

## O TOLERANCIJI ČITANJA NA LETVI REICHEBACHOVIM DALJINOMJEROM

Zvonimir KALAFADŽIĆ, dipl. inž. — Zagreb\*

Po »Pravilniku za državni premer« (II i III dio), Beograd 1958., propisuje se, da pri mjerenju s daljinomjerom sa tri niti, čitanje na letvi preko srednje niti mora biti jednako aritmetičkoj sredini čitanja preko donje i gornje niti, a odstupanje smije biti najviše  $\pm 1\text{mm}$  (čl. 101-III), bez obzira na dužinu i nagnutost vizure.

Neidhardt (1) je dokazao, da je za bespogrešna opažanja, čitanje preko srednje niti tačna aritmetička sredina između čitanja preko donje i gornje niti samo za horizontalne vizure. Niti računamo prema tome kako pogađaju letvu od terena prema gore, za astronomski durbín. Pri nagnutoj vizuri postoji između odsječka od donje do srednje niti  $x$  i odsječka od srednje do gornje niti  $y$  neka razlika  $\Delta$ , čija veličina ovisi o dužini i veličini kuta nagiba (za  $\alpha = 30^\circ$  i  $D = 100\text{ m}$ ,  $\Delta$  iznosi već  $3,858\text{ mm}$ ). Ako prihvatimo da je  $\Delta$  jednako  $y - x$ , a kako je za elevacione kuteve  $y < x$ , a za depresione  $y > x$ , onda je  $\Delta$  za prve pozitivnog, a za druge negativnog predznaka. Označimo li čitanje preko donje niti sa  $A$ , preko srednje sa  $E$ , a preko gornje sa  $B$ , tada za nagnute vizure nije  $\frac{A+B}{2} = E$ , kako to zahtijeva Pravilnik bez obzira na kuteve nagiba, nego je

$$\frac{A+B}{2} = E + \delta \quad (1)$$

gdje je  $\delta = \frac{\Delta}{2} = \frac{y-x}{2}$ . Veličinu  $\delta$ , uz pretpostavku bespogrešnog čitanja na letvi, mogli bi dobiti ovako

$$\delta = \frac{A+B}{2} - E \quad (2)$$

Za elevacione vizure je  $y > x$ , dakle je i  $E < \frac{A+B}{2}$  pa bi trebale biti vjerojatnije pozitivne razlike  $\delta$ . Za depresione vizure je  $y < x$ , odnosno  $E > \frac{A+B}{2}$ , i prema tome vjerojatnije bi bile negativne razlike.

\* Šumarski fakultet, Zagreb

Sa povećanjem kuta nagiba očekivali bi i veće razlike  $\delta$ . Do sada smo pretpostavili bespogrešna opažanja, no konkretna čitanja preko niti bit će opterećena slučajnim i sistematskim pogreškama opažanja, tako da izračunati iznosi  $\delta$  neće biti rezultat samo utjecaja nagnutosti vizure, nego svih utjecaja zajedno. Pitanje je kakve se veličine  $\delta$  mogu očekivati povećanjem dužine vizure bez obzira na kut nagiba.

Iz tahimetrijskih zapisnika, koji su mi stajali na raspolaganju izračunao sam po formuli (2) veličine  $\delta$ . Radilo se o sljedećem materijalu: 1. zadatak — Reambulacija Šumarije Zalesina — Zavod za geodeziju Šumarskog fakulteta u Zagrebu, opažanja instrumentom Zeiss Th4, teren Gorskog Kotara, jesen 1959. i 1960. god., ukupno 1415 opažanja na detaljne i 319 na poligone tačke, 2. zadatak — Dopunska mjerenja u K. o. Samobor — Ured za novu izmjeru zemljišta Zagreb, god. 1951., sa 1253 opažanja na detaljne tačke.

