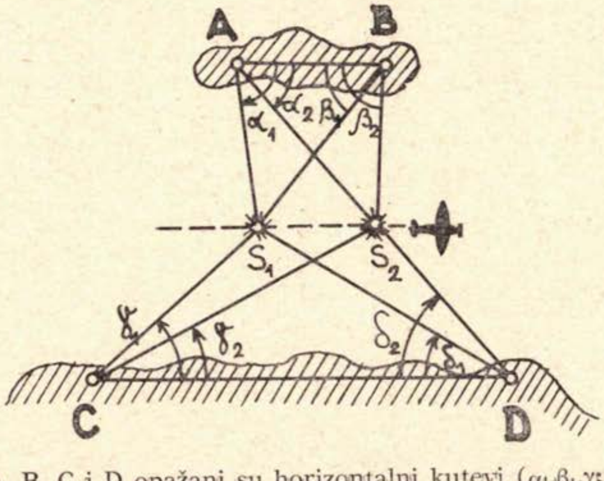
SATELITSKA TRIANGULACIJA

Miljenko SOLARIĆ — Zagreb

UVOD — Klasičnom triangulacijom mogli su se povezati u isti koordinatni sistem samo oni otoci koji nisu daleko od kontinenta, tj. koji nisu odvojeni velikim vodenim prostranstvima. To je zbog toga što je direktno viziranje s jedne tačke na drugu u triangulacionoj mreži ograničeno sefericnošću Zemlje. Korištenjem vrhova visokih gora pri dobrim atmosferskim uvjetima i s jakim svjetlosnim signalima mogu se izmjeriti kutevi između tačaka koje su udaljene od mjesta opažanja najviše 300—400 km.

Dvadesetih godina našeg stoljeća željelo se je povezati triangulacione mreže Evrope i Afrike preko otoka Kreta, pa je tada bio predložen novi način koji se sastojao u slijedećem:



Slika 1

Iz tačaka A, B, C i D opažani su horizontalni kutevi ($\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, i δ_1) istovremeno (sinhrono) na svjetlosni signal S_1, a zatim je to isto ponovljeno i za svjetlosni signal S_2. Tada se je moglo presjekom naprijed odrediti koordinate svjetlosnih signala S_1 i S_2, a zatim presjekom nazad izračunati koordinate tačaka koje smo željeli povezivati u jedan koordinatni sistem.

Taj je način unio u geodeziju dva nova elementa: korištenje pomičnih vizirnih ciljeva i sinhronih opažanja takvih ciljeva s opažačkih stanica.

Isto tako principijelno novi važan prijedlog dao je finski astronom-geodeta Väisälä* 1964. godine. Prijedlog je u ovome: Iz dvije tačke sa zemljine

* - u radu »An Astronomical Method of Triangulation«, koji je štampan Sitz. Finischen Acad. Wiss., 1946, autor Y. Väisälä dao je nekoliko prijedloga korištenja svjetlećih ciljeva snimljenih zajedno sa zvijezdama na nebeskom svodu za povezivanje dalekih otoka u jedinstveni koordinatni sistem.

Adresa autora: Miljenko Solarić, dipl. ing - Geodetski fakultet, Zagreb - Klaićeva 26

površine sinhrono (u isti momenat) se fotografira pomični cillj zajedno sa zvijezdama na nebeskom svodu. Ta je ideja otvorila u geodeziji sasvim nove perspektive određivanja dimenzija i oblika Zemlje.

