»ANBLOCK-ITC« IZJEDNAČENJE AEROTRIANGULACIJE

Anton SINDIK — Beograd

Prije 5—6 godina u I. T. C. (International Training Centre) — poznatom fotogrametrijskom centru u Delftu (Holandija) — razrađen je metod za planimetrijsko (Y, X) blokovsko izjednačenje aerotriangulacije. Praksa ga je, sudeći po prikazima strane stručne literature i materijalima XI Fotogrametrijskog kongresa u Lozani 1968. godine, vrlo brzo prihvatila.

Iako bi se na prvi pogled moglo zaključiti da mu primjena može biti ograničena obzirom da se koristi za određivanje samo Y i X koordinata, ipak mu se u fotogrametrijskoj praksi otvara vrlo široko polje primjene, kao npr. za:

— Određivanje oslonih tačaka za redresiranje snimaka pri izradi fotoplanova.

— Određivanje planimetrijske osnove za fotogrametrijsko kartiranje u krupnim razmjerama gdje fotogrametrijsko određivanje visinske osnove i ne dolazi u obzir zbog nedovoljne tačnosti.

— Određivanje oslonih tačaka na novim snimcima kod revizije i dopune starijih izdanja karata srednje i stine razmjere, pri čemu se urazmieravanje modela izvodi pomoću novoodređenih i na originalu nanešenih Y i X koordinata tačaka, a horizontiranje na osnovu poznatih visnia trigonometrijskih ili kotiranih detaljnih tačaka.

Iz ovoga slijedi da je korisno iznijeti principe na kojima se »Anblock-ITC« metod zasniva kao i opisati praktičan postupak u radu.

Polazni podaci

Polazni podaci su modelne koordinate x, y za date tačke i tačke koje se određuju, kao i koordinate Y, X državnog sistema za date tačke. Modelne koordinate x, y odnose se na nezavisno formirane modele koji mogu da se ostvare:

— U analognom instrumentu, — pri čemu se modeli, nakon relativne orijentacije dovedu u proizvoljnu, ali što j moguće krupniju razmjeru, dok se horizontiranje izvrši samo približno, i

— Analitičkim putem, — preko slikovnih koordinata x, y (čitanih na stereo ili monokomparatoru) sa kojima se računa analitička relativna orijentacija i formira analitički model.

U ova oba slučaja *x* i *y* koordinate tačaka u svakom pojedinom modelu svedu na koordinatni sistem čije je ishodište u težištu modela. U narednom

Adresa autora: Anton Sindik, dipl. ing., Vojno-geografski institut - Beograd

izlaganju i računskim obrascima, modelne koordinate x i y smatraju se kao reducirane na težište. Poželjno je takođe, radi operisanja sa manjim brojevima, i koordinate Y i X za date tačke svesti na sistem čije je ishodište u tački sa najmanjim vrednostima koordinata. Logično je da se i novoodređene koordinate dobiju u tom svedenom sistemu, pa je nakon izjednačenja potrebno vrijednosti Y i X za sve tačke vratiti u »pravi« sistem.

Teoretska osnova i praktičan postupak

Teoretska osnova »Anblock-ITC« metoda izjednačenja zasniva se na simultanoj linearnoj ortogonalnoj transformaciji nezavisnih modela. Poznato je da kod takve transformacije, za neku tačku »n« u modelu »i« postoji slijedeći odnos između modelnih koordinata $x_{n,i}$ i $y_{n,i}$, i državnih koordinata Y_n i X_n za istu tačku:

$$\begin{aligned} Y_n &= a_i\, x_{n,i} + b_i\, y_{n,i} + Y_0 \\ X_n &= a_i\, y_{n,i} - b_i x_{n,i} + X_0 \end{aligned} \qquad (1)$$

Ovakve dvije jednačine mogu se formirati u svakom modelu za svaku tačku čije su modelne koordinate x i y poznate (tj. mjerene ili računate). U zavisnosti da li je tačka data ili se određuje, ove jednačine imaju oblik:

Za datu tačku:

$$\begin{aligned} a_i\, x_{n,i} + b_i\, y_{n,i} + Y_o \ldots &= Y_n \\ a_i\, y_{n,i} - b_i\, x_{n,i} \cdot + X_o \ldots &= X_n \end{aligned} \qquad (2)$$

Za tačku koja se određuje:

$$\begin{aligned} a_i\, x_{n,i} + b_i\, y_{n,i} + Y_o \ldots - Y_n &= 0 \\ a_i\, y_{n,i} - b_i\, x_{n,i} \cdot + X_o \cdot - X_n &= 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Na ovakav način formiraju se jednačine za sve tačke i sve modele. Iz tih jednačina vidljivo je da je to sistem u kojem su nepoznati parametri transformacije a, b, Y_o i X_o za svaki pojedini model, kao i Y i X koordinate tačaka koje treba odrediti. Formiranjem normalnih jednačina i njihovim rješenjem dođe se do svih nepoznatih veličina. No kako su ovdje od primarnog interesa koordinate tačaka, to je preporučljivo sistem jednačina formirati na način koji će omogućiti da se iz »punog« sistema normalnih jednačina posebno riješe samo nepoznate koordinate Y i X.

