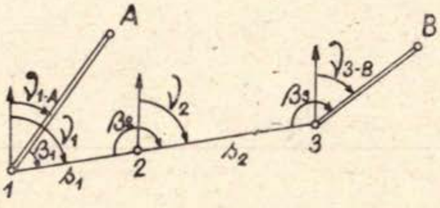
UTICAJ GREŠAKA UGLOVNIH I LINEARNIH MERENJA NA POLOŽAJ TAČKE U POLIGONOMETRISKOM VLAKU

Krunislav MIHAILOVIĆ, dipl. inž. - Beograd

U razvučenom vlaku posmatrajmo jednu proizvoljnu tačku ◦2.

Ako linearna odstupanja u pravcu koordinatnih osa f_y i f_x podelimo proporcionalno dužinama poligonometrijskih strana, onda će koordinate ◦2, biti:

$$
\begin{aligned}
y_2 &= y_1 + s_1 \sin \nu_1 + \frac{t}{t+1} fy \\
x_2 &= x_1 + s_1 \cos \nu_1 + \frac{t}{t+1} fx
\end{aligned}
\qquad (1)
$$



Slika 1

Sa t smo označili odnos dužina

$$t = \frac{s_1}{s_2} \qquad (2)$$

Linearna odstupanja f_y i f_x odrediće se po formuli:

$$
\begin{aligned}
fy &= y_3 - y_1 - s_1 \sin \nu_1 - s_2 \sin \nu_2 \\
fx &- x_3 - x_1 - s_1 \cos \nu_1 - s_2 \cos \nu_1
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Zamenimo (3) u (2). Posle sređivanja dobićemo:

$$
\begin{aligned}
y_2 &= \frac{1}{t+1} y_1 + \frac{t}{t+1} y_3 + \frac{s_1}{t+1} \sin \nu_1 - \frac{t}{t+1} s_2 \sin \nu_2 \\
x_2 &= \frac{1}{t+1} x_1 + \frac{t}{t-1} x_8 + \frac{s_1}{t+1} \cos \nu_1 - \frac{t}{t+1} s_2 \cos \nu_1
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Diferencirajmo jednačine (4) i zamenimo diferencijalne sa konačnim veličinama, stim što zanemarujemo greške koordinata datih tačaka.

$$\Delta y_2 = \frac{1}{t+1} \sin \nu_1 \Delta s_1 + \frac{s_1}{t+1} \cos \nu_1 \Delta \nu_1 - \frac{t}{t+1} \sin \nu_2 \Delta s_2 -$$

$$- \frac{s_1}{s+1} \cos \nu_2 \Delta \nu_2 \tag{5}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{t+1} \cos \nu_1 \Delta s_1 - \frac{s_1}{t+1} \sin \nu_1 \Delta \nu_1 - \frac{t}{t+1} \cos \nu_2 \Delta s_2 +$$

$$+ \frac{s_1}{t+1} \sin \nu_2 \Delta \nu_2$$

Podužno i poprečno odstupanje dobićemo ako rotiramo koordinatni sistem za ugao $\nu_{1 \cdot 3}$ (direkcioni ugao dijagonale vlaka).

$$\Delta u = \frac{s_1}{t+1} \Delta \nu_1 - \frac{s_1}{t+1} \Delta \nu_2$$

$$\Delta l = \frac{1}{t+1} \Delta s_1 - \frac{t}{t+1} \Delta s_2 \tag{6}$$

Direkcioni uglovi poligonometriskih strana dobijaju se na sledeći način:

$$\nu_1 = \nu_{A \cdot 1} + \beta_1 + \frac{1}{3} f\beta$$

$$\nu_2 = \nu_{A \cdot 1} + \beta_1 + \beta_2 + \frac{2}{3} f\beta \tag{7}$$

Diferencirajmo jedaniče (7) s tim što smatramo da su dati direkcioni uglovi $\nu_{A \cdot 1}$ i $\nu_{3 \cdot B}$ konstatne veličine.

$$d\nu_1 = d\beta_1 + \frac{1}{3} df\beta$$

$$d\nu_2 = d\beta_1 + d\beta_2 + \frac{2}{3} df\beta \tag{8}$$

Uglovno odstupanje $f\beta$ određuje se po formuli:

$$f\beta = \nu_{3 \cdot B} - \nu_{A \cdot 1} - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 \pm 3 \cdot 180^\circ$$

odnosno

$$df\beta = - d\beta_1 - d\beta_2 - d\beta_3 \tag{9}$$

Uvrstimo (9) u (8) i zamenimo diferencijale sa priraštajima

$$\Delta \nu_1 = \Delta \beta_1 - \Delta \beta$$

$$\Delta \nu_2 = \Delta \beta_1 + \Delta \beta_2 - 2\Delta \beta \tag{10}$$

gdje je

$$\Delta \beta = \frac{\Delta \beta_1 + \Delta \beta_2 + \Delta \beta_3}{3} \tag{11}$$