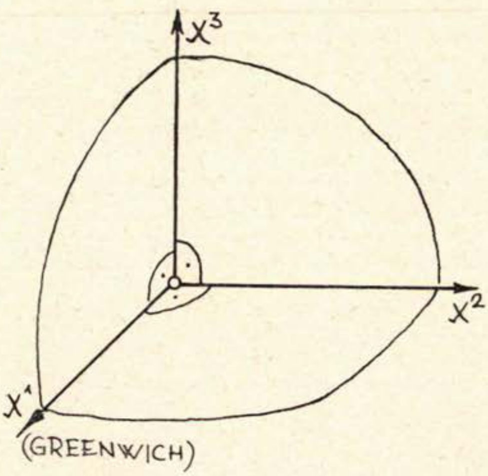
Mjereći i obrađujući metodama fotografske astrometrije položaje svjetlosnih ciljeva sa snimka u odnosu na zvijezde nalazi se rektascenzija α i deklinacija δ svjetlećeg objekta. Te koordinate određuju u momentu snimanja pravac »opažačka stanica — svjetlosni cilj« u istom onom koordinatnom sistemu u kojem je poznat položaj zvijezda. Takvim načinom umjesto mnogobrojnih mjesnih koordinatnih sistema (tradicionalne geodezije), vezivanih za vertikale u tačkama opažanja, omogućeno je da se koristi jedinstveni univerzalni koordinantni sistem (u kojem je dat položaj zvijezda) na svim tačkama zemljine površine. Osnovni elemenat u toj metodi postao je pravac u ravnini neke »sinhrone plohe«, koja prolazi kroz obadvije opažačke stanice i svjetlosni cilj.

Takva triangulacija, dobila je ime zvjezdana ili astronomska triangulacija.

Poslije izbacivanja prvih USZ** u orbitu oko Zemlje pojavila se mogućnost da se oni iskoriste kao svjetlosni ciljevi, pa se tada razvila takozvana satelitska triangulacija, bazirajući se na idejama spomenute zvjezdane triangulacije.

KOORDINATNI SISTEMI

Geocentrični pravokutni koordinatni sistem — Ishodište ovog pravokutnog sistema nalazi se u centru mase Zemlje, a os x^3 je usmjerena prema srednjem položaju Sjevernog pola od 1900. do 1905. godine, kao što je bilo određeno Internacionalnom službom za promjenu širina. Os x^1 leži u srednjoj ekvatorijalnoj ravnini, (tj. ravnini koja je okomita na osi x^3) i prolazi meridijan Greenwich.

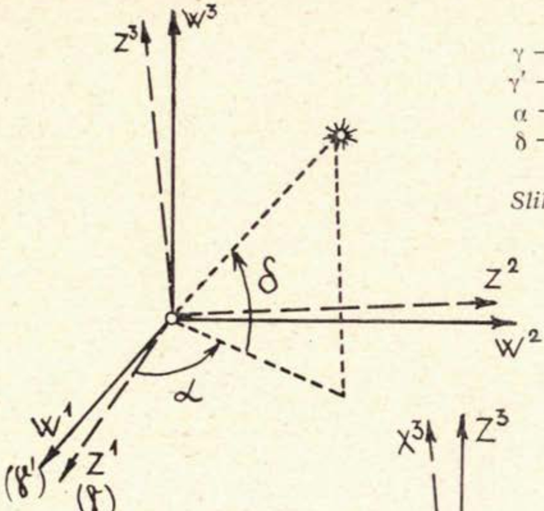


Slika 2

Taj koordinatni sistem fiksiran je u odnosu na zemljinu površinu, i koordinate bilo koje tačke na Zemlji su fiksne i ne mijenjaju se s vremenom, ako se zanemari gibanje zemljine kore.