Do broja jednačina i broja npoznanica za cijeli blok dolazi se ovako:
— Jedan model sadrži 4 tačke sa po 2 koordinate. Za »m« modela

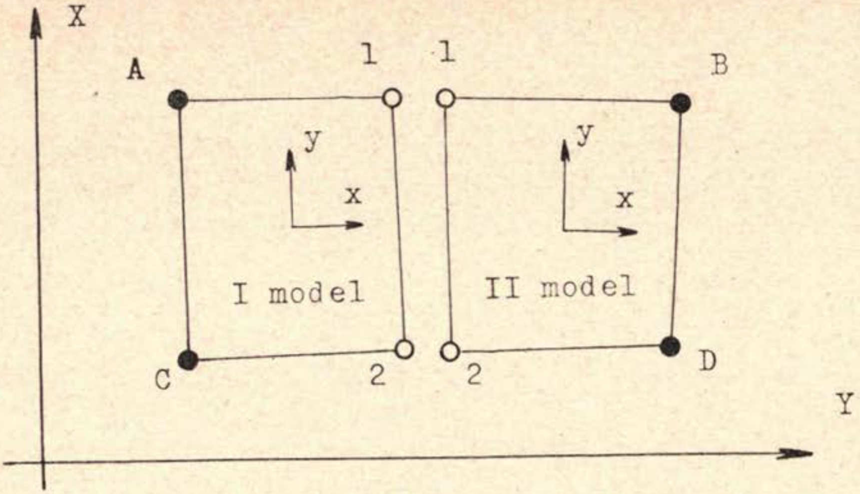
$$\text{broj jednačina} = 8\ \text{m}$$

— Jedan model ima 4 nepoznata parametra transformacije, a svaka tačka koja se određuje ima 2 nepoznate koordinate. U bloku sa »m« modela i »n« nepoznatih tačaka

$$\text{broj nepoznanica} = 4\ \text{m} + 2\ \text{n}$$

Ovdje treba napomenuti da je za primjenu »Anblock-ITC« metoda na praktičnim zadacima — gdje se broj modela u bloku penje na desetine pa i stotine — neophodno raspolagati elektronskim računarom, jer se radi o velikom sistemu jednačina.

Preko jednog primjera formiranja sistema jednačina za minijaturni blok od dva modela (sl. 1), lako se može zaključiti kako bi taj proces tekao i kod većih blokova.



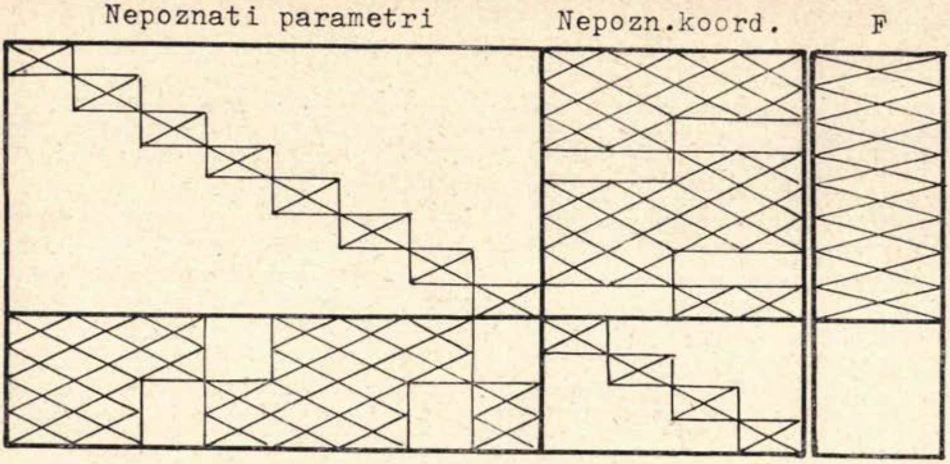
● Tačke sa poznatim Y i X koordinatama

o Tačke čije se Y i X koordinate odredjuju

Sistem jednačina (2) i (3) za blok oblika kao na slici 1 glasi:

