

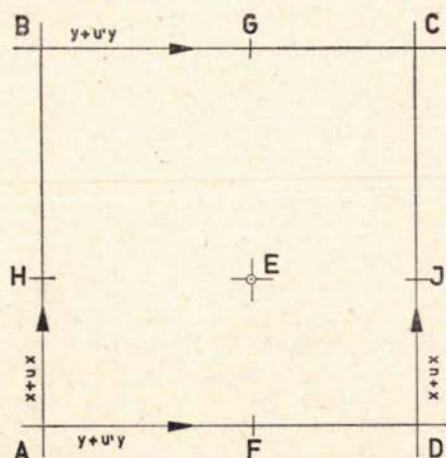
## KARTIRANJE GEODETSKIH TAČAKA KOD PROMJENE DIMENZIJA CRTACE PODLOGE

Nikola NEIDHARDT — Zagreb

Svaka podloga, na kojoj se kartira, mijenja dimenzije. Jedna više, druga manje. Stariji planovi i karte mahom su na papiru, koji je materijal prilično živ tj. promjenjiv pod utjecajem vlage, temperature i starenja, a ne steže i rasteže se ni podjednako u svim smjerovima. Da se to svede na što manju mjeru upotrebljava se kvalitetan papir. Najbolje je, da je nalijepljen (kaširan) na metalne ploče ili folije. U novije vrijeme mnogo se koriste i razni plastični materijali.

Promjene su naročito velike na onim starim planovima i kartama, koje su nastale grafičkom izmjerom, a papir je prije kartiranja vlažen i tako lijepljen na dasku. Kad je skinut, papir se je usušio, smanjio dimenzije (tzv. usuh).

Poznato je, kako se promjene dimenzija računski uzimaju u obzir (vidi npr. u knjizi ing. I. Živković: Topografski planovi, Beograd 1965, str. 76-84).



Slika 1

Pokušat ću ovdje istražiti, da li se u izvjesnim slučajevima upliv usuha može uzeti u obzir već samim nanašanjem. Razmotriti ću samo naknadno umetanje pojedinih geodetskih tačaka po pravokutnim koordinatama u plan kome su se dimenzije vremenom izmijenile.

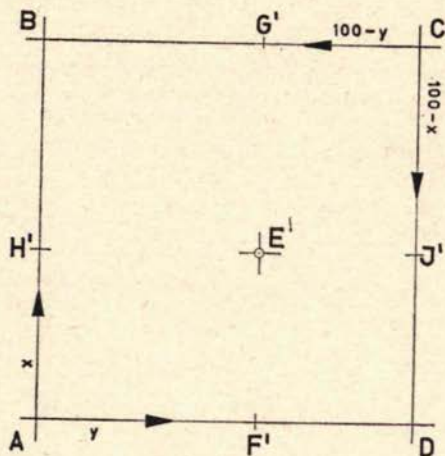
Uzmimo da u kvadrat ABCD (sl. 1) usušene koordinatne mreže treba unijeti tačku E. Relativna promjena papira u pravcu paralelnom apscisnoj X-osi

Adresa autora: Prof. dr ing. Nikola Neidhardt — Sumarski fakultet Zagreb

neka je  $u$ , a paralelno ordinatnoj  $Y$ -osi  $u'$ . Koordinate tačke  $E$  (relativno obzirom na pripadni kvadrat mreže) neka su  $x$  i  $y$ . Iznosi  $x$  i  $y$  su izvorni, neizmijenjeni (neusušeni).