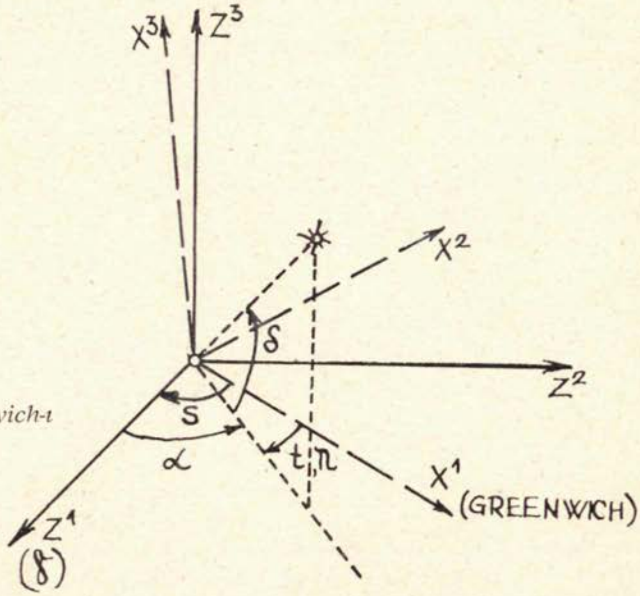
** - skraćenica za umjetni satelit Zemlje.

Zvjezdani koordinatni sistem — Zvjezdani koordinatni sistem je definiran sa srednjom ekvatorijalnom ravninom i srednjim položajem tačke ravnodnevnice za neku epohu T_0. Os W^1 leži u presjeku srednje ekvatorijalne ravnine i ravnine koja prolazi kroz srednji položaj sjevernog pola i tačku (γ'), a os W^3 je okomita na srednju ekvatorijalnu ravninu, tj. usmjerena je prema srednjem položaju Sjevernog pola.



γ — istiniti položaj proljetne tačke
γ' — srednji položaj proljetne tačke
α — rektascenzija
δ — deklinacija

Slika 3



S — zvijezdano vrijeme u Greenwichtu
t — satni kut u Greenwich-u
λ — dužina

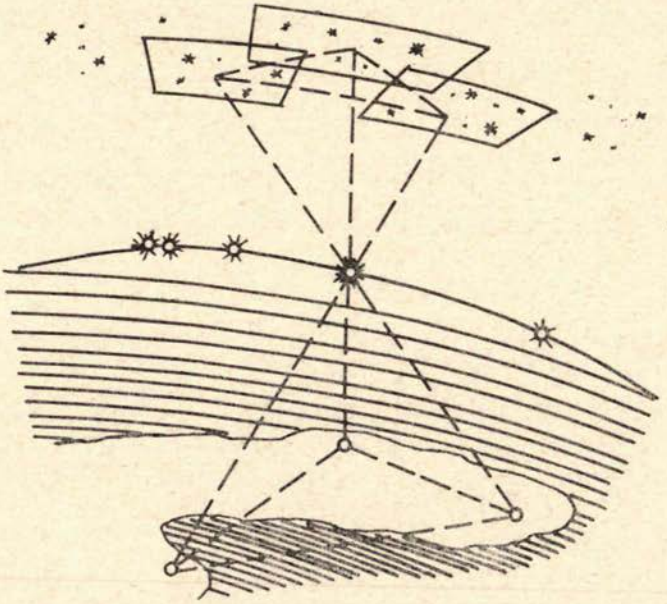
Slika 4

Siderički koordinatni sistem — Osi sideričkog koordinatnog sistema su orijentirane k istinitom polu i istinitoj proljetnoj tački u momentu T. To je na slici 3 Z^i sistem.

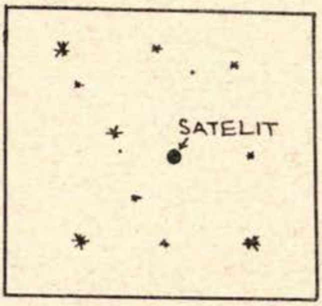
Siderički i geocentrični koordinatni sistemi su povezani pomoću zvjezdanog vremena S, kao što se vidi sa slike4, pa se mogu na osnovu izvjesnih formula izračunati koordinate tačaka u bilo kojem sistemu, ako su poznate u u jednom od njih.

