

AUTOMATSKI NIVELIRI

Razvoj, principi konstrukcije i analiza utjecaja na tačnost mjerenja
s posebnim osvrtom na nivelir WILD NA2

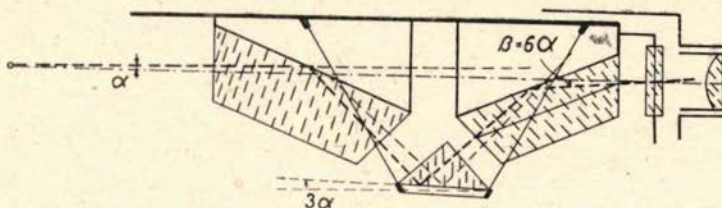
(Nastavak)

Doc. Dušan BENČIĆ, dipl. inž. — Zagreb

NIVELIRI S KOMPENZATORIMA

Prvi nivelir s optičkim kompenzatorom vrlo je brzo pokazao sve prednosti takovog tipa nivelira. Kako bismo ove prednosti jasno uočili u odnosu na dotadašnje konstrukcije, spomenimo ukratko osnovna konstruktivna svojstva automatskog nivelira Zeiss Ni2.

Optika kompenzatora sastoji se od tri prizme (sl. 11). Obe vanjske su čvrsto povezane sa durbinom. Okularna prizma izvedena je kao

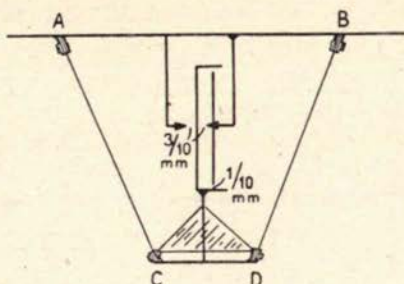


Sl. 11 Kompenzator nivelira Zeiss Ni2 (1950. god.)

krovná, tako da optički sistem kompenzatora ujedno i okreće sliku u oba smjera, tako da dobivamo uspravnu sliku letve. Srednja pravokutna prizma, kojoj je donja ploha zrcalna, obješena je o četiri niti iz materijala otpornog protiv korozije. Za prigušenje titranja služi zračni sloj na principu kompresije, te mirovanje nastupa nakon $\frac{1}{2}$ sek. (sl. 12). Kako prizma i uređaj prigušenja teži 20 g., to za razliku od čitavog durbina, kao njihala (Couturier), ovdje njiše svega $\frac{1}{100}$ mase durbina. Svaka nit je time opterećena sa 5 g (a mogla bi prema podacima izdržati i težinu od 2 kg).

Iz konstruktivnih razloga područje kompenzacije je ograničeno za nagibe durbina $\pm 15'$. Zato za osnovno horizontiranje služi dozna libela. Dozna libela je stoga nužan sastavni dio nivelira s kompenzatorom. Uređaja za aretiranje nema, jer nije ni potreban, zbog male mase njihala, a trajne deformacije niti nastupaju tek sa $150x$ većim napetostima.

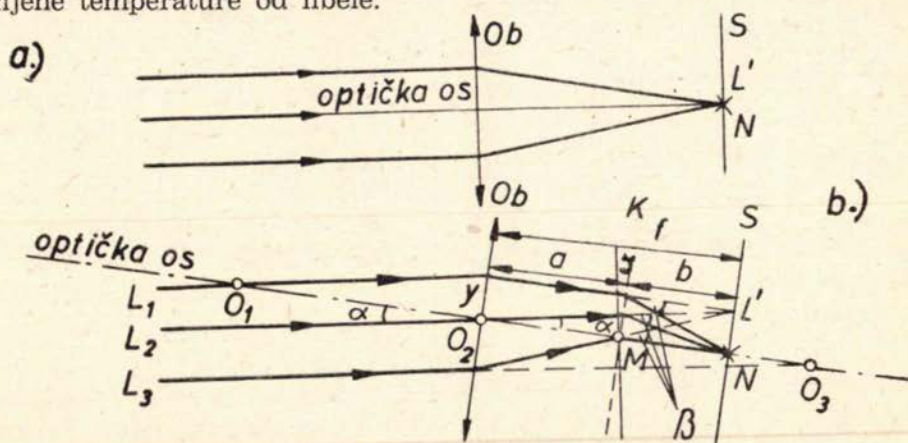
Sa nezaklonjenim vidnim poljem, uspravnom slikom, praktičnim oblikom i veličinom, sa tačnošću horizontiranja $\pm 0,3''-0,5''$ i srednjom pogreškom dvostrukog niveliranja $1 \text{ km} \pm 1-2,5 \text{ mm}$, a uz primjenu plan-paralelne ploče i invarske letve, $\pm 0.5-1 \text{ mm}$, ovaj se nivelir u potpunosti afirmirao u praksi.



Sl. 12 Uređaj prigušenja s prizmom koja njiše (shematski)

Nakon afirmacije ovog nivelira dolazi do naglog razvoja automatskih nivelira s kompenzatorima.