Prema Svečnikovu (2) na tačnost određivanja dužina Reichenbachovim daljinomjerom utječu mnogi činioci, kao što su dužina vizure, doba dana, položaj niti u polju intervala letve, uvjeti u atmosferi, debljina niti, sam opservator, tačnost konstanti, vertikalnost letve. Neki od ovih činilaca utječu direktno na čitanja na letvi, a preko ovih na tačnost određenih dužina, jer su čitanja, odnosno odsječci na letvi veličine koje se mjere. Ako se radi o istom instrumentu, istoj letvi, istom godišnjem dobu, jednako vrsnom opservatoru i figurantu, tada se ti utjecaji mogu smatrati stalnim, odnosno ako ne ispitujeemo uticaje raznih opservatora, letava, instrumenata, ne moramo ih uzeti u obzir. Ako imamo opažanja vršena u razno doba dana, pri raznim položajima niti u intervalu letve, tada bi mogli uzeti da su pogreške uslijed tih utjecaja slučajnog karaktera.

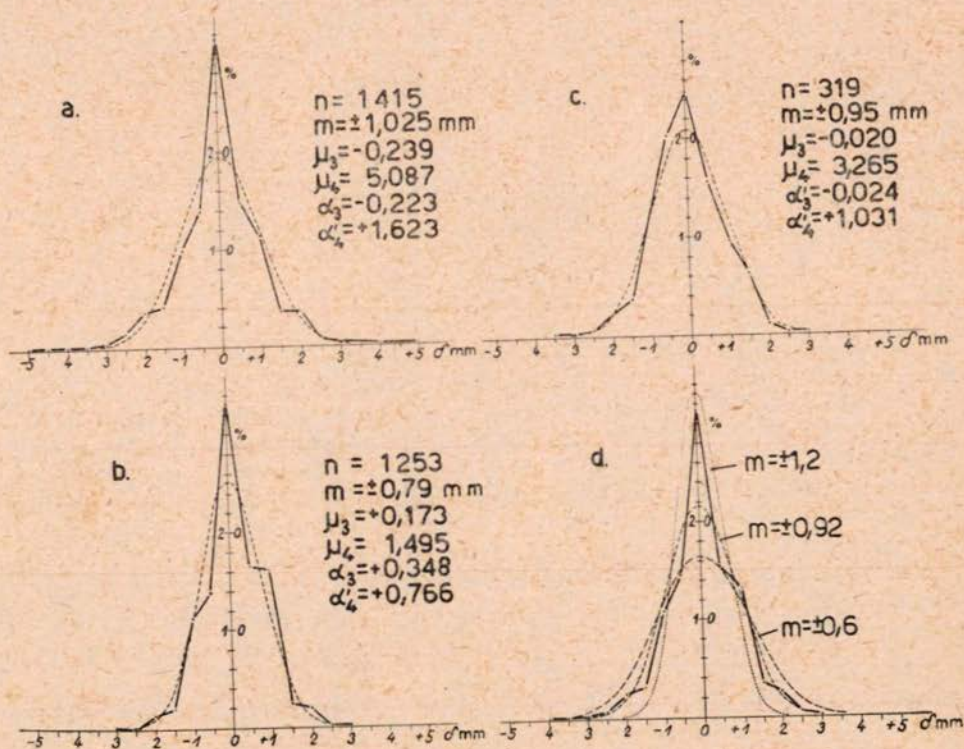
Nagib		+ $d$			- $d$		
		Zalesina	Samobor	Poligoni	Zalesina	Samobor	Poligoni
+	%	39,3	40,2	40,4	31,0	34,4	28,5
	n	240	303	65	249	172	45
0	%	32,1	31,1	25,5	31,0	36,4	24,1
	n	196	234	41	249	182	38
-	%	28,6	28,7	34,1	38,0	29,2	47,4
	n	175	216	55	306	146	75
$\Sigma$	%	100	100	100	100	100	100
	n	611	753	161	804	500	158

Isto tako može se pretpostaviti da utjecaj nagnutosti vizure ima također slučajan karakter, jer je vjerojatnost pojave pozitivnih i negativnih nagiba ista. Međutim veći nagibi će uvjetovati veće razlike  $\delta$ , tako da će njihov utjecaj imati svakako sistematski karakter. Statističkom obradom konkretnih opažanja pokušat će se doći do zaključaka o veličini i karakteru razlika  $\delta$ .