Uvrstimo (10) u (6)

$$\Delta u = -\frac{s_1}{t+1}\Delta\beta_2 + \frac{s_1}{t+1}\Delta\beta$$
$$\Delta l = \frac{1}{t+1}\Delta s_1 - \frac{t}{i+1}\Delta s_2 \tag{12}$$

Veličine $\Delta\beta_1$, $\Delta\beta_2$, $\Delta\beta_3$, i veličina $\Delta\beta$ su međusobno u korelativnoj zavisnosti. Koeficijenat korelacije može se odrediti po formuli (2).

$$r_{\Delta\beta_1,\Delta\beta} = r_{\Delta\beta_2,\Delta\beta} = r_{\Delta\beta_3,\Delta\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Sada možemo primeniti formulu za srednju grešku funkcije kada su njeni argumenti u korelativnoj zavisnosti.

$$m_u = \pm \frac{t}{(t+1)^2}\cdot L\,\frac{m\beta}{\varrho''}\sqrt{\frac{2}{3}} \tag{13}$$

$$m_l = \pm \frac{\mu}{t+1}\sqrt{t\cdot L}$$

gdje je m_β — srednja greška ugla,

μ — srednja greška jedinice težine,

L — dužina vlaka.

Ovdje smo pretpostavili da su svi uglovi u vlaku izmereni sa istom tačnošću.

Pomoću formata (13) može se sračunati srednja greška podužnog i poprečnog odstupanja u ma kom položaju se nalazila tačka u razvučenom vlaku.

U (1) navedene su formule koje služe za određivanje m_u i m_e za tačku koja se nalazi u sredini vlaka.

$$m_u = \pm \frac{m'\beta}{\rho'}\cdot L\sqrt{\frac{n^4+2n^2-3}{192n(n-1)}}, \tag{14}$$

$$m_l = \pm \frac{1}{2}m_s\sqrt{\frac{L}{s}}$$

n je broj tačaka u vlaku. U našem slučaju n=3.

Ako se tačka nalazi na sredini vlaka onda je t=1, pa će 13 glasiti:

$$m_u = L\cdot\frac{m''\beta}{\zeta'}\sqrt{\frac{1}{24}} \approx \frac{1}{5}\cdot L\,\frac{m'\beta}{\rho''} \approx L\cdot m''\beta\cdot 10^{-6} \tag{15}$$

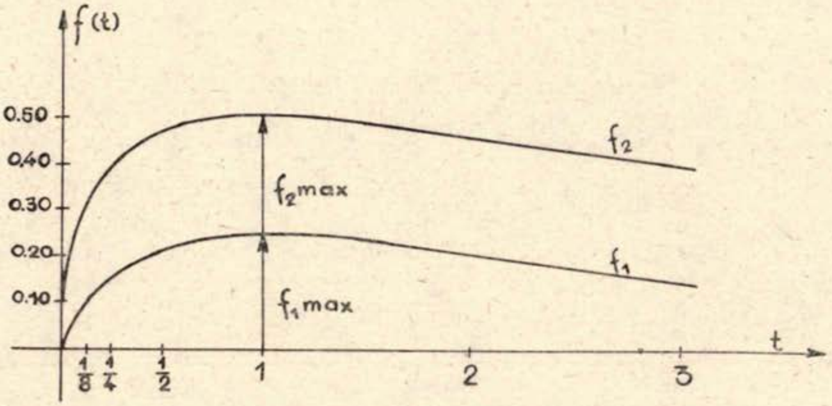
$$m_l = \frac{1}{2}\mu\sqrt{L}$$

Nije teško primetiti da (14) i (15) daju iste rezultate. Prednosti predloženih formula (13) u odnosu na (14) koje je izveo Eggert jesu u tome što one omogućuju da se odredi poprečna i podužna, odnosno položajna greška za svaki položaj tačke u razvučenom vlaku. Formule (13) su izvedene za slučaj kada se u vlaku nalazi samo jedna tačka. Ako se uzme u obzir da podužna greška ne zavisi od broja tačaka u vlaku i da se poprečna srednja greška neznatno povećava kada broj tačaka u vlaku raste ([1] st. 579), onda formule 13 mogu se primenjivati uvek bez obzira na broj tačaka u vlaku, sa beznačajnim aproksimacijama. Za ustanovljeni vlak kada su poznate veličine L, m_β, i μ možemo unapred sračunati kako će se menjati poprečna i podužna greška kada se ◦2 pomera duž vlaka. Iz (13) izdvojimo veličine koje zavise od položaja tačke u vlaku.

$$f_1 = \frac{t}{(t+1)^2} \tag{16}$$

$$f_2 = \sqrt{f_1} = \frac{\sqrt{t}}{t+1}$$

Na sl. 2 prikazan je nomogram funkcije f_1 i f_2. Maksimalnu podužnu i poprečnu grešku imaće tačka u sredini vlaka.



Slika 2

LITERATURA:

1. Jordan (Egert) Kneissel: Hadbusch der vermessundskund. Studgart 1963

2. Mihailović: Prilog usklađivanju pokazatelja kod određivanja graničnih grešaka u trigonometrijskoj mreži 1. reda, Geodetski list br. 7-9, Zagreb.