

O JEDNOM PRINCIPIJELNO MOGUĆEM POSTUPKU ODREĐIVANJA KOMPONENATA SKRETANJA VERTIKALE

Abdulah MUMINAGIĆ — Beograd

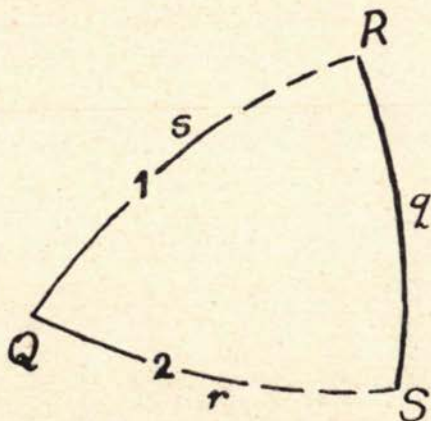
Postupak koji ćemo ovde opisati odnosi se na mogućnost određivanja komponenata skretanja vertikale iz upoređivanja uglova, koji su u trouglovima mereni teodolitom i sračunati pomoću dužina strana izmerenih elektronskim daljinomerima.

1 — Pretpostavka

Skretanja vertikala utiču na veličinu uglova izmerenih teodolitom, a ne utiču na dužine strana trouglova — izmerenih ili određenih priborima za elektronsko određivanje dužina — EOD.

2 — Matematička osnova

Uzmimo prvo, da su uglovna i dužinska merenja sasvim tačna. U tom slučaju uglovna merenja, svedena na elipsoid,¹⁾ sadrže samo uticaj skretanja vertikale, a linearna merenja — takođe svedena na elipsoid¹⁾ nisu deformisana nikakvim postranim uticajima. Sledi: uglovi u trouglovima na elipsoidu, sračunati iz dužina strana, mogu se smatrati kao tačne razlike geodetskih azimuta, a uglovi izmereni teodolitom — kao razlike astronomskih azimuta.



Sl. 1

1) Ovo svođenje je čista matematička operacija, pa se može izvesti sa željenom tačnošću. Tj — ona neće unositi nikakve greške u rezultat. Činjenica da se normale — po kojima svodimo merenja na elipsoid — ne seku u jednoj tački unosi beznačajnu grešku.

Pogledajmo ugao u temenu Q trougla QRS . Levi pravac obeležimo sa 1, a desni — sa 2. Ako su astronomski azimuti α , a geodetski — A , imaćemo 1 : 173:

$$\begin{aligned} (A^2 - A_1) - (a_2 - a_1) &= (\xi \sin \alpha_1 - \eta \cos \alpha_1) \operatorname{ctg} z_1 - \\ &- (\xi \sin \alpha_1 - \eta \cos \alpha_2) \operatorname{ctg} z_3 = \Delta \end{aligned} \quad (1)$$

Znači: Δ je razlika između uglova sračunatih iz strana i izmerenih teodolitom.

Kad (1) dovedemo na oblik pogodan za računanje, dobiće se:

$$\Delta = (\sin \alpha_1 \operatorname{ctg} z_1 - \sin \alpha_2 \operatorname{ctg} z^2) \xi - (\cos \alpha_1 \operatorname{ctg} z_1 - \cos \alpha_2 \operatorname{ctg} z_2) \quad (2)$$

Vidimo da je za određivanje ξ i η na nekoj stanici neophodno sa nje izmeriti dva ugla i strane u dva trougla. Veći broj uglova i trouglova omogućuje izravnjanje po teoriji najmanjih kvadrata i ocenu tačnosti.

Napomena 2.1

Pretpostavka o apsolutnoj tačnosti uglovnih i dužinski merenja je matematička apstrakcija. Sva merenja sadrže greške.

Napomena 2.2

Zbog toga, kao na ovaj način skretanja vertikala određujemo iz trouglova masovne triangulacije, $\operatorname{ctg} z$ bi bilo veoma malo (za naše uslove kreće se oko 1/50 — 1/20) rezultati bi bili veoma nepouzdana, jer bi male greške merenih podataka izazvale velike greške rezultata.

3 — Neophodna tačnost uglovnih i linearnih merenja

Uglove u trouglu možemo sračunati po ma kojoj formuli sferne trigonometrije. Radi udobnosti analize uzeo sam kosinusnu formulu:

$$\cos q = \cos r \cdot \cos s + \sin r \cdot \sin s \cdot \cos Q \quad (3)$$

Koristeći uobičajenu metodu ocene međusobne zavisnosti promenljivih u međusobnom odnosu, dobijemo da je:

$$\frac{m_Q}{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{m_q}{q} \quad (4)$$

Pri tome su usvojene aproksimacije koje se često koriste u ovakvim slučajevima:

- trougao je ravnostran
- $m_q = m_r = m_s$ — metoda jednakih uticaja.

Za $m_q : q = 1 : 500\,000$, što se postiže nekim od postojećih pribora za EOD, $m_Q = 0'',3$.

