

# ISPITIVANJE POLIGONALNOG PRIBORA ZA PRISILNO CENTRIRANJE POMOĆU POMOĆNE TAČKE

Miljenko SOLARIĆ — Zagreb

**UVOD** — U preciznoj poligonometriji i primijenjenoj geodeziji upotrebljava se poligonalni pribor za prisilno centriranje, jer se pomoću njega može mehaničkim putem osigurati da vertikalna os instrumenta zauzme isti položaj kao i marka signalne značke. Uvjet da vertikalna os instrumenta dođe na isto mjesto gdje i marka signalne značke (do izvjesnih granica tačnosti) osigurava tvornica. Da bi znali s kako tačnim priborom raspolažemo, odnosno da pribor nije pri radu ili transportu oštećen treba ispitati ovaj uvjet.

O ispitivanju uvjeta, koje je potrebno da ispunjava poligonalni pribor, pisao je prof. ing. M. Janković 1950. godine u članku »Ispitivanje glavnih uslova poligonalnog pribora za mjerenje kuteva«, a poslije i prof. dr. N. Neihardt 1957. godine u članku »Poseban način ustanovljavanja ekscentričnosti značaka za preciznu poligonometriju«. Na kraju svog članka prof. dr. Neihardt dao je rezime, u kojem napominje da se metodom zatvaranja malih trokuta, dobije slika samo o nekoj srednjoj, a ne i apsolutnim i individualnim pogreškama centriranja. Osim toga spomenuto je da i dalje ostaje metoda, koju je prikazao prof. Janković za ispitivanje signalnih značaka, najjednostavnija i najbrža ali da ima svoje nedostatke, te da bi bilo korisno tražiti nove metode.

## ISPITIVANJE POLIGONALNOG PRIBORA ZA PRISILNO CENTRIRANJE POMOĆU POMOĆNE TAČKE

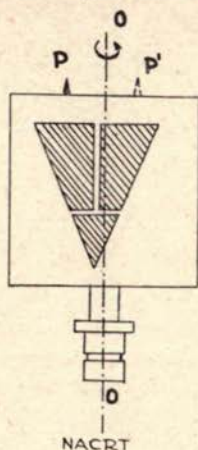
Ovom metodom može se ispitati kompletni poligonalni pribor, tj. može se odrediti položaj vertikalne osi instrumenata, vertikalne osi optičkog viska, kao i odrediti adicijonu konstantu bazisne letve.

Princip ove metode temelji se na činjenici da svaka tačka tijela pri rotaciji oko stalne osi opisuje kružnicu, a centrom te kružnice prolazi os rotacije.

Iz ovog slijedi da se položaj vertikalne osi signalne značke nalazi tačno na sredini između tačke P i P', ako se značka okrene tačno za 180° oko vertikalne osi. (Vidi sliku br. 1 i 2).

**Postupak rada:** Postave se tri stativa da čine mali istokračan trokut sa 2 stranice, dužine cca 3 m i po mogućnosti s pravim kutem  $\sphericalangle S_1MS_2$  radi boljeg presjeka. Na stativima  $S_1$  i  $S_2$  postave se instrumenti, a na treći stativ stavi se signalna značka, (koju se ispituje) paralelno sa stranicom  $S_1S_2$ . Označka (igla) koja služi kao pomoćna tačka pričvrsti se na signalnu značku tako, da se ona vidi i kad se značka okrene za 180°. Pri postavljanju pomoćne tačke mora se nastojati da ona bude što manje ekscentrična. Ovaj zahtjev da pomoćna tačka bude što manje ekscentrična, postavljen je da se poslije kod grafič-

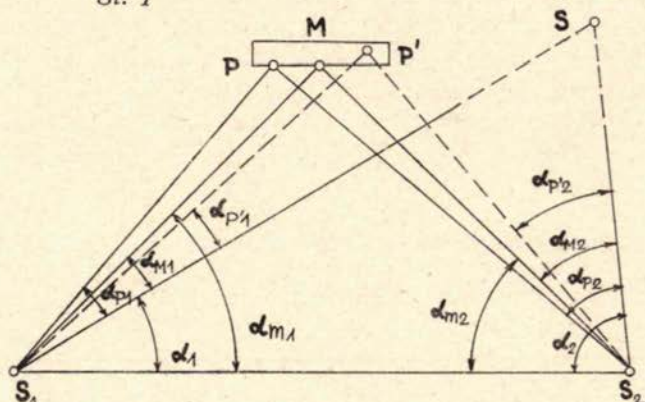
kog računanja presjeka naprijed može smatrat da simetrala kuta  $PS_1P'$  odnosno kuta  $PS_2P'$  dijeli dužinu  $PP'$  na dva jednaka dijela.