Osnovni razlozi za ovakav razvoj nisu samo u praktičnoj podestnosti i odgovarajućoj tačnosti, već u prvom redu zbog brzine i jednostavnosti u radu, manjeg zamaranja a time i veće ekonomičnosti mjerenja (oko 50% skraćenje vremena mjerenja prema klasičnom niveliru). Sto je najvažnije kompenzator je daleko manje osjetljiv na promjene temperature od libele.



a. horizontalan durbin

b. durbin nagnut za kut α

Sl. 13 Princip optičke kompenzacije

Princip optičke kompenzacije nagiba durбина

Pri horizontalnoj vizuri objektiv durбина (Ob) stvara sliku podjele letve (L') u ravnini slike (S) u tački N nitnog križa (sl. 13a). Ako se, iz bilo kojih razloga os durбина nagne za neki kut (α), slika tačke na letvi (L) koja odgovara horizontalnoj vizuri, neće više pasti u horizontalnu nit nitnog križa (N), već u tačku izvan osi (L') sl. 13b. (Zbog

jednostavnosti prikaza uzeli smo, da se vizurna os poklapa sa optičkom osi (durbina). Zrake svjetlosti, koje dolaze sa tačke L letve, približno su paralelne, jer je letva relativno daleko. Kompenzator (K) ima zadatak da ponovno otkloni ove zrake i to za određen kut (β), kako bi se tačka L ponovno preslikala na niti nitnog križa.

Kako se preslikavanje vrši u paraksijalnom području ($y < 1$ mm), to možemo dužine \overline{IM} i $\overline{L'N}$ aproksimirati sa lukovima zajedničke kružnice, pa i iz čisto geometrijskog zora možemo zaključiti o jednakosti kuteva otklona zraka svjetlosti β .

Omjer kuteva:

$$\frac{\beta}{\alpha} = k, \text{ nazivamo faktorom kompenzacije.}$$

Iz sl. 13b vidljivi su ovi odnosi: $\overline{L'N} \approx f \hat{\alpha} \approx b \hat{\beta}$

Iz ovog slijedi: $b = f \frac{\alpha}{\beta}$

$$b = \frac{f}{k}$$

Kako je: $a = f - b$, to dobivamo, nakon uvrštenja vrijednosti za b :

$$a = f \frac{k-1}{k}$$

Ove **jednadžbe kompenzatora** određuju udaljenosti kompenzatora od nitnog briža (b), odnosno objektiva (durbina) (a), kao i povezanost tih veličina sa faktorom kompenzacije i žarišnom daljinom objektiva, a izvedene su za optičku neizmjernost.

Za objekte u konačnosti mogu nastati različiti slučajevi u funkciji kompenzatora pri horizontiranju, ovisno o konstrukciji, a koji su niže opisani.

Kod nivelira Zeiss Ni2 su po konstrukciji dužine:

$\overline{AC} = \overline{BD}$ i $\overline{AB} = 3 \overline{CD}$ (sl. 12), te se pri nagibu osi durbina za kut α zrcalna ploha prizme (CD) nagne za kut 3α , a reflektirana zraka time otklanja za kut 6α . Time je postignut faktor kompenzacije $k = 6$, tj. $\beta = 6\alpha$.

Slijedi:

$$a = \frac{6}{5} f; \quad b = \frac{6}{1} f$$

Pri analizi funkcije kompenzatora uzimamo u obzir dvije njegove karakteristične veličine:

- 1 — nulti položaj njihala — to je položaj koji odgovara horizontalnoj vizurnoj osi durbina
- 2 — faktor kompenzacije

Iz toga slijedi, da imamo i dvije osnovne pogreške, koje utječu na tačnost mjerenja, a uzrokovane su kompenzatorom nivelira:

- 1 — Pogreška nultog položaja — promjena položaja vizurne osi neovisno o nagibu durbina

2 — Pogreška faktora — promjena položaja vizurne osi uslijed nagiba durbina

Uzroci ovim pogreškama mogu biti različiti:

- deformacije instrumenta
- promjene elemenata kompenzatora
- promjene u strukturi materijala
- ostatak odstupanja pri justiranju.

Ovi su uzroci najvećma povezani s načinom rada s instrumentom, promjenama temperature, mehaničkim uplivima, kao i djelovanjem sile teže i magnetskog polja.

Konstruktivna rješenja

Optički kompenzatori na principu njihala razlikuju se po obliku i vrsti optičkih elemenata, kao i položaju s obzirom na optiku durbina. S položajem kompenzatora povezane su i njegove konstruktivne osobine:

1. Kompenzator između nitnog križa i leća objektivna durbina.

Instrumenti ovog tipa:

Zeiss Ni2, Wild NA2, Zeiss-Jena Koni 007 i Koni 025, Self-aligning level S 700 Cooke Troughton and Simms, Watts Autoset, Ertel BNA, INA, MOM Ni-B3, Fennel Autac, Autan.

Kompenzator je kod ovog tipa čvrsto povezan s ravninom slike (nitnim križem).

Kod izoštravanja slike za različite udaljenosti objekta (zamislimo pomak K i S) ostaju u nepromijenjenom položaju prema nitnom križu one slike tačaka, kojih zrake svjetlosti, nakon loma kroz objektiv, prolaze između objektivna O_b i kompenzatora K paralelno sa optičkom osi. Otklon tih zraka na kompenzatoru je isti, bez obzira na položaj kompenzatora. Te zrake prolaze u prostoru objekta kroz prednje žarište objektivna (žarište predmeta), označeno sa O_1 (sl. 13b). U slici ucrtana horizontalna zraka, označena sa L_1 , je u tom slučaju vizura automatskog nivelira.*

Ako bi tačka O_1 bila i okretna tačka durbina, položaj bilo koje slike tačke u ravnini nitnog križa bio bi invarijanta s obzirom na taj zakret. To je princip automatskog horizontiranja primjenom kompenzatora.