S druge strane, za određivanje ξ i η neophodne su dve jednačine (2), koje možemo pisati ovako:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= a_1 \xi + b_1 \eta \\ \Delta_2 &= a_2 \xi + b_2 \eta\end{aligned}\quad (2')$$

Pošto razmatramo samo neophodan broj merenja, ocena tačnosti se ne može izvršiti, nego ćemo greške nepoznatih odrediti kao greške funkcije iz poslednje eliminacione jednačine:

$$[b_2 \cdot 1] \eta = \Delta_1 + [\Delta_2 \cdot 1].$$

Ako su greške Δ_1 i Δ_2 $m\Delta_1 = m\Delta_2 = m\Delta$, onda:

$$m_\eta = \frac{m\Delta \sqrt{2}}{[b_2 \cdot 1]} \text{ i } m_\xi = \frac{m\Delta \sqrt{2}}{[a_1 \cdot 1]}\quad (5)$$

$$\text{Uzevši da je } m_\eta = m_\xi = 2'', \text{ i } [a_1 \cdot 1] \approx [b_2 \cdot 1] \approx \frac{1}{30}, \\ m\Delta \approx 0'',05.$$

To znači: ako želimo da skretanje vertikale dobijemo sa srednjom kvadratnom greškom od $2''$, razlika geodetskih i astronomskih azimuta mora da bude poznata sa greškom od $0'',05$. Greška razlike sastoji se od grešaka: uglova određenih iz merenih strana (4') i uglova merenih teodolitom — m_u (koja je takođe oko $0'',3$):

$$m_\Delta^2 = m_Q^2 + m_u^2 \text{ ili } m_\Delta \approx 0'',3 \cdot \sqrt{2} \approx 0'',5 \neq 0'',05.$$

Koeficijenti a i b mogu odrediti sa tačnošću koja neće uticati na tačnost rezultata.

Zaključak

Metoda se ne može primeniti u proizvoljnom slučaju.

4 — Specijalno postavljena mreža trouglova

Ako mrežu trouglova postavimo specijalno za ove svrhe, tj. tako da u prvom trouglu tačka R bude severno od tačke Q (azimut $\alpha = 0$), a tačka S — istočno (azimut $\alpha = 90^\circ$), a u drugom — tačka R' — istočno, a S' — južno, onda će se iz (2) dobiti ovakve jednačine:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= -\text{ctg } z_2 \cdot \xi - \text{ctg } z_1 \eta \\ \Delta_2 &= \text{ctg } z_2 \cdot \xi - \text{ctg } z_3 \cdot \eta\end{aligned}\quad (6)$$

U tom slučaju $a_1 = b_1$, pa je $[a_1 \cdot 1] \approx [b_1 \cdot 1] \approx 2a \approx 2b$ i formula (5) izgledaće ovako:

$$m_\xi = m_\eta = \frac{m\Delta}{a\sqrt{2}}, \text{ ili}\quad (7)$$

$$m\Delta = a\sqrt{2} m_\eta\quad (8)$$

1) To je veličina koje se dobija i po drugim metodama (sem astrogeodetske).

Kod postavljanja specijalne mreže trouglova možemo ići i dalje, pa tačku Q postaviti na takvom mestu — levkasta dolina ili izrazito brdo — da koeficijenti $a \approx b \approx \text{ctgz} \approx 1 : 10$, pa i $1 : 5$. Tada, za istu željenu tačnost ζ i η od $2''$, Δ je potrebno poznavati sa srednjom kvadratnom greškom od $0'',3$, odnosno $0'',6$. A to su već sasvim dostižne vrednosti.

Ako tačke Q , R i S postavimo tako da je $a \approx b \approx 1$, može se postići tačnost ξ i η čak i veća od $\pm 0'',5$. Ovako nagnute vizure mogu se ostvariti sa novijim priborima za EOD, kao što su Geodimetar M-6, Distomat DI 50, Tellurometar MRA 4 itd.) Ovi pribori su pogodni i zbog toga što se mogu prisilno centrisati na stativ teodolita, kao i značke za merenje uglova. To bi omogućilo i veću tačnost određivanja razlike Δ , pa i računanja ξ i η .

Primedba 4.1

Nažalost ne raspoložemo nikakvim merenjima kojabi bila pogodna za proveru metode u praksi. Proveru je naime potrebno izvršiti na tačkama na kojima je poznato astronomsko-geodetsko ξ i η .

Primedba 4.2

Ako se ostvare fantastična predviđanja o mogućnostima pribora za EOD sa laserima²⁾ metoda će se moći primeniti čak i u ravninama. Dovoljno je imati toranj visok 20—30 m, sa kojega bi se izmerili uglovi visokotačnim teodolitom, a ovim priborima rastojanja do tačaka raspoređenih na odgovarajući način. Ova rastojanja bi mogla biti oko 100 m, pa bi se sva merenja mogla izvršiti za relativno kratko vreme. Koeficijenti a i b bi bili oko $1/5$ — $1/3$, što bi obezbedilo relativno visoku tačnost ξ i η od oko $\pm 1''$.