Za izračunate veličine  $\delta$  u intervalima od 20 m po dužini i od 50 prema kutu nagiba konstatirao sam učestalost jednako velikih vrijednosti i to posebno za elevacione i depresione nagibe. Vrijednosti za  $\delta$  smatrao sam pogreškama i za pojedine kolektive izračunao momente oko nule ( $\mu_3, \mu_4$ ), srednju pogrešku  $m_E$ , mjere asimetrije  $\alpha_3$ , te mjere zaobljenosti (kurtozis)  $\alpha_4$ , odnosno mjere za eksces  $\alpha'_4$ .

Za elevacione nagibe konstatirana je veća učestalost pozitivnih razlika  $\delta$ , bez obzira na veličinu, a za depresione negativnih (osim za zadatak Samobor), i to u prosjeku za 10%. To se i očekivalo obzirom na karakter razlika  $\delta$ . (Vidi tabelu.)

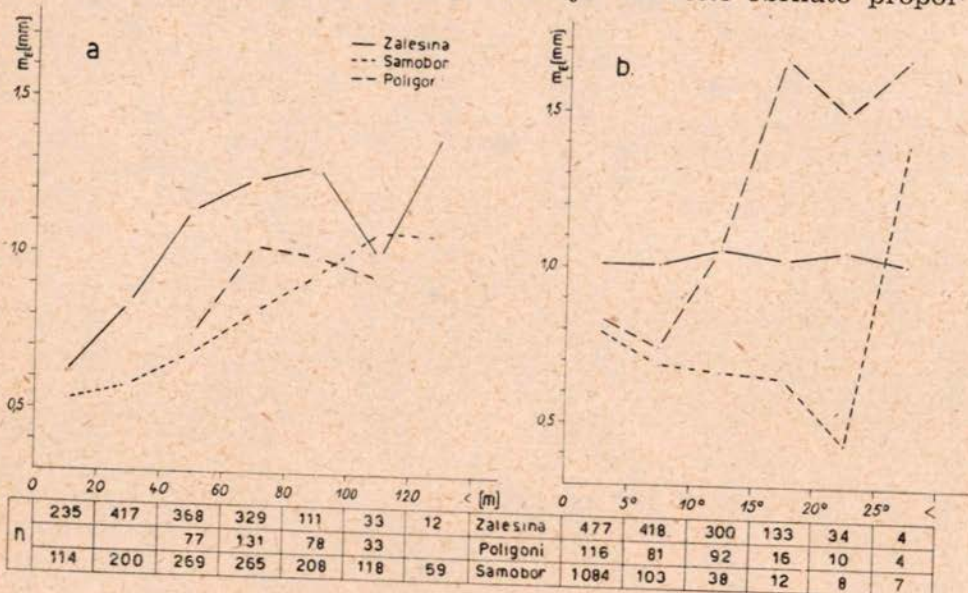
Poligoni frekvencija  $\delta$  za sva tri kolektiva, te uklopljene normalne krivulje, prikazani su na sl. 1 a b c. Već na prvi pogled vidi se izvjesna asimetrija i »oštrina« prema normalnoj distribuciji. To potvrđuju i izračunate vrijednosti za  $\alpha_3$  i  $\alpha'_4$ . Vrijednosti za  $\alpha_3$  pokazuju da kolektiv poligona nema asimetrije, Zalesine malu lijevostranu, a Samobora srednju desnostranu asimetriju, dok vrijednosti za  $\alpha'_4$  pokazuju izrazitu »oštrinu« krivulja frekvencija. Kako su vrijednosti  $\alpha_3$  i  $\alpha'_4$  još i veće od dozvoljenih po Böhmju, može se zaključiti da postoji utjecaj izvjesnih sistematskih pogrešaka. Na grafikonima se opaža nagomilavanje u sredini i na krajevima krivulja frekvencija. Razlog toj pojavi mogao bi biti utjecaj nagnutosti vizure, jer su za nagnute vizure vjerojatnije veće vrijednosti  $\delta$ , dok je za vodoravne vizure vje-



Sl. 1

rojatnija vrijednost nula. Nagomilavanje na krajevima moglo bi se objasniti i time, da je opservator u želji da udovolji propisima na pojedinim tačkama čitao više puta. Slične pojave zadovoljenja izvjesnih propisa ili pretpostavljenih tačnosti, povećanjem broja opažanja zabilježene su u literaturi.