ODREĐIVANJE PRAVCA OPAŽAČKA STANICA — SATELIT

Budući da se zvijezde nalaze na vrlo velikim udaljenostima od Zemlje (najbliža zvijezda je udaljena od Zemlje 4,5 svjetlosnih godina, a radius zemlje izražen pomoću brzine svjetlosti je svega oko 1/50 svjetlosne sekunde), može se pravac »centar Zemlje — zvijezda« uvijek smatrati paralelnim s pravcem na zvijezdu iz bilo koje tačke na površini Zemlje. Ovo se koristi i pri određivanju pravca opazačka stanica — satelit.



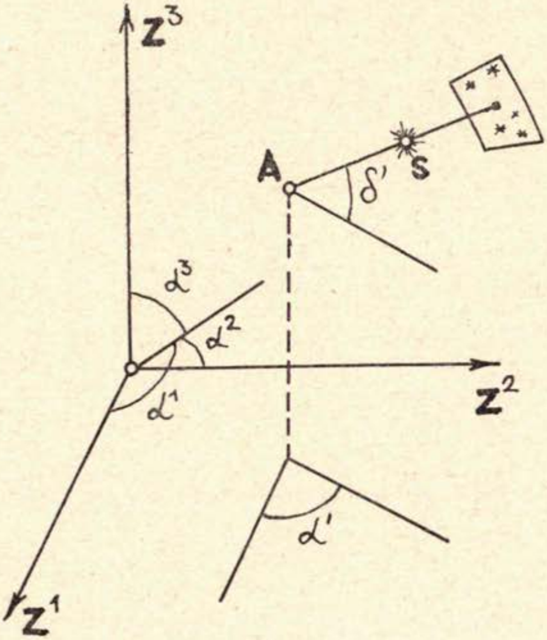
Slika 5a



Slika 5b

Položaj zvijezda, tj. pravci prema zvijezdama dati su u raznim katalozima s rektascenzijom i deklinacijom, pa se tako zna položaj pravca centar Zemlje —zvijezda, a time istovremeno i pravca iz bilo koje tačke na površini Zemlje prema istoj zvijezdi.

Na snimku se izmjeri položaj satelita u odnosu na zvijezde kojima se zna položaj, tj. njihova rektascenzija α i deklinacija δ na osnovu kataloga, pa se tada može odrediti topocentrična rektascenzija α' i topocentrična deklinacija δ' za satelit. Izmjerene veličine treba uvijek korigirati zbog raznih utjecaja, među kojima i paralaktične refrakcije. Ova popravka dolazi zbog toga što se satelit nalazi na konačnoj udaljenosti još uvijek u visokim slojevima atmosfere), pa će se pojaviti razlika između izračunatog iznosa optičke refrakcije za zvijezde i satelit.



A — opažačka stanica, S — satelit, — proljetna tačka — Slika 6

Ako se uvedu oznake

$$l^1 = \cos \alpha^1 ,$$
$$l^2 = \cos \alpha^2 ,$$
$$l^3 = \cos \alpha^3 ,$$

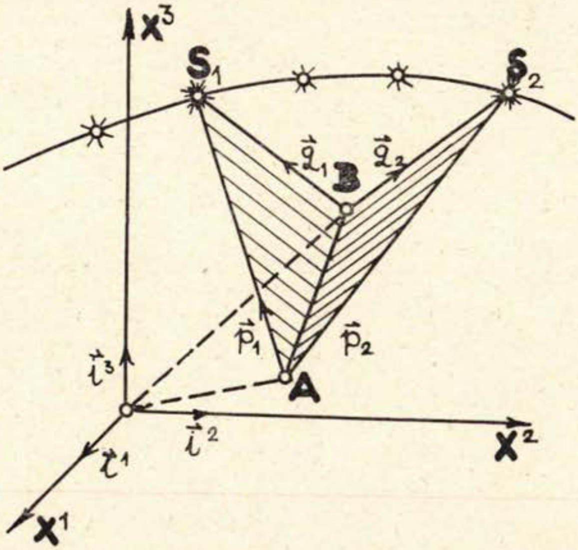
tada se mogu napisati slijedeći odnosi između α' δ' i l^i

$$l^1 = \cos \delta' \cdot \cos \alpha'$$
$$l^2 = \cos \delta' \cdot \sin \alpha'$$
$$l^3 = \sin \delta'$$

prema kojima se na osnovu sa snimaka izmjerenih položaja satelita (α' i δ'), mogu izračunati kosinusi kuteva mjerenog pravca »opažačka stanica — satelit« u Z^i sistemu.