Međutim, uvjet da prednje žarište objektivna bude i okretna tačka nije uvijek ispunjen.

Taj bi uvjet, nakon osnovnog horizontiranja pomoću dozne libele, bio zadovoljen, kada bi tačkom O_1 prolazila vertikalna okretna os nivelira. U protivnom slučaju dolazi pri zakretanju oko nagnute osi nikalne osi do promjene položaja okretne tačke po visini, a time i translacije vizure tj. pomaka horizonta (sl. 19).

* Prema definiciji F. R. HELMERT-a (Zeitschr. der Arch. und Ing. — Vereins, Hannover, 1876), *geodetska vizurna linija* je skup svih tačaka u kojima se preslika presjek nitnog križa u prostoru objekta pomoću objektivna durbina.

Ovdje treba napomenuti i to, da se kod unutrašnjeg izoštravanja koje se praktički primjenjuje, mijenja, uslijed pomaka leće, i žarišna daljina objektiva i time također položaj okretne tačke. To uzrokuje pogrešku nultog položaja, kao i pogrešku faktora. Ovaj utjecaj, međutim, može se pogodnim proračunom optike durbina svesti na zanemarljivu veličinu.

Sve ovo ukazuje na potrebu prethodnog ispitivanja nepoznatog instrumenta, kao i primjenu određenih metoda i sistematičnosti pri mjerenju, a o čemu je riječ u slijedećem poglavlju.

2. Kompenzator između leća objektiva (između čvrstog i pomičnog dijela kod unutrašnjeg izoštravanja).

Instrumenti ovog tipa:

Askania Na, Kern GK1-A, Breithaupt Autom, SLOM SNA2.

Kompenzator je čvrsto povezan s prednjim sabirnim dijelom objektiva.

Kod izoštravanja slike, za različite udaljenosti objekta, ostaju u nepromijenjenom položaju prema nitnom križu samo one slike tačaka, kojih zraka svjetlosti prolazi između kompenzatora K i ravnine slike S samom optičkom osi (Zraka L_3 i njen dio MN na sl. 13b).

Naime, samo ta zraka ne mijenja svoj pravac kretanja prolazom kroz centrirani pomični dio objektiva, pa je njen položaj i smjer neovisan o položaju ovog pomičnog dijela objektiva kod izoštravanja. Rektifikacijom će zraka L_3 zauzeti horizontalan položaj. Produžimo li zraku L_3 u prostoru objekta virtuelno do optičke osi, to analogno dobivamo okretnu tačku O_3 .

Zraka L_3 je u ovom slučaju vizura i njen položaj se ne mijenja zakretom durbina oko tačke O_3 .

Ovo će biti očito, ako zamislimo zakretanje durbina oko tačke O_3 sve dotle, dok nije nagib durbina jednak nuli. U tom slučaju zraka L_3 pada u samu optičku os, pa imamo polazni položaj. Ovo je potpuno analogno, kao kad u konstruktivnom slučaju 1. rotaciju vršimo oko tačke O_1 . Analogno možemo stoga primijeniti i opisanu diskusiju o slučaju translacije vizure.

3. Kompenzator kao uređaj za izoštravanje.

Instrumenti ovog tipa:

Miller Ni V i Ni VI, Sökkisha.

Kako kompenzator, osim funkcije kompenzacije, ima i funkciju izoštravanja slike, to se on pomiče prilikom izoštravanja, time da je

omjer $\frac{O_2 M}{MN}$ konstantan (sl. 13b). U tom slučaju su samo tačke koje

se nalaze na horizontalnoj zruci L_2 preslikane u nitnom križu, a glavna tačka objektiva O_2 je okretna tačka.

Vizura je u ovom slučaju određena zrakom L_2 i njen se položaj neće promijeniti pri pomicanju kompenzatora uslijed izoštravanja, kao ni u slučaju rotacije durbina oko glavne tačke objektiva. Moguća je,

dakle, translacija vizure (ako vertikalna os ne prolazi glavnom tačkom). Pri konstrukciji dolazi u obzir samo faktor $k = 2$.

Ovaj uređaj je optički jednostavan, gotovo slobodan od pogreške faktora, ali postoje poteškoće pri mehaničkoj izradi.

4. Nitni križ ili objektiv durbina kao kompenzator.

Instrumenti ovog tipa:

Filotehnica Salmoiraghi 5190 i 5172, NSM-2.

Ako je nitni križ kompenzator (obješen o nitima npr. model 5190), to je glavna tačka objektiva okretna tačka. Ukoliko je objektiv kompenzator (objektiv obješen o nitima, model 5172), to je presjek nitnog križa okretna tačka. Zbog vertikalnog položaja durbina okretna tačka pada u vertikalnu okretnu os. To je i prednost ovakovih konstrukcija.

Kod NSM-2 kompenzator je dio objektiva. Područje kompenzacije je malo $\pm 2'$, zbog povećanja pogrešaka preslikavanja.

5. Kompenzator ispred objektiva (kao dodatak).

Konstrukcije: Askania, Feinmess Dresden.

Faktor kompenzacije $k = 1$.

Okretna tačka leži u okretnoj tački kompenzatora.