Za pojedine intervale od 20m po dužini i od 5° po kutu nagiba, bez obzira na predznak, izračunao sam također srednje pogreške  $m_E$ . Sa povećanjem dužine, bez obzira na kut nagiba, konstatirano je povećanje srednjih pogrešaka. To je u skladu sa navodima Svečnikova (2), da je tačnost procjenjivanja (čitanja) na letvi obrnuto propor-



Sl. 2

cionalna s udaljenosti (sl. 2a). Izrazito povećanje srednje pogreške povećanjem kuta nagiba konstatirano je samo za kolektiv poligona, dok se za ostala dva kolektiva to ne može sa sigurnosti tvrditi. Kolektiv poligona sastoji se uglavnom od podjednake dužine, srednja vrijednost je cca 100m, gdje je djelovanje nagiba vizure došlo do punog izražaja. U ostalim kolektivima raspon dužina je od najmanje moguće udaljenosti čitanja teodolitom, do dužine više od 120m, i ovdje djelovanje kuta nagiba nije došlo tako do izražaja (sl. 2b). U tabeli na sl. 2 je broj opažanja u pojedinom intervalu.

Za svih 2987 opažanja  $m_E$  iznosi  $\pm 0,92\text{mm}$ . Neidhardt (1) izvodi prema Eggertu i Svečnikovu za dužinu od 100 m, pogrešku za razliku

između  $\frac{A + B}{2}$  i E od  $\pm 0,6$  do  $\pm 1,2\text{mm}$ . Naša se pogreška nalazi

negdje u sredini. Na sl. 1d prikazana je krivulja frekvencija za sva opažanja te uklopljene normalne krivulje za stvarni  $m_E = \pm 0,92\text{mm}$

i  $m_E = \pm 0,6$  odnosno  $\pm 1,2\text{mm}$  koje izvodi Neidhardt. Ako se statistički izračunata vrijednost iz 2987 opažanja  $m_E = \pm 0,92\text{mm} = \pm 1,0\text{mm}$  uzme kao srednje odstupanje razlike između aritmetričke sredine čitanja na gornjoj i donjoj niti i srednje niti (tu vrijednost teoretski pretpostavlja i Neidhardt), te ako se prihvati  $\pm 2,5m_E$  odnosno  $\pm 3m_E$  kao maksimalno dozvoljeno odstupanje, to bi za čitanje preko srednje niti  $\delta_{\max}$  bilo  $\pm 2,5\text{mm}$  odnosno  $\pm 3,0\text{mm}$ . Do sada smo promatrali sumarne rezultate, no ako uzmemo u obzir utjecaj dužine i kuta nagiba, čiji je utjecaj dokazan, možemo predložiti ova dozvoljena odstupanja:

Dužina (m)	0 ——— 40 ——— 80 ——— <
Kut nagiba (°)	0 ——— 10 ——— 20 ——— <
$\delta_{\max(\text{mm})}$	1                      2                      3

Na koncu bi još mogli postaviti pitanje da li je opravdana dvojnost pravilničkih propisa, naime za poligonske strane traži se veća tačnost nego za detalj. Smatramo da opservator sa jednakom tačnoscí čita letvu, bez obzira kakvu dužinu mjeri, tačnost ovisi jedino o svim činionicima, koji utječu na tačnost mjerenja daljinomjerima sa tri niti. Tačnost mjerenja poligonih strana mogla bi se povećati propisivanjem većeg broja mjerenja, ali za pojedina čitanja možda trebaju vrijediti isti propisi bez obzira o kakvim se dužinama radi.

Problem i nije tako važan, ali ako neki propisi postoje u pravilnicima, mi ih se moramo držati ili nastojati pokazati da ih treba mijenjati.

#### L I T E R A T U R A

1. Neidhardt: Čitanje preko srednje niti kod Reichenbachovog mjerenja dužina, Geodetski list 1960., br. 10—12
2. Svečnikov: O uticaju nekih činilaca na tačnost određivanja otstojanja običnim tahimetrom, Geodetski glasnik Beograd 1946., br. 1—3
3. Narobe: Razmatranja o ocjeni tačnosti geodetskih mjerenja na bazi matematičke statistike i teorije vjerojatnosti, Geodetski list 1963., br. 1—3
4. Serdar: Udžbenik statistike, Zagreb 1957.
5. Tippett: The methods of statistics, London 1952.