Koordinate	Tačka	Parametri transformacije: I model a	b	Y_o	X_o	II model a	b	Y_o	X_o	Nepoznate koordinate: Y_1	Y_2	X_1	X_2	Slobodan član
Y	A	x_A	y_A	+1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$-Y_A$
	1	x_1	y_1	+1	.	.	.	.	.	−1	.	.	.	0
	2	x_2	y_2	+1	.	.	.	.	.	.	−1	.	.	0
	C	x_C	y_C	+1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$-Y_C$
	1	.	.	.	.	x_1	y_1	+1	.	−1	.	.	.	0
	B	.	.	.	.	x_B	y_B	+1	.	.	.	.	.	$-Y_B$
	D	.	.	.	.	x_D	y_D	+1	.	.	.	.	.	$-Y_D$
	2	.	.	.	.	x_2	y_2	+1	.	.	−1	.	.	0
X	A	y_A	$-x_A$	.	+1	.	.	.	.	.	.	.	.	$-X_A$
	1	y_1	$-x_1$	.	+1	.	.	.	.	.	.	−1	.	0
	2	y_2	$-x_2$	.	+1	.	.	.	.	.	.	.	−1	0
	C	y_2	$-x_C$	.	+1	.	.	.	.	.	.	.	.	$-X_C$
	1	.	.	.	.	y_1	$-x_1$	.	+1	.	.	−1	.	0
	B	.	.	.	.	y_B	$-x_B$	.	+1	.	.	.	.	$-X_B$
	D	.	.	.	.	y_D	$-x_D$	.	+1	.	.	.	.	$-X_D$
	2	.	.	.	.	y_2	$-x_2$	.	+1	.	.	.	−1	0

»Puni« sistem normalnih jednačina imaće strukturu prikazanu na sl. 2.



Identičnu strukturu imao bi i sistem normalnih jednačina bloka sa većim brojem modela. Rješenjem normalnih jednačina odredile bi se sve nepoznate veličine, tj. parametri transformacije za svaki pojedini model i koordinate novoodređenih tačaka, čime bi zadatak u cjelosti bio završen.

Međutim, moguće je, kako je ranije rečeno, odvojeno riješiti samo nepoznate koordinate Y i X.

Ako se »puni« sistem normalnih jednačina (sl. 2.) prikaže u obliku:

N_{11}	N_{12}	F_1
N_{21}	N_{22}	$F_2 = 0$

tada se on može matrično predstaviti kao sistem dvije jednačine sa dvije nepoznate, tj.:

$$1. \quad N_{11}\, p + N_{12}\, x = F_1$$
$$2. \quad N_{21}\, p + N_{22}\, x = 0$$

(p = nepoznati parametri, x = nepoznate koordinate Y i X).

Prva jednačina množi se sa $(-\, N_{21}\, N_{11})^{-1}$, pa se dobije:

$$1. \quad -N_{21}\, N_{11}^{-1}\, N_{11}\, p - N_{21}\, N_{11}^{-1}\, N_{12}\, x = -N_{21}\, N_{11}^{-1}\, F_1$$
$$2. \quad +N_{21}\, p + N_{22}\, x = 0$$

U prvom članu prve jednačine pojavljuje se matrični umnožak $N_{11}^{-1}\, N_{11}$ koi je jednak jedinici, pa se taj kompletan član potire sa prvim članom druge jednačine. Poslije ovog, sistem se reducira samo na izraz:

$$N_{22}\, x - N_{21}\, N_{11}^{-1}\, N_{12}\, x = -\, N_{12}\, N_{11}^{-1}\, F_1$$
$$(N_{22}\, x - N_{21}\, N_{11}^{-1}\, N_{12})\, x = (-\, N_{12}\, N_{11}^{-1}\, F_1)$$

No kako je

$$x = \begin{vmatrix} Y \\ X \end{vmatrix}$$

to je konačno:

$$\begin{vmatrix} Y \\ X \end{vmatrix} = (N_{22} - N_{21}\, N_{11}^{-1}\, N_{12})^{-1}\, (-\, N_{21}\, N_{11}^{-1}\, F_1)$$

TAČNOST I PRAKTIČNA PRIMJENA

Pored podataka o postignutoj tačnosti u do sada praktičnoj primjeni — o čemu će kasnije biti riječi — treba istaći i rezultate ispitivanja teoretske tačnosti »Anblock-ITC« metoda izjednačenja bloka. Ta ispitivanja pružaju mogućnost utvrđivanja očekivane tačnosti koordinata novoodređenih tačaka u zavisnosti od veličine i oblika bloka, kao i od broja i rasporeda datih tačaka. Pri ispitivanju teoretske tačnosti polazi se od »idealnog« bloka, tj. da postoje idealni oblici modela, idealni preklopi modela i radova kao i idealan raspored datih i novodređenih tačaka u odgovarajućim uglovima stereomodela.