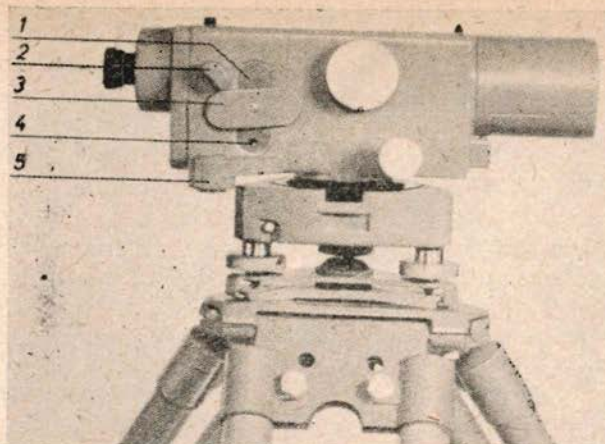
Što se tiče položaja kompenzatora općenito vrijedi pravilo: Čim je kompenzator bliži objektivu, to se postavljaju veći zahtjevi na optičku kvalitetu njegovih dijelova, to i više kompenzator utječe na oblik instrumenta. Na oblik instrumenta utječu i druga konstruktivna svojstva, kao npr. položaj okretne tačke, što uzrokuje odstupanje od klasičnih oblika nivelira. Kod nekih nivelira cijev durbina, stoga, čak zauzima vertikalni položaj (npr. Zeiss Koni 007, Salmoiraghi).

Najčešće je primijenjen konstruktivni tip automatskog nivelira s položajem kompenzatora ispred nitnog križa s kojim je i čvrsto povezan (konstruktivni tip 1.). Opisat ćemo stoga detaljnije jednog od istaknutih predstavnika ove grupe.

AUTOMATSKI NIVELIR WILD NA2

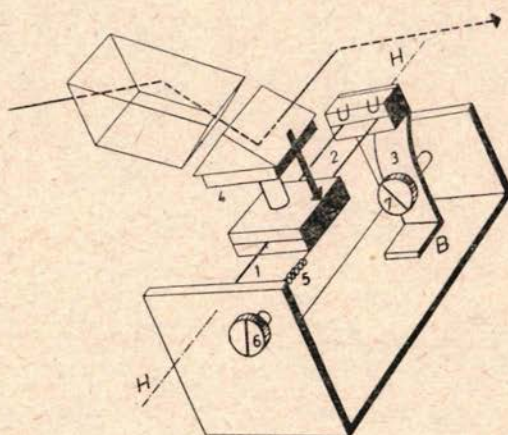
Tehnički podaci:

| | |
|---|--|
| Povećanje durbina 30x | Područje kompenzacije 10' |
| Dužina durbina 250 mm | Tačnost horizontiranja 0,3" |
| Promjer ulazne pupile 45 mm | Osjetljivost dozne libele 8'/2 mm |
| Najkraća udaljenost izoštravanja 2,1 m | Horizontalni krug: Podjela 360° ili 400° |
| Najveća udaljenost za procjenjivanje mm 110 m | Interval 1° ili 1' |
| Multiplikaciona konstanca 100 | Procjena pomoću mikroskopa sa skalom 1' ili 1" |
| Adiciona konstanta 0 | Mikrometar s plan-pločom (kao dodatak): |
| Srednja pogreška dvostrukog niveliranja $\pm 1,5$ mm/km | Područje 1 cm |
| Srednja pogreška dvostrukog niveliranja s mikrometrom $\pm 0,4$ mm/km | Interval 0,1 mm |
| | Procjena 0,01 mm |



Sl. 14 Nivelir WILD NA2 (sa iskrenutim poklopcem uređaja za justiranje)

Kompensator nivelira WILD NA2 [4] sastoji se iz kućišta od mjedi, plosnatog pera, niti i tijela njihala. Plosnato pero i niti izrađene su od legure Ni-Fe sa temperaturnim koeficijentom modula elastičnosti gotovo jednakim nuli, tako da elastična svojstva ostaju sačuvana, unatoč promjenama temperature (sl. 15).



Sl. 15 Shema kompenzatora nivelira WILD NA2

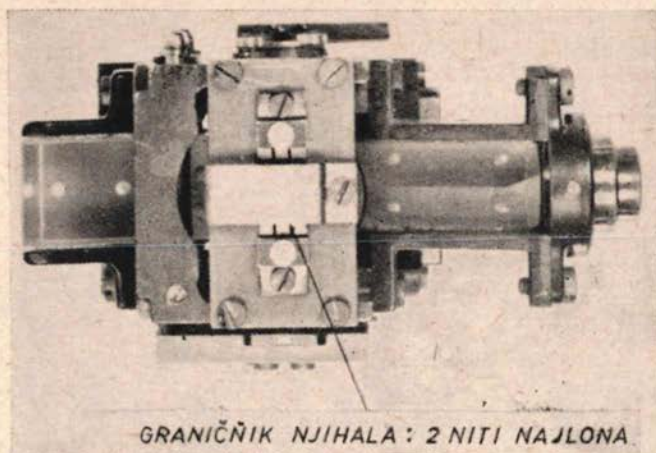
Tijelo njihala sa kompenzacionom prizmom (4) učvršćeno je o kućište na jednoj strani sa jednom niti (1) — torzionom niti (nazvanom prema njenoj funkciji), a na drugoj strani sa dvije niti (2) — bifilarnom niti (u stvari izvinuta jedna nit). Bifilarna nit je upeta (na mjestu U-U) o plosnato pero (3), koje je učvršćeno o kućište kod

B. Sa njime se može podešavati napetost triju niti djelovanjem na korekcionni vijak (7) i time justirati faktor kompenzacije (sl. 13, 1).