Sl. 1

Na slikama označeno je slovom:

- P pomoćna tačka  
 P' pomoćna tačka kad se značka okrene za  $180^\circ$   
 O-O vertikalna os značke  
 $e_p$  ekscentricitet pomoćne tačke u odnosu na vertikalnu os značke  
 M-M marka signalne značke  
 $S_1$  i  $S_2$  stajališta instrumenta  
 $\alpha_{M1}$  i  $\alpha_{M2}$  kutevi između stalne tačke i marke signalne značke  
 $\alpha_{p1}$  i  $\alpha_{p2}$  kutevi između stalne tačke i pomoćne tačke  
 $\alpha_{p'1}$  i  $\alpha_{p'2}$  kutevi između stalne tačke i pomoćne tačke kad se značka okrenula za  $180^\circ$   
 S stalna tačka



Sl. 2

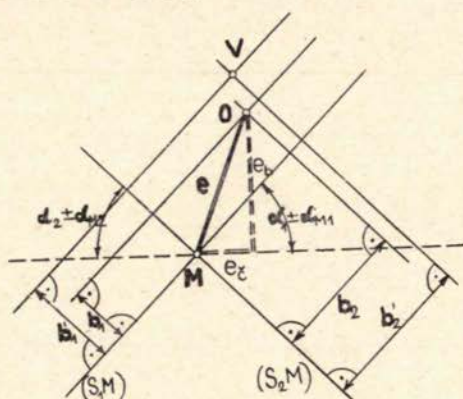
Sa stajališta  $S_1$  i  $S_2$  izmjere se kutevi  $\alpha_M$  i  $\alpha_p$  od neke stalne tačke, a poslije i kutevi  $\alpha_{p'}$  kad se značka okrene za  $180^\circ$  oko vertikalne osi. Kuteve  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  treba odrediti radi grafičke konstrukcije, a dovoljno je da ih se odredi s tačnošću od  $\pm 20'$ . Stranice  $S_1M = d_1$  i  $S_2M = d_2$  izmjere se sa tačnošću od  $\pm 2$  cm.

Da bi se na računanje presjeka potrošilo što manje vremena, može se primijeniti grafička metoda računanja presjeka naprijed isto kao i kod određivanja deformacije brana, pri čemu se uzima da simetrala kuta  $PS_1P'$  odnosno kuta  $PS_2P'$  raspolavlja dužinu  $PP'$  na dva jednaka dijela.

Grafička konstrukcija: Odabere se proizvoljna tačka s kojom će biti određen položaj marke signalne značke M (vidi sl. 3). Kroz tu tačku povuče se pravac, koji će predstavljati pravac stranice ( $S_1S_2$ ), a zatim se povuče i pravci ( $S_1M$ ) i ( $S_2M$ ) pod kutem  $\alpha_1 \pm \alpha_{M1}$  i  $\alpha_2 \pm \alpha_{M2}$ . Od ta dva pravca odmjeri se dužine b i povuče pravci paralelni sa ( $S_1M$ ) i ( $S_2M$ ). U presjeku ova dva pravca nalazi se tačka kojom je određen položaj vertikalne osi O signalne značke. Dužine b određene su po formuli:

$$b = \frac{\frac{\alpha_p + \alpha_p'}{2} - \alpha_M}{\varrho''} \times d \quad (1)$$

Veličina ekscentriciteta marke signalne značke, u odnosu na vertikalnu os značke dana je dužinom OM, a vrijednosti čelne i bočne komponente ekscentriciteta jednake su projekcijama dužine OM na pravac ( $S_1S_2$ ) odnosno na pravac koji je okomit na ( $S_1S_2$ ).