ODREĐIVANJE PRAVCA IZMEĐU OPAŽAČKIH STANICA IZ SINHRONIH OPAŽANJA USZ

Osnovni princip — Svakim parom sinhronih opažanja USZ iz tačke A i B određivana je sinhrona ravnina, a *presjekom dviju takvih ravnina bit će određen pravac između tačke A i B* (slika 7). Jasno je da se obično izvrši više mjerenja, da što tačnije odredi pravac između tačaka A i B (koje se ne moraju dogledati) i da se metodom najmanjih kvadrata odredi najvjerojatniji položaj pravca što povezuje stanice A i B. O tom problemu pisalo je više autora, a među ostalim radovima treba istaknuti radove Veisa (6), (7) i (8), Aardooma (1), (2), i Žongoloviča (9),



Slika 7

Određivanje pravca — Simultanim opažanjem određeni su položaji pravaca opažačka stanica A — satelit i opažačka stanica B — satelit u prostoru, tj. jedinični vektori $\vec{p}$ i $\vec{q}$. Pisano u koordinatnoj formi bit će:

$$\vec{p} = \underset{A}{k^1} \cdot \vec{i^1} + \underset{A}{k^2} \cdot \vec{i^2} + \underset{A}{k^3} \cdot \vec{i^3}$$

gdje su $\underset{A}{k^i}$ — cosinusi kuteva mjerenog pravca opažačka stanica A — satelit u geocentričnom koordinatnom sistemu i $\vec{i^i}$ — jedinični vektori koordinatnog sistema. Analogni izraz dobit će se i za $\vec{q}$

Kad su iz sinhronih opažanja određeni jedinični vektori $\vec{p}$ i $\vec{q}$ tada je određena i sinhrona ravnina u kojoj leže tačke A, B i S sa jediničnim vektorom $\vec{n}$ koji je okomit na sinhronu ravninu, tj.

$$\vec{n} = \frac{\vec{p} \times \vec{q}}{|\vec{p} \times \vec{q}|} .$$

Određivanje presjeka ravnina u prostoru je trodimenzionalni problem, ali se on može svesti na dvodimenzionalni, ako se upotrebe početne (približne) vrijednosti koordinata tačaka A i B i lokalni koordinatni sistem g^i, koji je smješten sa svojim ishodištem u tačku $\overline{B}$ (tj. približni položaj opažačke stanice B). Osi lokalnog koordinatnog sistema su međusobno okomite i njihovi jedinični vektori su ovako definirani:

$$\vec{g}^3 = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{|\vec{b} - \vec{a}|}, \qquad \vec{g}^1 = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}, \qquad \vec{g}^2 = \vec{g}^3 \times \vec{g}^1,$$

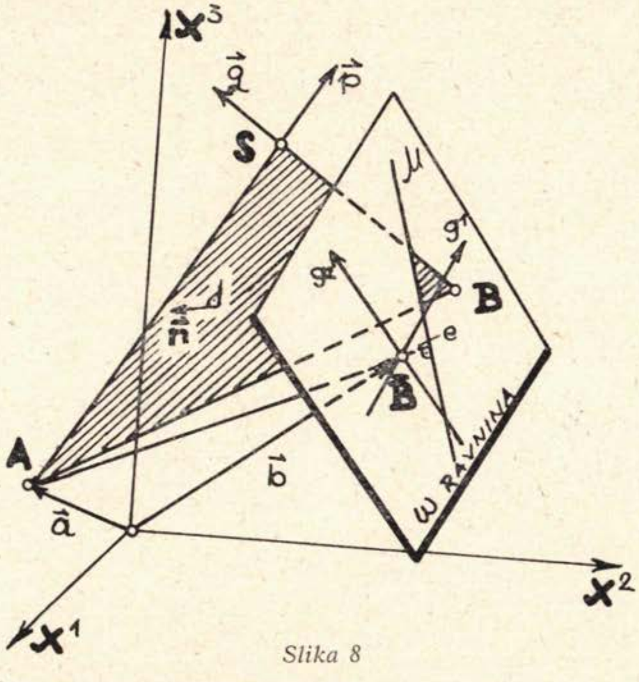
gdje su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ radius-vektori položaja za približne koordinate opažačkih stanica A i B.