Za rektifikaciju nultog položaja njihala (analogno glavnom uslovu nivelira) nalazi se na strani torziona niti još jedna opruga (5). Zakretanjem korekcionnog vijka (6) (na sl. 12,4), daje se dodatni moment zakreta njihalu i time naginje vizura (na taj način zraka L_1 (sl. 13b) prolazi nitnim križem). Praktičar uglavnom podešava samo ovaj vijak, ispitujući glavni uslov uobičajenim postupkom.

Njihalo ima radno područje $\pm 10'$, koje je ograničeno graničnicima od niti najlona. Njihaji se prigušavaju sa dva para magneta.

Kako kompenzator i nitni križ čine cjelinu, može se u slučaju oštećenja vrlo lako kompenzator zamijeniti novim (sl. 16).



Sl. 16 Kućište s kompenzatorom WILD NA2 (pogled odozgo)

Prema opisanom, očito je da pri funkciji kompenzatora osnovnu ulogu igraju torziona i bifilarna nit.

Uslijed nagiba durbina zakreće se njihalo zbog svoje težine oko osi H—H, te dolazi do tzv. zakretnog momenta njihala M_N . Ovom zakretnom momentu protive se dva osnovna momenta sila:

- moment tordirane niti M_T
- moment bifilarne niti M_B

Ravnotežom ovih triju momenata:

$$M_N + M_T + M_B = 0,$$

tijelo njihala, a time i kompenzaciona prizma zauzima takav položaj, da slika letve zadržava svoj relativni položaj s obzirom na nitni križ.

S obzirom na položaj njihala $b = \frac{1}{6} f$ (sl. 13b), totalni faktor kom-

penzacije iznosi $k = 6$. Dakle, jednako kao i kod nivelira ZEISS Ni2.

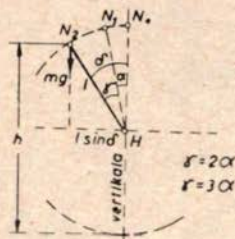
Za detaljnije poznavanje funkcije kompenzacije moramo upoznati pojam astatičkog njihala prema Ellenbergeru.

Astatičko njihalo prema Ellenbergeru

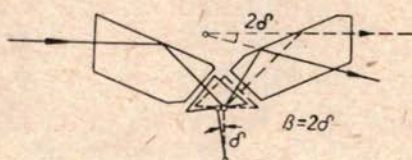
Ako težište njihala leži iznad osi okretanja H , ono će, u slučaju da težište leži i u vertikali, biti u labilnoj ravnoteži. Pomakom iz tog položaja, ono bi se zaokrenulo. Međutim, ako na njihalo djeluju još i druge elastične sile, može u određenim slučajevima doći do stabilne ravnoteže njihala, a pomakom njihala nastati će samo prigušeno titranje. U tom slučaju govorimo o astatičkom njihalu.

Ellenbergerov kompenzator sastavljen je od takovog astatičkog njihala i njegov patent usvojila je tvornica WILD za građu svog automatskog nivelira.

Uslijed nagiba durбина za kut α , njihalo je pomjereno iz svog osnovnog položaja N_0 u N_1 (sl. 17), ali uslijed djelovanja sile teže ukupni kut otklona njihala je veći i ono dolazi u konačni položaj N_2 .



Sl. 17



Sl. 18

Shema optičkog prenosa zraka kompenzatora NA2

Ukupni otklon njihala od vertikale je:

$$\delta = \alpha + \gamma$$

U položaju N_2 dolazi do stanja ravnoteže djelovanjem protumomenata torziona i bifilarne niti. Time je kompenzirana potencijalna energija njihala: mgh .

Dodatni kut otklona γ ovisi o veličini protumomenata. U našem slučaju, uz totalni faktor $k = 6$, protumomenti imaju takovu veličinu, da je zadovoljen uvjet:

$$\gamma = 2\alpha, \text{ odnosno } \delta = 3\alpha$$

Za trostruki kut nagiba durbin nagnut će se time ravna zrcalna ploha kompenzacione prizme, a uslijed refleksije zraka na ovoj plohi, ukupni otklon biti će: $\beta = 2\delta$ tj.

$$\beta = 6\alpha \text{ (sl. 18)}$$

Položaj ravnoteže nastao je, dakle, uz uvjet jednakosti momenata:

$$M_N = M_T + M_B$$

s time, da nagib kućišta kompenzatora, pričvršćenog uz durbin, za kut α i dodatni otklon njihala γ moraju biti jedine varijable.

1. Zakretni moment njihala M_N

Prema sl. 17 imamo:

$$M_N = m g l \sin \delta \quad 1.$$

$m g$ težina njihala
 l dužina njihala

Budući da se praktički radi o vrlo malim kutevima zakreta, možemo sinus kuta izjednačiti sa njegovom lučnom mjerom, a kako su i veličine m , g i l u danim uslovima konstantne, možemo uzeti da je:

$$M_N = k_1 \delta \quad 2.$$

gdje veličinu k_1 nazivamo konstantom njihala.

Uvrstimo li približne broјčane vrijednosti za njihalo NA2:

$l = 18 \text{ mm}$; $mg = 0,014 \text{ kp}$, dobivamo vrijednost konstante:

$$k_1 = 0,25 \text{ kp mm}$$

Kako bi se osigurala odgovarajuća tačnost rada kompenzatora, mora ova konstanta, a time i određene karakteristike njihala, zadovoljiti određenim zahtjevima.