Sl. 3

- $e_c$  — čelna komponenta ekscentriciteta
- $e_b$  — bočna komponenta ekscentriciteta
- V — vertikalna os instrumenta
- M — marka signalne značke
- O — vertikalna os signalne značke

Položaj vertikalne osi instrumenta može se odrediti isto tako pomoću tačke postavljene blizu vertikalne osi instrumenta. Da bi se našlo kolika je razlika u položaju između vertikalne osi instrumenta i vertikalne osi značke, postaviti će se instrument na isto ono postolje na kojem je bila i signalna značka, a i kutevi će se opažati od iste one tačke od koje su se mjerili i

$$\text{kod signalne značke. Odmjerenjem dužina } b' = \frac{\frac{\alpha_k + \alpha_k'}{2} - \alpha_M}{\varrho''} \times d \text{ i}$$

povlačenjem paralelnih pravaca sa  $S_1M$  i  $S_2M$ , dobit će se u njihovom presjeku tačka  $V$  kojom se određen položaj vertikalne osi instrumenta. (Vidi sliku 3). Dužinom  $MV$  određeno je za koliko nisu identične vertikalna os instrumenta i marke signalne značke. (Kod opažanja bolje je najprije postaviti instrument, a zatim značku, jer će tada biti i os značke bez horizontiranja vertikalna).

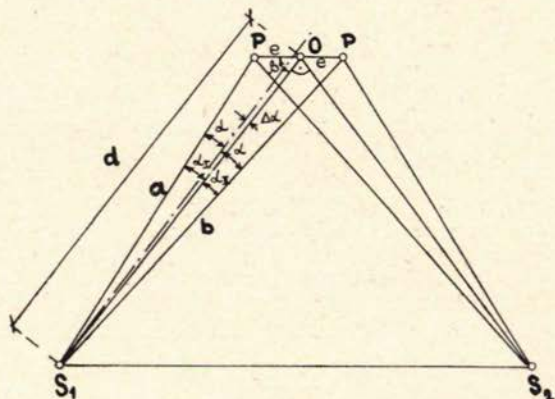
### SREDNJE POGRESKE ODREĐIVANJA EKSCENTRICITETA

a) *Pogreška zbog ekscentričnosti pomoćne tačke* — Ako smo ekscentrično postavili pomoćnu tačku na signalnoj znački, tada (uz pretpostavku da je presjek pod pravim kutem, da je trokut  $OS_1S_2$  istokračan i da smo dosta daleko postavili pomoćnu tačku na plohi signalne značke), bit će kut  $\beta = 45^\circ$ .

Iz trokuta  $\triangle S_1OP$ , odnosno  $\triangle S_1OP'$ , dobijemo da je:

$$a^2 = e^2 + d^2 - 2de \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$b^2 = e^2 + d^2 - 2de \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



Sl. 4

Također iz  $\triangle S_1OP$  i  $\triangle S_1OP'$  slijedi

$$\alpha_I = \arcsin \left( \frac{e}{2a} \sqrt{2} \right) \quad (3)$$

$$\alpha_{II} = \arcsin \left( \frac{e}{2b} \sqrt{2} \right)$$

Sa slike 4 vidi se da je

$$\Delta\alpha = \alpha_I - \frac{\alpha_I + \alpha_{II}}{2} \quad (3')$$

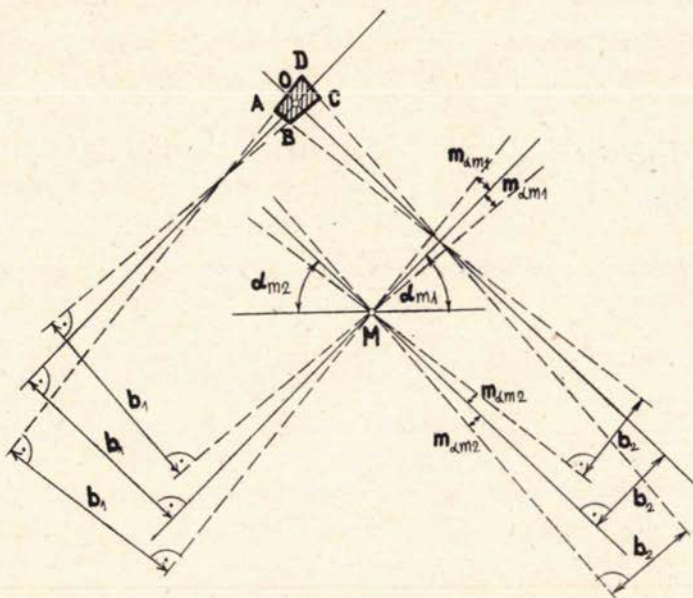
Na primjer: Za  $d = 3$  m i  $e = 5$  mm, po formulama (2), (3) i (3'), dobijemo da je  $\Delta\alpha = 0,28''$ .