Na ω ravnini, koja je određivana jediničnim vektorima $\vec{g}^1$ i $\vec{g}^2$, udaljenost od tačke B do presjeka sinhrone ravnine s ravninom ω bit će data sa:

$e = \vec{n} \times \vec{g}_3 \times \lambda$,

a iz toga slijedi da je približno $(\cos\alpha) \cdot g^1 \cdot \lambda + (\sin\alpha) \cdot g^2 \cdot \lambda = \rightarrow e$,

gdje je sa α označen kut između vektora $\vec{n}$ i $\vec{g}^1$, a sa λ udaljenost između tačaka A i B.



Slika 8

$\overline{B}$ — približni položaj stanice B

B — pravi položaj stanice B

A — približni i pravi položaj stanice A

$\vec{a}$ — vektor položaja stanice A

$\vec{b}$ — vektor položaja za približne kordinate stanice B

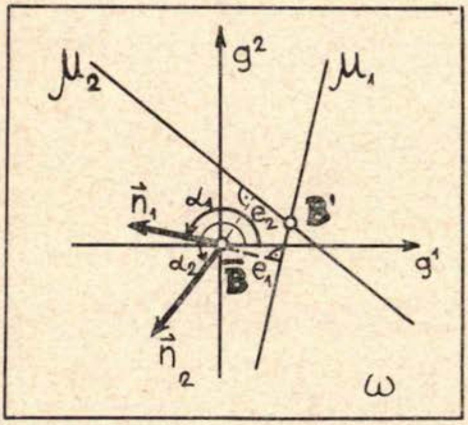
$\vec{n}$ — vektor koji je okomit na ravninu ABS

$\vec{p}$ — jedinični vektor za pravac opažačka stanica A — satelit S

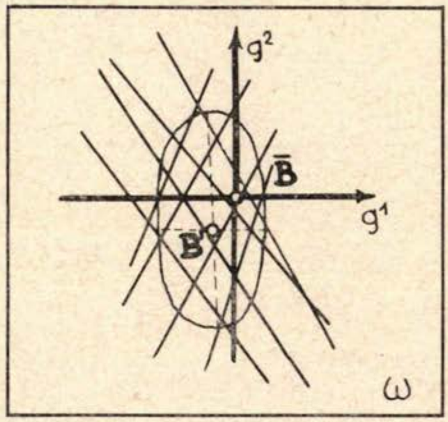
$\vec{q}$ — jedinični vektor za pravac opažačka stanica B — satelit S
μ — presjek sinhrone ravnine s ravninom ω
$\vec{i}$ — jedinični vektori koordinatnih osi

Na slici 9 vidi se da novo određeni položaj pravca AB ne prolazi tačkom $\bar{B}$, već tačkom B', koja je određena kao presjek tragova μ_1 i μ_2*