5 — Formule za računanje uglova u troglovima

Kao što sam rekao napred, za računanje uglova mogu se koristiti sve formule sferne trigonometrije. Najjednostavnije je postupiti po Ležandrovom pravilu i uglove računati po formulama ravne trigonometrije, naprimer:

$$\text{tg } \frac{Q}{2} = \sqrt{\frac{(p-r)(p-s)}{p(p-q)}} \quad (9)$$

i dodati im trećinu sfernog ekscesa.

Ako su strane trouglova kraće od 1 km može se jednostavno koristiti formula (9).

Jedinica u kojoj se mere dužine nije važna. Osnovno je da merni pribor održava tu jedinicu tokom vremena.

1) Neophodnu tačnost merenja strana od postojećih instrumenata zadovoljavaju: EOS-C, Geodimetar, ST-62 i 63, Cubic electrotape DM 20, Kristall, EMC-Askania, GET-B1, Mecometer III.

2) Neke firme nagoveštavaju da je moguće postići tačnost od 10^{-8} . (Institute of Technology Massachusetts i Notional Bureau of Standard USA).

Zaključak

Metoda je brža i ekonomičnija od svih do sada poznatih, kod kojih je neophodan ogroman broj merenja, računanja, pa i specijalnih karata. Po njoj svi radovi ne bi trebali da traju duže od 2—3 dana po tački.

Osim toga ona daje skretanja u odnosu na usvojeni elipsoid pre ikakvih prethodnih računanja pa se popravke u mrežu mogu uvesti do izravnanja. To je veoma važno, jer se odmah može ići na direktno izravnanje mreže izbegavajući do sada neizbežne dve etape.

Smatram da sa ovim načinom dobijaju relativna skretanja vertikalna u odnosu na elipsoid na koji su svedena linearna merenja.

SUMMARY

PRINCIPLE POSSIBILITY OF DETERMINATION OF COMPONENTS OF DEVIATION OF THE VERTICAL BY COMPARISON OF ANGLES MEASURED BY THE THEODOLITE AND CALCULATED FROM DISTANCES

- 1 — Deviation of the vertical influences the angles measured by theodolite and doesn't — the EDM.
- 2 — Because of that — the angles, reduced on the ellipsoid, comprise the influence of deviation of the vertical, but the measured sides — don't comprise it. So, we can consider the angles, measured by theodolite, as differences of astronomical azimuths, and those calculated from the sides — as geodetic ones. Difference Δ between them is given by wellknown formula (1) or (2). For determination of components ξ and η two equations (2) are needed (at least).
- 3 — If we wish to get ξ and η with an accuracy of $\pm 2''$, using (4) and (5), we find that accuracy of Δ must be $\pm 0''\text{,}05$, while the possible one is $0''\text{,}5$. (Here mountainous conditions are considered and random distribution of stations). So — method isn't applicable in every case.
- 4 — If the stations R and S are situated on the north (south) and east (west), and R' and S' — on the east (west) and south (north) of the Q , we get relations (6), (7) and (8). If Q, R, S are chosen so that $\text{ctg } z = a = b \approx 1 : 10 - 1 : 5$, method can be used in mountainous regions and needed accuracy is reachable by the series of existing EDM instruments.

If it would be realized laser instruments of great accuracy — method would be applied even in the flat areas — the Q point being situated on the tower.

Краткое содержание

Принципиальная возможность определения составляющих уклонения отвесных линий сопоставлением углов измеренных теодолитом и вычисленных из длин треугольников полученных инструментами для электронного определения длин

1 — Уклонения отвесных линий влияют на углы измеренные теодолитом, но не влияют на длины определенные инструментами для ЗОД.

2 — Поэтому — углы приведенные на эллипсоид содержат влияние отклонений, но измеренные и также приведенные длины — не содержат таких влияний. Так, углы измеренные теодолитом можем рассматривать как разности астрономических, а вычисленные из сторон — как разности геодезических азимутов. Разность Δ между ними дана известными формулами (1) и (2).

Для определения ξ и η достаточно два уравнения (2).

3 — Если желаем ξ и η определить с точностью $\pm 2''$, пользуясь (4) и (5) находим что точность Δ должна быть $\pm 0'',05!$ Возможно же достичь $0'',5$. (Исследования относятся условия и случайное распределение пунктов).

Так — метод не применим во всяком случае.

4 — Если пункты R и S на севере (юге) и востоке (заходе), и R', S' — востоке (заходе) и юге (севере от Q , получаем уравнения (6). Если, кроме того, Q, R и S выбраны так, что $\text{ctg } z = a = b \approx 1 : 10 - 1 : 5$, метод применим в горных районах и хужную точность линейных измерений можно достичь рядом существующих инструментов для ЗОД.

Если бы осуществились лазерские инструмехты высокой точности — этот метод могли бы применять даже в равнинной местности — точка Q на башне.

Suradujte i pretplaćujte se na

»GEODETSKI LIST«