Običnim metalnim razmjernikom kartirajmo tačku  $E$  tako, da nanesimo  $x + ux$  od  $A$  na  $AB$  i od  $D$  na  $DC$  te  $y + u'y$  od  $A$  na  $AD$  i od  $B$  na  $BC$ . Dobi-vene tačke spojimo i na presječnici je tražena tačka  $E$ . Ili nanesimo na gornji način npr.  $y + u'y$  na  $AD$  i  $BC$  i samo na spojnicu  $FG$  iznos  $FE = x + ux$ . Kod toga drugog načina zapravo je npr. iznos  $y + u'y$  dva puta nanesen, pa time donekle kontroliran, ali iznos  $x + ux$  samo jedamput. Dobro je stoga i njega kontrolirati na slijedeći način. Mjerilo (razmjernik) se uravna da njegova crtica  $10\text{ cm}$  ili  $100\text{ mm}$  (npr. kod decimetarske mreže) dođe na  $G$  i za  $E$  se mora čitati  $x - u$  ( $100 - x$ ).

Konstruirajmo sada način s nanošenjem *samo nominalnih* vrijednosti i to  $x$  i  $(100 - x)$  odnosno  $y$  i  $(100 - y)$  bez usuha. Od  $A$  na  $AB$  (sl. 2) nanesimo neusušeni iznos  $AH' = x$ , a od  $C$  na  $CD$  iznos  $CJ' = 100 - x$ . Nanašanje  $100 - x$  je kao nanašanje neke dekadске dopune sasvim jednostavno. Razmjernik se sa  $100$  postavi na  $C$  i pokraj njegovog  $x$  označi  $J'$ .



Slika 2

Posve analogno od  $A$  na  $AD$  nanesimo izvorni (nepromijenjeni)  $y$  a od  $C$  prema  $B$  analogni  $100 - y$ . Presjekom pravca  $H'J'$  i  $G'F'$  dobivamo tačku  $E'$ .

U izvjesnim slučajevima tačka  $E'$  je identična tački  $E$  tj. već samim postupkom je upliv promjene crtačeg papira uzet u obzir.

Ako sam od  $A$  na  $AB$  nanio  $x$ , a trebao nanesti zapravo  $x + ux$ , onda sam pogrešno nanio za:

$$\begin{aligned} \delta_x &= x - (x + ux) \\ \delta_x &= -ux \end{aligned} \quad (1)$$

Analogno sam od  $C$  na  $CD$  nanio  $CJ' = 100 - x$ , a trebao sam nanesti  $(100 - x + u(100 - x))$ .

Dužina  $DJ'$  iznosi:

$$DJ' = CD - CJ' = (100 + u100) - (100 - x) = x + u100$$

Trebalo bi zapravo biti  $x + ux$ , dakle pogreška je:

$$\delta'_x = (x + u100) - (x + ux) = +u(100 - x) \quad (2)$$

Dakle predznaci za  $\delta_x$  i  $\delta'_x$  su suprotni, jer je svakako (redovno)  $x < 100$ .

Ako je kod decimetarske mreže  $x$  npr. upravo  $50\text{ mm}$ , vidimo iz (1) i (2) da postaje

$$\delta_x = -u50 \quad \text{a} \quad \delta'_x = +u50$$

prema tome koliko je  $H'$  nanese na pogrešno na jednu,  $J'$  je za isto toliko na drugu stranu. Prema tome takovim načinom nanašanja promjena papira se sama po sebi uzima u obzir za tačku, koja leži na sredini između  $H'$  i  $J'$ . Ali

samo, ako je  $x = 50$  odnosno  $\frac{d}{2}$  gdje je  $d$  dimenzija kvadrata kvadratne mreže.

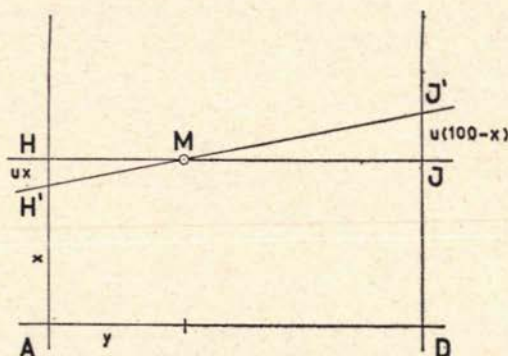
Posve analogno i za  $y$ .