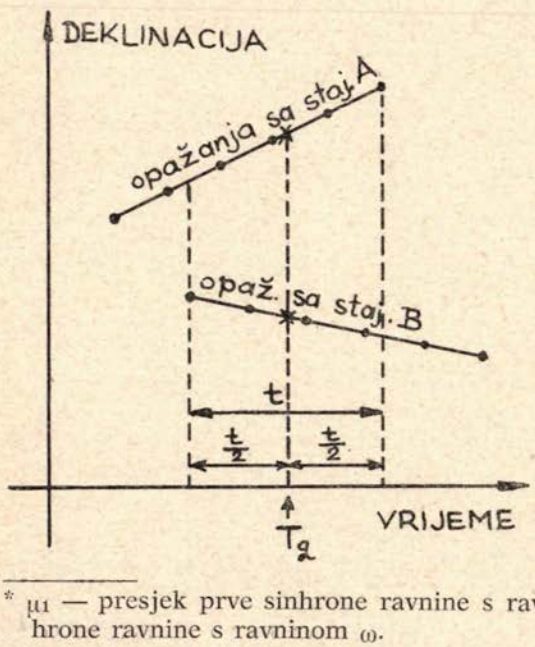
Slika 9



Slika 10



U slučaju da ima više izmjerenih sinhronih ravnina, dobit će se nekoliko tragova presjeka μ^i sinhronih ravnina sa ω ravninom (sl. 10), pa će se po metodi najmanjih kvadrata odrediti najvjerojatniji položaj pravca AB.



Slika 11 — Interpolacija za sintetički simultana opažanja između stanica A i B za moment Tq. Križićem je označena deklinacija USZ na stajalištu A i B za isti moment Tq.

* μ_1 — presjek prve sinhrone ravnine s ravninom ω, a μ_2 presjek druge sinhrone ravnine s ravninom ω.

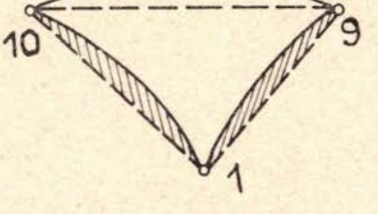
Pri opažanju s Baker-Nuun kamerama postiže se vrlo lako istovremenost opažanja (fotografiranja) s tačnošću od 1 do 2 msek. Veća tačnost za istovremenost rada kamera nije potrebna, jer se, na način pokazan na slici 11, s dovoljnom tačnošću mogu odrediti položaji satelita u odnosu na zvijezde za isti moment opažanja USZ s obadva stajališta (A i B).

O problemu korištenja nesinhroniranih opažanja USZ pisalo je više autora, pri čemu treba istaknuti radove K. Popovic.

UVJET ZA IZJEDNAČENJE TROKUTA

Osnovni element klasične triangulacije je sferni trokut, pa je pri izjednačenju sfernog trokuta uvjet da je suma kuteva jednaka $180° + \varepsilon$ (gdje je ε sferni eksces).

Mreža satelitske triangulacije, za razliku od klasične triangulacije, ima *osnovni element trokut u ravnini,* kojemu vrhovi leže u tačkama fizičke površine Zemlje, a linije koje spajaju vrhove trokuta mogu zbog velike udaljenosti većim dijelom prolaziti ispod površine Zemlje. (Ako su tačke na površini mora, tada linije koje spajaju vrhove trokuta prolaze čitavim svojim putem ispod površine mora).



Slika 12

Iz izloženog slijedi: kad se odrede sva tri pravca u trokutu, na način opisan u prethodnom poglavlju, morat će biti zadovoljen uvjet *da sva tri izmjerena pravca u trokutu leže u istoj ravnini.*

Matematski, ovaj se uvjet* (na primjer za pravce 1—9, 1—10 i 9—10) može napisati ovako:

$$\begin{bmatrix} k^1_{1,9}+\Delta k^1_{1,9} & k^2_{1,9}+\Delta k^2_{1,9} & k^3_{1,9}+\Delta k^3_{1,9} \\ k^1_{1,10}+\Delta k^1_{1,10} & k^2_{1,10}+\Delta k^2_{1,10} & k^3_{1,10}+\Delta k^3_{1,10} \\ k^1_{9,10}+\Delta k^1_{9,10} & k^2_{9,10}+\Delta k^2_{9,10} & k^3_{9,10}+\Delta k^3_{9,10} \end{bmatrix} = 0 \,,$$

gdje su $\Delta k^1_{1,9}, \ldots \Delta k^1_{9,10}$ —popravci kosinusa kuteva, k^i — kosinusi kuteva pravaca u odnosu na osi x^i, a donji indeksi označavaju između kojih stajališta je pravac.