Kako kut od 0,1" mijenja na dužini  $d = 3$  m dužinu  $b$  za 0,0015 mm, to znači da će, u naprijed navedenom primjeru, dužina  $b$  biti pogrešno određena, kao i položaj vertikalne osi signalne značke za 0,0045 mm.

Dakle, oznaku za pomoćnu tačku može se postaviti čak i 5 mm ekscentrično, a da to ne utječe znatno na određivanje položaja vertikalne osi signalne značke.

Pogreška zbog nezakretanja značke tačno za  $180^\circ$ , osim ove naprijed analizirane pogreške, utjecat će također na zahtjev da se pomoćna tačka postavlja što manje ekscentrično, ali se ovdje neće promatrati njeno djelovanje.

b) Pogreška zbog netačnosti mjerenja kuteva  $\alpha_{m1}$  i  $\alpha_{m2}$ .



Sl. 5

Na slici 5, u tački M naneseni su kutevi  $\alpha_{m1}$ ,  $\alpha_{m2}$ , (gdje je

$$\alpha_{m1} = \alpha_{M1} + \alpha_1 \quad \text{i} \quad \alpha_{m2} = \alpha_{M2} - \alpha_2$$

$$\alpha_{m1} \pm m\alpha_{m1} \quad \text{i} \quad \alpha_{m2} \pm m\alpha_{m2}$$

Kakosu kutevi  $\alpha_{M1}$  i  $\alpha_{M2}$  izmjereni vrlo tačno, to znači da će srednja pogreška izmjerenih kuteva  $m\alpha_{m1}$  i  $m\alpha_{m2}$  uglavnom ovisiti o srednjoj pogreški mjerenja kuteva  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ .

U tački O nalazio bi se presjek da je izmjeren tačno kut  $\alpha_{m1}$  i  $\alpha_{m2}$ , a unutar četverokuta ABCD kod su kutevi izmjereni sa srednjim pogreškama  $+m\alpha_{m1}$  i  $\pm m\alpha_{m2}$ .

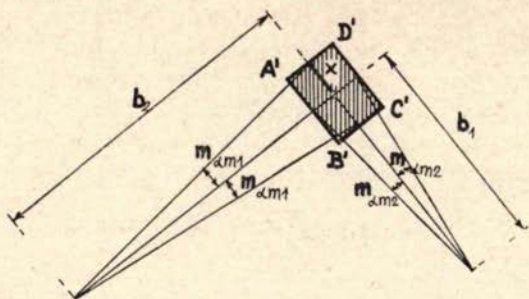
Taj četverokut pogrešaka može se približno zamijeniti pravokutnikom pogrešaka A'B'C'D', kojemu je stranica

$$A'B' = D'C' = 2x = 2 \frac{b_2}{\rho''} m\alpha_1$$

a stranica

$$B'C' = A'D' = 2 \frac{b_1}{\rho''} m\alpha_2$$

Ako uzmemo da je  $b_1 = b_2 = 1,5$  mm i da su kutevi  $\alpha_{m1}$ , odnosno  $\alpha_{m2}$ , nanesen pogrešno za  $\pm 20'$ , tada je  $x = \pm 0,0087$  mm.,



Sl. 6

Dakle, kuteve  $\alpha_{m1}$  i  $\alpha_{m2}$  (tj.  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ ) potrebno je mjeriti s tačnošću od  $\pm 20'$ , ako se želi osigurati da ekscentricitet značke bude određen sa srednjom pogreškom  $\pm 0,01$  mm.

c) Utjecaj srednje pogreške mjerenja dužina  $d_1$  i  $d_2$  na tačnost određivanja ekscentriciteta signalne značke.