Dakle, ako se nanašanje izvrši na opisani način (sl. 2), tačka  $E'$  je kartirana kao da je promjena papira (hartije) uzeta u obzir, a bez posebnog računanja te promjene.

Ako dakle neka tačka npr. pada upravo u središte kvadrata kvadratne mreže ili približno u središte, možemo je kartirati na opisani način bez računanja promjene papira. Ili, ako želimo iz bilo kojih razloga zgusnuti odnosno duplirati neku kvadratnu mrežu možemo to učiniti i na način slike 2.

Pokušajmo ići još korak dalje. Možda nema samo centralna tačka kvadrata svojstvo  $E' = E$ ?

Ako je kod  $H'$  (sl. 3) odstupanje  $-ux$ , kod  $J'$  analogno  $+u(100-x)$ , spajanjem dobivamo pravac nagnut obzirom na  $HJ$  tj. na paralelu sa  $X$ -osi koja ima apscisu  $x + ux$ . Pitajmo se gdje pravac  $H'J'$  siječe pravac  $HJ$ . Tamo, naime, pravac  $H'J'$  ima apscisu upravo  $x + ux$ .



Slika 3

Iz sličnih trokutova  $HH'M$  i  $JJ'M$  možemo naći tu tačku  $M$ . Imamo:

$$ux : y = u(100 - x) : (100 - y)$$

$$ux(100 - y) = yu(100 - x)$$

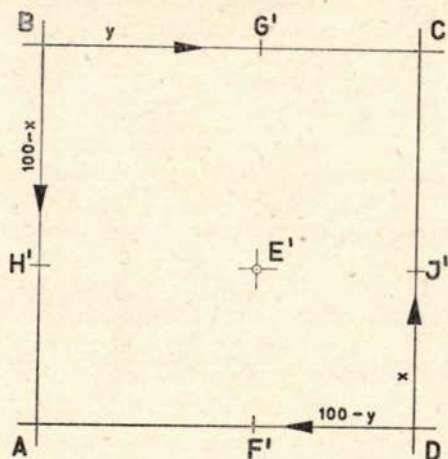
$$100ux = 100uy$$

$$x = y$$

Tačke, kojima je  $x = y$  leže na dijagonali kvadrata kvadratne mreže. Dakle način nanašanja iz sl. 2 vrijedi ne samo za središnju tačku kvadrata već i za svaku tačku, koja leži na dijagonali  $AC$  kvadrata kvadratne mreže ili bar blizu te dijagonale.

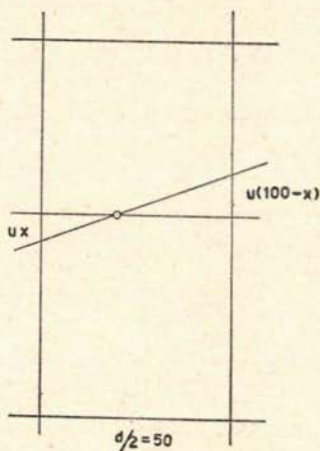
Ako se uzme tačka  $B$  kao ishodište razmatranja (ili tačka  $D$ ) (sl. 4), analogno se može izvesti i za drugu dijagonalu  $BD$ . Onda bi se unašanje vršilo kao u sl. 4.

Dakle, ako se ima kartirati tačka, koja leži na dijagonali kvadrata koordinatne mreže ili blizu dijagonale, može se kartirati na opisane načine. Time kao da je promjena crtaće podloge već uzeta u obzir bez posebnog računanja.



Slika 4

Možemo zaključiti i slijedeće. Za svaku tačku, koja je na spomenute načine kartirana unutar kvadrata koordinatne mreže upliv je usuha manji nego da prilikom kartiranja uopće nije uziman u obzir. Prema tome, ako je promjena gotovo neznatna, još se dalje smanjuje tim načinom. Najveće odstupanje nastupa na granicama kvadrata tj. na dužinama  $AB$ ,  $BC$ ,  $AD$  i  $DC$ . Smanjiti se tamo može i tako, da se nanosi ili  $x$  ili  $d - x$  (odnosno  $y$  ili  $d - y$ ) već prema tome što je manje tj. ako je npr.  $x < (100 - x)$  onda  $x$  i obratno.