* - Uvjet da 3 vektora leže u jednoj ravnini (komplanarni vektori)

NEKI REZULTATI SATELITSKE TRIANGULACIJE

Od 1961. godine u SAD primjenjuje se satelitska triangulacija za postavlanje trigometrijske mreže. Tako je korištenjem sinhronih opažanja USZ Eho od 1963.—1964. godine izmjerena trigonometrijska mreža u istočnom dijelu SAD, na Bermudskim otocima i Antilima. Tačnost postavljene mreže na osnovi mjerenja USZ fotografskim načinom s balističkom kamerom PC—1000 na području SAD je od ±5 do ± 7 m.

Smithsonian Astrophysical Observatory iz SAD je, za svojih 15 opažačkih stanica, koje su raspoređene po čitavoj Zemlji i to uglavnom oko 30 paralele sjeverne širine, odredio na osnovu sintetički simultanih opažanja s Baker — Nuun kamerama koordinate stanice s tačnošću od

3 : 1 000 000 do 10 : 1 000 000 [2].

U SSSR-u su također učinjeni prvi pokušaji korištenja sinhronih opažanja u satelitskoj triangulaciji još 1961. godine sinhronim snimanjem satelita Eho I pomoću kamera NAFA 3c/25, postavljenih u Pulkovu, Taškentu, Harkovu i Nikolajevu. Pogreške određivanja koordinata iz jednog prolaza satelita bile su ± 50 m. Poslije su se, u okviru međunarodne saradnje, uključili u te radove Poljska, Čehoslovačka, Rumunjska, Istočna Njemačka, Bugarska, kao i niz zemalja sa zapada.

Za stvaranje Svjetske trigonometrijske mreže, koja bi objedinila sva izvršena mjerenja u jedinstveni koordinatni sistem dali su svoje prijedloge Corpacius i Žongolović. Corpacius je predložio da se Svjetska satelitska trigononometrijska mreža sastoji od 57 tačaka, dok je Žongolović predložio da ona sadrži svega 12 tačaka, tj. 30 stranica čije su dužine oko 6 7000 km. Prema predviđanju očekuje se da će se postići tačnost od ± 20 m za određivanje udaljenosti između dviju suprotno položenih tačaka na zemljinoj »kugli«. Na kraju se može ponovo naglasiti da je satelitska triangulacija izazvala pravu revoluciju u geodeziji, jer omogućava da se odredi položaj tačaka na fizičkoj površini Zemlje u jedinstvenom koordinatnom sistemu, neovisno od pravca težišnice, što nije slučaj u klasičnoj triangulaciji.

LITERATURA

1. L. Aardoom, A. Girmius, and G. Veis: Geometric Methods — »SAO Special Report« 200/1, 1966.

3. B. A. Firago: Ob ispoljzovanii sinhronnih nabljudenij sputnikov v kosmičeskoj geodezii — »Bjull. st. op. nabl. ISZ«, 1964, No. 38.

4. T. Kukkamäki: Stellar Triangulation — »Bull. Geod.«, 1959, No. 54.

5. K. Popovic: Opredelenie geocentričeskih koordinat sputnikov i nabljudateljnih stancij po rezuljtatam početi odnovremennih nabljudenij s neskoljkih stancij — »Bjull. st. opt. nabl. ISZ«, spec. vip., 1962.

6. G. Veis: The Reference System-»SAO Special Rep.« 200/1, 1966.

9. I. D. Žongolović: Sputniki Zemli i geodezija, — »Astron. ž.« 1964, No. 1.