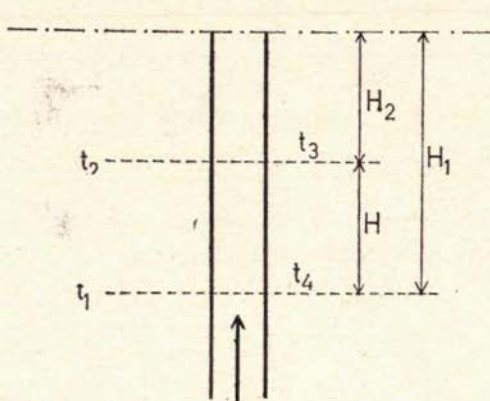
U tim izrazima označuje g -ubrzanje sile teže, a v -brzinu jednolikog gibanja tijela. Eliminiranjem brzine v dobivamo traženu veličinu g iz izraza:

$$g = 2 \frac{(H_3 - H_1) (t_2 - t_1) - (H_2 - H_1) (t_3 - t_1)}{(t_2 - t_1) (t_3 - t_1) (t_3 - t_2)}$$

U slučaju primjene simetričnog pada, tijela prolaze kroz dva horizonta-parelelne ravnine — tako da treba mjeriti četiri momenta prolaza tijela: t_1 , t_2 , t_3 i t_4 i razmak ravnina H , sl. 2.

Označivši vremenski interval od momenta t_1 do povratka tijela u istu ravninu t_4 s — Δt_1 odnosno vremenski interval između momenta t_2 i povratka t_4

jela u istu ravninu t_3 s — Δt_2 možemo pisati na osnovu slike 2 i poznatih formula kinematike:



Slika 2

$$v_1 = g \frac{\Delta t_1}{2}$$

$$v_2 = g \frac{\Delta t_2}{2} \quad \text{odnosno} \quad (5)$$

$$v_1^2 = 2g H_1$$

$$v_2^2 = 2g H_2 \quad (6)$$

Razlikom izraza (6) dobivamo:

$$v_1^2 - v_2^2 = 2g (H_1 - H_2) = 2gH$$

Uvrštenjem (5) u posljednji izraz slijedi:

$$g^2 \frac{\Delta t_1^2}{4} - g^2 \frac{\Delta t_2^2}{4} = 2gH \quad \text{ili konačno}$$

$$g = \frac{8H}{\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2} = \frac{8H}{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2} \quad (7)$$

Premda je ideja o primjeni slobodnog pada za apsolutno određivanje ubrzanja teže stara već cca 50 godina ipak je ostvarena tek pedesetih godina ovog stoljeća i to u Sèvresu kraj Pariza i Lenjingradu. Slična su mjerenja izvršena i u Braunschweigu, Ottawi, Tokiu itd. U tim su slučajevima za tijela koja padaju upotrebljeni štapovi—mjerila dok se u posljednje vrijeme koriste i tkzv. trostrana zrcala odnosno druga tijela. Trostrana zrcala imaju svojstvo da se kod male promjene smjera zrcala reflektiraju zrake svjetlosti u isti smjer. Prvi rezultati s trostranim zrcalima su postignuti u Princetonu (New

Jersey, USA). Takova zrcala su korištena u Sèvresu kraj Pariza, Wisconsinu i Sydneyu.

Iz izvještaja Švedske, koji je podnesen na XIV Kongresu Internacionalne Unije za geodeziju i geofiziku 1967. godine u Luzernu, vidi se da je u Stockholmu izrađen uređaj za apsolutno određivanje ubrzanja sile teže u kojem se koriste kugle koje padaju. Osim toga na zasjedanju Internacionalne Gravitometrijske Komisije je objavljeno da je u Boulderu (Colorado, USA) za određivanje ubrzanja sile teže na principu slobodnog pada (interferometar koji pada) primijenjena i tehnika lasera. Kombinirani pad su primijenili Agalecki, Egorov i Marzinjak u Lenjingradu na istom mjestu gdje je izvršeno i mjerenje reverzionim njihovima. Slično mjerenje je izvršeno i u Gaithersburgu (USA), a u Švedskoj je primijenjen nov postupak s tri trostrana zrcala u posebnoj kutiji koja također pada, dok je put mjeren pomoću lasera.

Kod uspoređivanja metoda određivanja ubrzanja sile teže treba upozoriti na utjecaj mikroseizmike koji je vrlo važan kod slobodnog pada, jer se taj odvija u veoma kratkom vremenu, dok nije uopće bitan za mjerenja njihovima, koja se odvijaju u duljem vremenskom intervalu. Obzirom na okolnost da se takovi utjecaji veoma teško uzimaju u obzir to oni štetno utječu na postizavanje određene tačnosti. Pojedini autori misle da je vertikalna hitac prikladniji za određivanje ubrzanja sile teže od klasičnog slobodnog pada radi jednake brzine kod bacanja u vis i padanja i duljeg vremena kretanja tijela.

Radi ilustracije sadašnjeg stanja na području apsolutnog određivanja ubrzanja sile teže navodimo tabelarni pregled, a pomoću legende je vidljiv način određivanja. (Vidi stranu 110 i 111).

Reicheneder	Njihala	Slobodan pad	Razlika
Bez približnih vrijednosti	— 13.5	— 13.7	— 0.2
S približnim vrijedn.	— 13.2	— 13.8	— 0.6

Usporedbom rezultata vidimo da se podaci, koji se odnose i na istu godinu i autora često ne slažu. Potpuno slaganje je ostvareno samo u pet slučajeva. Na osnovi podataka u prethodnom pregledu izračunate su srednje razlike prema Potsdamskoj vrijednosti u mgalima i prikazane u slijedećim tablicama.