Slika 5

Opisani načini nanašanja uglavnom traže nanašanje 4 pomoćne tačke  $H'$ ,  $J'$ ,  $G'$  i  $F'$ . Brži bi rad bio samo sa dvije pomoćne tačke npr.  $G'$  i  $F'$  pa na liniji  $G'F'$  nanašanje ili  $x$  ili  $100 - x$  već prema tome koji je iznos manji. Time bi se doduše upliv promjena crtaće podloge smanjio ali ne i eliminirao.

Pošto koordinatna mreža baš nije uvijek kvadratična (npr. na rubovima sekcija) nastaje pitanje, da li gornji izvodi vrijede i općenito za pravokutnike a ne samo za kvadrate. Uzmimo u razmatranje najčešći slučaj, da npr. pravokutnik čini polovicu kvadrata tj. recimo po  $X$ -osi  $d = 100 \text{ mm}$ , a po  $Y$ -osi samo  $d/2 = 50 \text{ mm}$ . Iz sl. 5 onda izlazi:

$$ux : u(100 - x) = y : (50 - y)$$

odakle se dobiva  $x = 2y$ , a to je opet jednadžba dijagonale.

\* \* \*

Na kraju zahvaljujem drugovima inž. Z. Kalafadžiću koji je izvršio korekturu rukopisa te inž. Z. Horvatiću koji je crtao slike.

#### KARTIERUNG GEODÄTISCHER PUNKTE BEI VERÄNDERTER ZEICHENUNTERLAGE

Die relative Veränderung in Richtung der  $X$ -Achse sei  $u$ ,  $Y$ -Achse  $u'$ . Die Eintragung eines nachträglichen Punktes  $E$  (Fig. 1) ins entsprechende Quadrat des Koordinatennetzes folgt mit  $x + ux$  und  $y + u'y$  ( $x$  und  $y$  reduzierte Koordinate). Die Dimension des Quadrates sei  $100 = d$ .

Wenn an die Seiten des Quadrates nicht  $x + ux$  und  $y + u'y$  aufgetragen werden sondern (Fig. 2)  $x$  von  $A$  nach  $B$  (Punkt  $H'$ ) und  $100 - x$  von  $C$  nach  $D$  ( $J'$ ) beziehungsweise  $y$  von  $A$  nach  $D$  ( $F'$ ) und  $100 - y$  von  $C$  nach  $B$  ( $G'$ ), im Schnitte der Geraden  $H'J'$  und  $G'F'$  wird  $E'$  gewonnen, Punkt welcher in gewissen Fällen  $E$  vollkommen entspricht ( $E' = E$ ). Es wird bewiesen, dass alle Punkte, welche auf der Diagonale  $AC$  liegen, diese Eigenschaft besitzen. Dasselbe gilt für die Diagonale  $BD$ , wenn wie in Fig. 4 vorgegangen wird. Wenn also ein Punkt aufzutragen ist, welcher an einer Diagonale oder in ihrer nächsten Nähe steht, kann man wie in Fig. 2 und 4 vorgehen und damit dem Einflusse der Zeichnungunterlageveränderung entgehen. Und wenn die Veränderung gering ist, kann man ihren Einfluss mit dieser Methode verringern. Das Auftragen von (dekadischen) Ergänzungen  $100 - x$ ,  $100 - y$  beziehungsweise  $d - x$ ,  $d - y$  ist ganz einfach. Man stellt  $d$  ( $100$ ) auf den entsprechenden Punkt ( $A, B, C, D$ ) und beim  $x$ , beziehungsweise  $y$  pikiert.