Promjena momenta njihala iznosit će:

$$\Delta M_N = 0,25 \Delta \delta$$

Uz uvjet tačnosti horizontiranja $\pm 0,1''$ biti će:

$$\Delta M_N = 0,25 \frac{0,1''}{\rho''}$$

$$\Delta M_N = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ kp mm}$$

Time smo dobili veličinu najvećeg dozvoljenog odstupanja momenta njihala, a što ćemo koristiti u kasnijoj analizi.

2. Moment torziona niti M_T

Torziona nit ima glavnu ulogu kompenzacije nagiba.

Nagibom njihala od položaja N_1 do N_2 dolazi do torzije niti za kut γ . Zbog torzije dolazi do djelovanja momenata sila uslijed tangencijalnih naprezanja (M_{T1}), uzdužnih naprezanja (M_{T2}), kao i djelovanja vanjske sile P (plosnato pero) na uzdužna vlakna tordirane niti (M_{T3}). Time je ukupni moment tordirane niti:

$$M^T = M_{T1} + M_{T2} + M_{T3} \quad 3.$$

a) Moment uslijed tangencijalnih naprezanja M_{T1}

Iz odgovarajuće literature imamo slijedeći izraz:

$$M_{T1} \approx \frac{A^2 G}{2 \Pi l} \gamma$$

$A = r^2 \pi$ površina presjeka torziona niti
 G modul smicanja ili klizanja
 γ kut zakreta između krajeva torziona niti — kut torzije
 l dužina niti

Uz uvjet da je $G \approx \frac{2}{5} E$, gdje je E modul elastičnosti, dobivamo:

$$M_{T1} \approx \frac{0,2 A^3 E}{\Pi l} \gamma$$

Uvrstimo li brojčane vrijednosti za torzionu nit NA2:

$r = 0,125$ mm; $l = 10$ mm; $E = 1,9 \cdot 10^4$ kp/mm²; $A = 0,049$ mm²
dobivamo:

$$M_{T1} \approx 0,29 \gamma \text{ kp mm}$$

b) Moment uslijed uzdužnih naprezanja M_{T2}

$$M_{T2} \approx \frac{A^3 E}{24 \Pi^2 l^3} \gamma^3$$

Uvrštenjem vrijednosti dobivamo:

$$M_{T2} \approx 0,00001 \gamma^3 \text{ kp mm}$$

c) Moment uslijed djelovanja vanjske sile P
(sila pera) M_{T3}

$$M_{T3} \approx \frac{P A}{2 \Pi l} \gamma$$

Uz $P = 0,1$ kp imamo:

$$M_{T3} \approx 0,00008 \gamma \text{ kp mm}$$

Iz ovoga vidimo, da osnovni udio u ukupnom momentu torziona niti ima moment uslijed tangencijalnih naprezanja tzv. čisti torzioni moment M_{T1} . Stoga će i tačnost ovog momenta imati osnovni utjecaj na tačnost faktora kompenzatora.

Na osnovu toga možemo uzeti:

$$M_T \approx \frac{0,2 A^3 E}{\Pi l} \gamma = k_2 \gamma = 0,29 \gamma \text{ kp mm} \quad 4.$$

Konstanta k_2 ima dimenziju momenta i nazivamo je konstantom torzije.

Funkcionalna ovisnost momenta torziona niti M_T o kutu γ je, dakle, linearna (uz pretpostavku malih kuteva zakreta).

3. Moment bifilarne niti M_B

Dodatnim zakretom njihala od položaja N_1 do N_2 dolazi i do izvijanja i torzije bifilarne niti, te pojedina nit dobiva blagi oblik slova S. Time dolazi i do prividnog skraćivanja dužine niti za iznos d , koji je ovisan o radiusu presjeka niti (r), o sili pera (P) i elastičnim svojstvima niti:

$$d = r^3 \sqrt{\frac{2 \Pi E}{P}}$$

Moment bifilarne niti nastaje: djelovanjem sila na zakrenutim mjestima, gdje su niti upete (tzv. čisti bifilarni moment M_{B1}), kao i uslijed torzije niti (torzioni moment bifilarne niti M_{B2}).
Prema tome je ukupni moment:

$$M_B = M_{B1} + M_{B2} \quad 5.$$

a) Bifilarni moment M_{B1}

Uz pretpostavku malih kuteva zakreta imat ćemo slijedeći izraz:

$$M_{B1} \approx P \frac{e_1 e_2}{4/h - d} \gamma = P k_3 \gamma$$

e_1 razmak upetih mjesta niti na peru
 e_2 razmak upetih mjesta na tijelu njihala
 h međusobni razmak ravnina upetih mjesta
 Veličinu k_3 nazivamo bifilarnom konstantom.

b) Torzioni moment M_{B2}

Za male kuteve zakreta biti će:

$$M_{B2} \approx \frac{2\pi E r^4}{5h} \gamma = k_4 \gamma$$

k_4 konstanta torzije bifilarne niti.