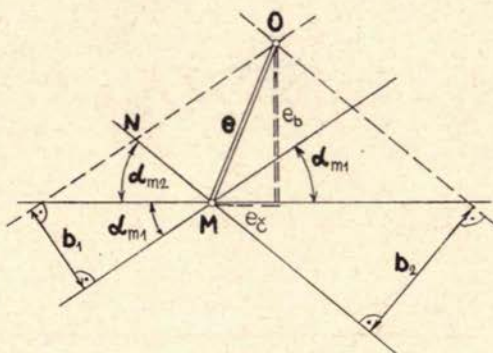
Sa slike 7 se vidi da je dužina

$$\overline{NM} = \frac{b_1}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})},$$

odnosno da je dužina

$$\overline{NO} = \frac{b_2}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})}.$$

Isto tako sa slike 7 se vidi da je bočna komponenta ekscentriciteta značke jednaka.



Sl. 7

$$e_b = \overline{NM} \sin \alpha_{m2} + \overline{NO} \sin \alpha_{m1} = \frac{b_1 \times \sin \alpha_{m2}}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} + \frac{b_2 \times \sin \alpha_{m1}}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})},$$

tj. da je čelna komponenta ekscentriciteta značke

$$e_z = \frac{b_2 \cos \alpha_{m1}}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} - \frac{b_1 \cos \alpha_{m2}}{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})}.$$

Iz ove dvije jednadžbe dobijemo da je srednja pogreška bočne, odnosno čelne komponente ekscentriciteta značke:

$$m_{eb} = \sqrt{\left[ \frac{\sin \alpha_{m2}}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} \right]^2 m_{b1}^2 + \left[ \frac{\sin \alpha_{m1}}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} \right]^2 m_{b2}^2},$$

$$m_{e\check{c}} = \sqrt{\left[ \frac{\cos \alpha_{m1}}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} \right]^2 m_{b1}^2 + \left[ \frac{\cos \alpha_{m2}}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m2})} \right]^2 m_{b2}^2},$$

Ovdje smo uzeli u obzir samo srednju pogrešku u određivanju  $b_1$  i  $b_2$ , dok smo zanemarili pogreške u određivanju kuteva  $\alpha_{m1}$  i  $\alpha_{m2}$ , koje vrlo malo utiču na određivanje ekscentriciteta, kao što se je vidjelo u tački b).

Kod određivanja ekscentriciteta signalne značke, pretpostavili smo da je presjek pod pravim kutem i da su dužine  $d_1$  i  $d_2$  jednake, tj. da je  $\alpha_{m1} = \alpha_{m2} = 45^\circ$ , a ako još pretpostavimo da su srednje pogreške  $m_{b1}$  i  $m_{b2}$  među sobom jednake ( $m_{b1} = m_{b2} = m_b$ ), dobivamo da je:

$$\begin{aligned} m_{eb} &= m_b, \\ m_{e\check{c}} &= m_b. \end{aligned} \quad (4')$$

Srednja pogreška u dužinama  $b_1$  i  $b_2$ , prouzrokovana zbog srednje pogreške mjerenja dužina  $d_1$  i  $d_2$ , a koja se izračuna iz formule (1), bit će

$$m_{bd} = \frac{\frac{\alpha_p + \alpha_{p'}}{2} - \alpha_M}{\rho''} m_d$$

Na primjer: Za  $d_1 = d_2 = 3\text{m}$ ,  $m_{d1} = m_{d2} = \pm 2\text{ cm}$  i  $\frac{\alpha_p + \alpha_p}{2} - \alpha_M = 100''$ , (što odgovara ekscentricitetu od 1,5 mm), dobije se po formuli (5) da je  $m_{bd} = \pm 0,01\text{ mm}$ .

Iz formule (4'), također slijedi da je čelna, odnosno bočna komponenta ekscentriciteta jednaka  $m_{eb} = m_e = \pm 0,01\text{ mm}$ .

Dakle, ukoliko se želi odrediti bočnu i čelnu komponentu ekscentriciteta signalne značke sa srednjom pogreškom od  $\pm 0,01\text{ mm}$ , dovoljno je izmjeriti dužine  $d_1$  i  $d_2$  sa srednjom pogreškom  $\pm 2\text{ cm}$ , što se vidi iz gornjeg primjera.

d) Utjecaj srednje pogreške mjerenja kuteva  $\alpha_p$ ,  $\alpha_{p'}$  i  $\alpha_M$  na tačnost određivanja ekscentriciteta signalnih značaka.