Graf	Njihala	Slobodan pad	Razlika
Bez revidiranih vrijednosti	— 12.3	— 12.2	+ 0.1
S revidiranim vrijedn.	— 11.6	— 12.2	— 0.6

Srednja razlika bez obzira na metodu određivanja iznosi kod Reichenedera — 13.6 mgala, a kod Grafa — 11.9 mgala.

Računamo li srednju razliku prema Potsdamu samo iz onih podataka koji se slažu kod oba autora, bez obzira na metodu određivanja, to bismo dobili: —11.6 mgala.

Prema tome, vidimo da je vrijednost ubrzanja sile teže u Potsdamu prevelika za cca 12 do 14 mgala. Svakako je još prerano govoriti o definitivnoj korekciji Potsdamske vrijednosti ubrzanja sile teže, ali očito su ti rezultati u vrlo dobrom slaganju s preporukom br. 22 Internacionalne Asocijacije za geodeziju, Luzern 1967. godine, koja preporučuje za vrijednost ubrzanja u Potsdamu 981260 mgala. Na osnovi tog podatka slijedi korekcija od 14 mgala što se dobro slaže s izračunatim vrijednostima.

Osim toga, iz predočenih podataka se vidi dobro podudaranje rezultata njihala i različitih varijacija slobodnog pada, odnosno razlike tih metoda, kod oba autora, su manje od srednjih pogrešaka određivanja sile teže.

Obzirom na sadašnju rasprostranjenost apsolutnog određivanja ubrzanja sile možemo se nadati da će ubuduće biti izvršeno još mnogo više određivanja na istim mjestima, s različitim priborima, čime će se još više rasvijetliti izvori sistematskih pogrešaka, poboljšati postojeći rezultati i tačnost i daljim povezivanjem odrediti tačnija vrijednost korekcije Potsdamskog ubrzanja sile teže.

LITERATURA:

1. Anton Graf: Gravimetrische Instrumente und Methoden (Jordan—Eggert—Kneissl, Handbuch der Vermessungskunde, Band Va).
2. Karl Reicheneder: Bedeutung und Entwicklung, der absoluten Schweremessung, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, No 2/1968.
3. H. Moritz: Sonderhefte der Zeitschrift für Vermessungswesen, Hefte 13, Berichte zur XIV Generalversammlung der I. U. G. G.

**PREGLED NOVIJIH REZULTATA APSOLUTNOG ODREĐIVANJA UBRZANJA
SILE TEŽE U ODNOSU NA POTSDAM**

Karl Reichender — Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 2/68.

God.	Mjesto	Metoda	Autor	Postignuta tačnost mgal	Razlika prema Potsdamu mgal
1906.	Potsdam	5 Nj	Kühnen i Furtwängler	± 3,0	0,0
1936.	Washington	3 Nj	Heyl i Cook		— 18,4
1939.	Teddington	1 Nj	Clark		—112,9
1946.	Potsdam	5 Nj	Berroth		— 12,7
			revizija:		
			Jeffreys		— 11,2
1952.	Sèvres	fM	Volet		— 24
1956.	Lenjingrad	3 Nj	Agalecki, Egorov i Marzinjak	± 0,4	— 12,1
	Lenjingrad	gK	„	± 1,6	— 9,3
	Lenjingrad	fM	„	± 2,0	— 7,6
1959.	Sèvres	fM	Thulin	± 0,7	— 12,8
1960.	Ottawa	fM	Preston— Thomas i dr	± 1,5	— 13,7
1960.	Buenos Aires	Nj	Baglietto	približno	— 12
1963.	Princeton	fT	Faller	± 0,7	— 15,1
1965.	Teddington	sK	Cook	± 0,13	— 13,7
1965.	Tokio	fM	(Sakuma), Senda i dr.	približno	— 15,2
1965.	Gaithersburg	gM	Tate	± 0,3	— 13,2
1967.	Sèvres	sT	Sakuma	± 0,1 približno	— 13,8

(Nj—reverziono njihalo, f—slobodan, s—simetričan, g—kombinirani pad, M—mje-
rilo, T—trostrano zrcalo; K—druga mala tijela, P—slobodan pad bez obzira na va-
rijante.)

**PREGLED NOVIJIH REZULTATA APSOLUTNOG ODREĐIVANJA UBRZANJA
SILE TEŽE U ODNOSU NA POTSDAM**

Anton Graf Jordan, Eggert, Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band Va.

God.	Autor	Metoda	Razlika prema Potsdamu mgal	
1936.	Heyl i Cook	Nj	— 17,5	— 15,9 revizija: Jeffreys
1939.	Clark	Nj	— 12,3	— 10,7
1906.	Kühnen i Furtwängler	Nj		— 10,7 revizija: Dreyden, Jeffreys, Berroth i
1956.	Agalecki i Egorov	Nj		— 12,1
1956.	Agalecki	P		— 9,3
1955.	Marzinjak	P		— 7,5
1961.	Thulin	P		— 14,9
1961.	Preston—Thomas	P		— 13,1
1957.	Baglietto	Nj		— 8,6
1963.	Faller	P		— 11,8
1965.	Cook	P		— 13,7
1965.	Tomonaga	P		— 15,2 približna vri- jednost prema Okudi

(Nj—reverziono njihalo, f—slobodan, s—simetričan, g—kombinirani pad, M—mje-
rilo, T—trostrano zrcalo; K—druga mala tijela, P—slobodan pad bez obzira na va-
rijante.)