Uvrstimo u dobivene izraze brojčane vrijednosti bifilarne niti NA2:

$$\begin{aligned} r &= 0,08 \text{ mm} & e_1 &= 4 \text{ mm} \\ E &= 1,9 \cdot 10^4 \text{ kp/mm}^2 & e_2 &= 2 \text{ mm} \\ h &= 12 \text{ mm} \end{aligned}$$

Slijedi:

$$d = 7,0 \text{ mm}$$

$$M_{B1} \approx 0,4 P \gamma, \text{ kako je } P = 0,1 \text{ kp:}$$

$$M_{B1} \approx 0,04 \gamma \text{ kp mm}$$

$$M_{B2} \approx 0,08 \gamma \text{ kp mm}$$

$$M_B \approx \left(P \frac{e_1 e_2}{4/h - d} + \frac{2\pi E r^4}{5h} \right) \gamma = 0,12 \gamma \text{ kp mm} \quad 6.$$

Iz ovih izraza za momente možemo zaključiti:

- čisti torzioni moment torzione niti ima najveći upliv na ukupni protumoment
- oba momenta bifilarne niti imaju utjecaj na ukupni moment
- elastična sila pera P utječe na bifilarni moment i time na ukupan protumoment.

Ukoliko promijenimo, dakle, napetost niti (silu P), to će se vrlo malo promijeniti ukupni moment torzione niti M_T (vidi izraz za M_{T3} ali ukupni bifilarni moment će na tu promjenu reagirati vrlo osjetljivo (zbog promjene veličine momenta M_{B1}).

Ovo svojstvo se koristi za podešavanje faktora kompenzacije. Djelovanjem na kor. vijak (sl. 15), odnosno 1 (sl. 14) mijenjamo veličinu sile P .

Na taj način je nivelir NA2 prvi automatski nivelir sa mogućnošću justiranja faktora kompenzacije. Naravno, to će biti potrebno samo izuzetno. Ovo justiranje mogu izvoditi samo stručna lica.

Analizom izraza za momente (4. i 6.) može se odrediti potrebna relativna tačnost pojedinih elemenata.

U tu svrhu nađimo najprije totalni diferencijal izraza 4.

$$dM_T = \frac{\partial M_T}{\partial A} dA + \frac{\partial M_T}{\partial E} dE + \frac{\partial M_T}{\partial l} dl + \frac{\partial M_T}{\partial \gamma} d\gamma$$

$$dM_T = 2 \frac{0,2 A E}{\pi l} \gamma dA + \frac{0,2 A^2}{\pi l} \gamma dE - \frac{0,2 A^2 E}{\pi l^2} \gamma dl + \frac{0,2 A^2 E}{\pi l} d\gamma$$

$$dM_T = 2 M_T \frac{dA}{A} + M_T \frac{dE}{E} - M_T \frac{dl}{l} - M_T \frac{d\gamma}{\gamma}$$

Kako je $M_T = 0,29\gamma$, slijedi:

$$dM_T = 0,58 \frac{dA}{A} \gamma + 0,29 \frac{dE}{E} \gamma - 0,29 \frac{dl}{l} \gamma + 0,29 d\gamma \quad 7$$

Analogno izračunajmo totalni diferencijal izraza 6.:

Radi jednostavnosti razmatranja uzmimo: $e_1 = e_2 = e$, a uvrstimo i površinu presjeka niti: $F = r^2 \pi$, pa imamo izraz za M_B :

$$M_B = \left[P \frac{e^2}{4 \left(h - F \sqrt{\frac{2 E}{P \pi}} \right)} + \frac{2 E F^2}{5 \pi h} \right] \cdot \gamma$$

$$dM_B = \frac{\partial M_B}{\partial P} dP + \frac{\partial M_B}{\partial e} de + \frac{\partial M_B}{\partial E} dE + \frac{\partial M_B}{\partial F} dF + \frac{\partial M_B}{\partial h} dh +$$

$$+ \frac{\partial M_B}{\partial \gamma} d\gamma$$

Radi skraćjenja navesti ćemo konačan izraz ovog diferencijala:

$$dM_B = 0,01 \frac{dP}{P} \gamma + 0,08 \frac{de}{e} \gamma + 0,11 \frac{dE}{E} \gamma + 0,22 \frac{dF}{F} \gamma - 0,18 \frac{dh}{h} \gamma + 0,12 d\gamma$$

I konačno promjena ukupnog momenta u ovisnosti o relativnim tačnostima pojedinih elemenata:

$$dM = dM_T + dM_B = 0,58 \frac{dA}{A} \gamma + 0,22 \frac{dF}{F} \gamma + 0,40 \frac{dE}{E} \gamma + 0,41 d\gamma -$$

$$- 0,29 \frac{dl}{l} \gamma - 0,18 \frac{dh}{h} \gamma + 0,08 \frac{de}{e} \gamma + 0,01 \frac{dP}{P} \gamma \quad 8.$$

Potrebne relativne tačnosti pojedinih elemenata dobit ćemo, ako postavimo zahtjev na tačnost kompenzacije: $d\gamma = \pm 0,1\%$.