Do teoretske tačnosti koordinata dolazi se tako što se od matrice normalnih jednačina N izvede inverzna matrica N^{-1} čiji su članovi uzduž glavne dijagonale od posebnog interesa jer predstavljaju koeficijente težina (Q_{xx} odnosno Q_{yy}). Kada se izvade kvadratni korjeni iz tih koeficijenata, tj.:

$$q = \sqrt{Q_{xx}} \quad \text{i} \quad q_y = \sqrt{Q_{yy}}$$

tada veličine q_x i q_y predstavljaju srednje greške. No kako se pošlo od pretpostavke da su modelne ili slikovne koordinate mjerene sa istom tačnošću i da su međusobno nezavisne, to će biti:

$$q_x = q_y = q$$

Ilustracije radi, daju se veličine q za neke oblike bloka i određeni raspored tačaka.

1. Blok od 2 reda, sa po 4 modela u redu i 8 datih tačaka raspoređenih kao na sl. 3:

●	1,01		●		1,01	●
●	0,81		0,87		0,81	●
●	1,01		●		1,01	●

2. Blok od 4 reda sa po 8 modela u redu i 16 datih tačaka raspoređenih kao na sl. 4:

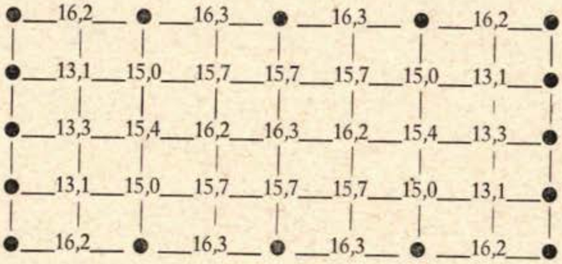
●	1,01	●	1,02	●	1,01	●	1,01	●
●	0,82	0,93	0,98	0,98	0,98	0,93	0,82	●
●	0,83	0,96	1,01	1,02	1,01	0,96	0,83	●
●	0,82	0,93	0,98	0,98	0,98	0,93	0,82	●
●	1,01	●	1,01	●	1,02	●	1,01	●

Da bi se dobila očekivana tačnost koordinata u realnim jedinicama mjere, potrebno je veličine q množiti sa numeričkom vrijednošću srednje greške jedinice težine δ_0 i faktorom razmjere m_s. Dakle

$$M_{YX} = q\, \delta_0\, m_s$$

Numerička vrijednost srednje greške jedinice težine δ_0 utvrđena je iz dosadašnje prakse izjednačenja. Smatra se da ona iznosi 16 mikrona za snimanje na filmu, formata 23 $\times$ 23 cm, i 10 mikrona za snimanje na pločama formata 14 $\times$14 cm.

Ako se npr. radi o bloku oblika prikazanog na sl. 4 za kojeg je korišćeno snimanje formata 23 $\times$23 cm u razmjeri 1 : 10 000, tada će očekivana tačnost $M_{y,,}$ pojedinih tačaka bloka iznositi u centimetrima (Sl. 5):



Iscrpna ovakva istraživanja izveo je prof. Ackermann (1) čiji su zaključci poslužili kao vrlo koristan putokaz u primjeni ovog metoda, kao u daljnje ispitivačke, tako i u konkretne praktične svrhe.

Rezultati dobiveni na ispitnom poligonu Lübbecke (S.R. Njemačka), korišćenjem snimaka razmjere 1 : 6 000 ostvarenih kamerom RMK 15/23 i povezivanjem bloka od 40 modela na date tačke čija je položajna tačnost iznosila ± 4 cm, dati su tabelarno:

	Tačnost nakon izjednačenja u cm		
	mx	my	mp
4 date tačke	± 10,4	± 9,8	± 14,3
9 datih tačaka	± 10,6	± 7,0	± 12,7

Široku praktičnu primjenu našao je »Anblock-ITC« metod u Holandiji. Za posljednje četiri godine u Geodetskom odsjeku Ministarstva transporta i voda (Meetkundige Dienst van de Rijkswaterstaat) preko 40 000 km^2 površine snimljene iz zraka u razmjerama od 1 : 2 000 do 1 : 10 000, u blokovima ovog tipa izjednačeno je oko 12 000 modela. Takođe u istoj zemlji, fotogrametrijska služba Katastra (Fotogrammetrische Dienst van het Kadaster) za svoje praktične potrebe, primijenila je ovaj metod određivanja oslonih tačaka u 73 bloka sa ukupno 7 075 modela.

U D. R. Njemačkoj, pri izradi fotoplanova u razmjeri 1 : 2 000, oslone tačke za redresiranje snimaka određene su aerotriangulacijom u bloku primjenom ovog metoda. Fotoplanovi su korišćeni kao osnova za melioracione projekte.

LITERATURA:

(1) Ackermann: On the theoretical accuracy of planimetric block triangulation. — Referat podnijet na Međunarodnom simpoziumu za aerotriangulaciju, februara 1966., Illinois, USA.