Srednja pogreška  $m_b$  prouzrokovana srednjom pogreškom mjerenja kuteva bit će prema formuli (1)

$$m_{b\alpha} = \sqrt{\left( \frac{d}{\rho''} \right)^2 \left( \frac{m_{\alpha_p}^2 + m_{\alpha_{p'}}^2}{2^2} + m_{\alpha_M}^2 \right)} \quad (6)$$

gdje su:  $m_{\alpha_p}$ ,  $m_{\alpha_{p'}}$  i  $m_{\alpha_M}$  srednje pogreške mjerenja kuteva  $\alpha_p$ ,  $\alpha_{p'}$  i  $\alpha_M$

Uz pretpostavku da su kutevi izmjereni s istom srednjom pogreškom, tj. da je  $m_{\alpha_p} = m_{\alpha_p'} = m_{\alpha_M} = m_{\alpha}$ , dobijemo da je

$$m_{\alpha} = \frac{q''}{d} \frac{2}{3} m_{b\alpha}$$

Na primjer: Za  $d_1 = d_2 = 3$  m i  $m_{b\alpha} = \pm 0,03$  mm iz formule (7) dobijemo da je  $m_{\alpha} = \pm 1,68''$ , odnosno za  $m_{b\alpha} = \pm 0,01$  mm bit će  $m_{\alpha} = \pm 0,56''$ .

Kao što se vidi iz formule (4'), komponente ekscentriciteta bit će određene s istom tom srednjom pogreškom  $m_{b\alpha}$ .

Naprijed navedeni primjeri pokazuju, što je i samo po sebi razumljivo, da najviše pažnje treba posvetiti mjerenju kuteva  $\alpha_p, \alpha_p'$  i  $\alpha_M$  i da će uglavnom samo od tačnosti određivanja kuteva  $\alpha_p, \alpha_p'$  i  $\alpha_M$  ovisiti s kojom smo srednjom pogreškom odredili čelnu i bočnu komponentu ekscentriciteta.

**REZULTATI** — Metodom koju je izložio prof. ing. M. Janković, kao i na naprijed opisan način ispitane su dvije Zeissove signalne značke. Rezultati mjerenja dati su u tablicama:

Ekscentričnost značaka  
s čela

Značka	Po metodi prof. Jankovića	Pomoću pomoćne tačke	Razlika $\Delta$ mm
1	$0,08 \pm 0,02$	$0,05 \pm 0,02$	0,03
2	$0,03 \pm 0,02$	$0,08 \pm 0,02$	0,05

Ekscentričnost značaka  
s boka

Značka	Po metodi prof. Jankovića	Pomoću pomoćne tačke	Razlika $\Delta$ mm
1	$0,55 \pm 0,03$	$0,45 \pm 0,02$	0,10
2	$0,25 \pm 0,03$	$0,28 \pm 0,02$	0,03

Načinom pomoću pomoćne tačke ustanovljeno je da je razlika između vertikalne osi instrumenta i vertikalne osi prve značke 0,10 mm, a kod druge značke ta je razlika 0,12 mm. Pri tome treba naglasiti da je instrument bio starije, a značke novije izrade.

Ako bi se na osnovu ova dva mjerenja smjelo zaključivati, onda bismo mogli reći da se rezultati za ekscentričnost značaka po prvoj i drugoj metodi prilično slažu za praktične potrebe. Nešto veća razlika kod prve značke za bočnu komponentu ekscentriciteta može se objasniti težim viziranjem s boka na marku značke po prvoj metodi.

Razlika između vertikalne osi instrumenta i vertikalne osi optičkog viska nije ispitivana, ali bi se i ona mogla odrediti pomoću pomoćne tačke.

Ovim se načinom pomoću pomoćne tačke potroši nešto više vremena, ali se zato može tačnije ispitati poligonalni pribor. (Na primjer: Po metodi koju je izložio prof. Janković, položaj vertikalne osi instrumenta određuje se tako da se *od oka* određuje tačka koja miruje kad se instrument okreće).

#### LITERATURA:

1. Prof. ing. M. Janković: »Ispitivanje glavnih uslova poligonalnog pribora za mjerenje kuteva«, Geodetski list 1950. god., str. 327—330.
2. Prof. dr. ing. N. Neidhardt: »Poseban način ustanovljavanja ekscentričnosti značaka«, Geodetski list 1957. god., str. 253—257.