Uzmemo li prema 4. i 6.:

$$M_T = 0,29 \gamma$$

$$M_B = 0,12 \gamma$$

$$M = M_T + M_B = 0,41 \gamma$$

9.

dobivamo:

$$dM_T = 0,29 d\gamma = 0,29 \frac{0,1}{206\,000} = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ kpm}$$

$$dM_B = 0,12 d\gamma = 0,12 \frac{0,1}{206\,000} = 0,6 \cdot 10^{-7} \text{ kpm}$$

$$dM = dM_T + dM_B = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ kpm} \quad 10.$$

U ovisnosti o montaži i justaži kut torzije γ će, kao i kut α , imati manje ili veće vrijednosti. Uzmimo graničnu vrijednost kuta: $\gamma = 6^\circ$

U tom slučaju je ukupni moment prema 9.:

$$M \approx 0,41 \frac{6^\circ}{57,3} = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ kp mm}$$

Iz tog slijedi potrebna relativna tačnost momenata, uz uvjet tačnosti kompenzacije $\pm 0,1''$:

$$\frac{dM}{M} = \frac{2,0 \cdot 10^{-7}}{4,1 \cdot 10^{-2}} \approx 0,5 \cdot 10^{-5} \quad 11.$$

Što je manji kut torzije γ , koji se pojavljuje u većem iznosu prilikom montaže i justaže kompenzatora, to je povoljnija ova relativna tačnost, to su manji zahtjevi na tačnosti pojedinih elemenata.

Promotrimo na kraju uvjete za ovaj ekstremni slučaj (jedn. 11.). U tu svrhu podijelimo jednadžbu 8. sa 9.

$$\begin{aligned} \frac{dM}{M} = & 1,41 \frac{dA}{A} + 0,54 \frac{dF}{F} + 0,98 \frac{dE}{E} + 1,00 \frac{d\gamma}{\gamma} - 0,71 \frac{dl}{l} - \\ & - 0,44 \frac{dh}{h} + 0,20 \frac{de}{e} + 0,02 \frac{dP}{P} = 0,5 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Razmatrajući pojedinačno svaki element, možemo zaključiti o potrebnim relativnim tačnostima. Na taj način dobivamo:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{A} = 0,35 \cdot 10^{-5}; \quad \frac{dF}{F} = 0,9 \cdot 10^{-2}; \quad \frac{dE}{E} = 0,5 \cdot 10^{-5}; \\ \frac{dl}{l} = 0,7 \cdot 10^{-5}; \quad \frac{dh}{h} = 1,1 \cdot 10^{-5}; \quad \frac{de}{e} = 2,5 \cdot 10^{-5}; \quad 12. \\ \frac{dP}{P} = 2,0 \cdot 10^{-4}; \quad d\gamma = \pm 0,1'' \text{ (za pojedini element)} \end{aligned}$$

Uz ove ekstremne uslove možemo očekivati ukupnu srednju pogrešku kompenzacije $\pm 0,3''$. Ovi su zahtjevi tačnosti kod praktične izvedbe ispunjeni, iako je to zahtijevalo rješavanje niza tehničkih problema. To se u prvom redu odnosilo na izbor legure niti odgovarajućih svojstava, a zatim u načinu izvedbe i montaže.

S obzirom na značaj elastičnih svojstava (modul E), kao i njihovu postojanost s obzirom na vanjske uplive (promjene temperature, mehanički uplivi), niti i pero su izrađeni od Ni-Fe legure — nivarox (30—40% Ni, 50—60% Fe i dodaci Cr, Mo, W, Ti, Be) sa modulom elastičnosti $E = 19\ 000$ do $21\ 000$ kp/mm², granicom elastičnosti 55—80 kp/mm² i koef. rastezanja $7,5 \cdot 10^{-6}/1^{\circ}\text{C}$.

Stvarno opterećenje:

nit vlak 2—3 kp/mm²

torzija 0,1—0,3 kp/mm²

pero na mjestu učvršćenja niti 19 kp/mm²

Leguru - nivarox prvi je primjenio Straumann 1933. god. za izradu pera satova.

Pri montaži kompenzatora mora se poklanjati posebna pažnja načinu učvršćenja niti. I najmanja oštećenja i deformacije, prekoračenje dozvoljenog kuta torzije, uzrokovalo bi neispravnu funkciju. Za prvo približno podešavanje nultog položaja zakreće se koaksijalno torziona nit na mjestu učvršćenja. Nakon toga se grubo podešava tok kompenzacije (faktor) mijenjanjem težine tijela njihala tj. momenta njihala. Fina podešavanja vrše se pomoću korekcionih vijaka na opisani način (sl. 14 i sl. 15).

Kako bi se osigurala ispravna funkcija i u nepovoljnijim terenskim uslovima u tvornici se vrše još i posebna ispitivanja na udarce i trešnju.

Instrument je ušao u serijsku proizvodnju tek nakon dužih laboratorijskih ispitivanja optičkih dijelova, stabilnosti kućišta kompenzatora i samog njihala.

Kod prototipa NA2 dozvoljene su bile slijedeće maksimalne pogreške:

- pogreška faktora $\pm 2''$ kod nagiba $\pm 10'$ i područje temperature $\pm 50^{\circ}\text{C}$
- promjena nultog položaja uslijed promjene temperature $\pm 0,5''/1^{\circ}\text{C}$ unutar područja $\pm 50^{\circ}\text{C}$
- tačnost horizontiranja $\pm 0,2''$ do $0,3''$ uz ponovljeno horizontiranje pomoću dozne libele.

Na kraju ćemo navesti rezultate najnovijih ispitivanja WILD NA2 (M. Bonanomi, Schweiz. Zeit. für Verm. 1965/5. Mjerenja su provedena uz vrlo povoljne uslove primjenom plan-ploče i invarskih letava.

Iz 21 zatvorenog nivelmanskog vlaka sa srednjom dužinom 0,7 km, dobivena je srednja pogreška dvostrukog niveliranja: $\pm 0,20$ mm/km.

(Nastavit će se)