

О ТАЧНОСТИ ОДРЕЂИВАЊА ДЕФОРМАЦИЈА И ПОМЕРАЊА ВИСОКИХ ПРЕГРАДА СА МИКРОТРИГОНОМЕТРИЈСКИМ МЕРЕНЈЕМ

(Osvrt na h. c. Moste)

Prof ing FRANJO RUDL — Ljubljana.

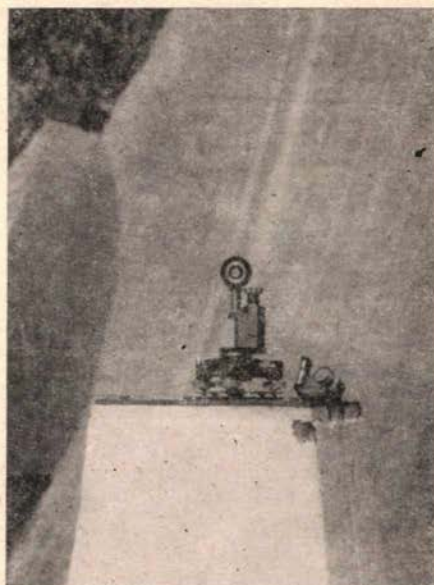
(Svršetak)

КОМПАРАТИВНА МЕРЕНЈА

Године 1953. počeli smo prvi put primenjivati komparator za mikrotrigonometrijska merenja [10], koji omogućava komparisanje rezultata dobivenih opažanjem sa rezultatima — bolje rečeno — sa podacima faktično izvršenog pomeranja.



Sl. 9.



Sl. 10.

* Komparator za mikrotrigonometrijska merenja — znak RK₁ i RK₂ — (prototip) izraden je početkom 1963. god. u finomeh. radionici Geodetskog zavoda u Ljubljani na predlog i po nacrtima Ing. F. Rudla.

Slika 9 prikazuje komparator RK₂ (za horizontalna pomeranja) centriran i horizontaliran na stubu br. X, a slika 10 komparator RK₁ (za vertikalna pomeranja) također na stubu br. X.

Komparativna merenja su kasnije nastavljena godine 1956 i godine 1958.

Prva komparativna merenja izvršena su pomoću teodolita tipa Zeiss Th2 sa stuba br. I na komparator na stubu br. II.

U 4 girusa izmeren je ugao između orijentacijske tačke Ia i signalne marke komparatora kod početnog položaja $y = 0,00$ i $x = 0,00$. Posle je izvršeno pomeranje signalne marke komparatora okomito na pravac I—II u položaj $y = + 2,00$ m/m, $x = 0,00$ m/m i izmeren je ugao između tačke I_A i novog položaja signalne marke komparatora. Tako je bilo izvršeno postupno pomeranje signalne marke sve do 10 m/m okomito na pravac I—II i odgovarajuće merenje uglova odnosno pravaca. Rezultati opažanja sa teodolitom i merenja sa komparatorom obrađeni su u tabeli X.

A) HORIZONTALNA POMERANJA

1. komparativno merenje 6.5.1953. god. Teodolit Zeiss Th2 br. 55670, pod. 1".

K ₀ . . . 1. položaj . . . y = 0,00 m/m	x = 0,00 m/m	Vreme oblačno 15 ^h 30—17 ^h 00 I—II = 77,468 m
K ₁ . . . 2. položaj . . . y = 2,00	x = 0,00	
K ₂ . . . 3. položaj . . . y = 4,00	x = 0,00	
K ₃ . . . 4. položaj . . . y = 6,00	x = 0,00	
K ₄ . . . 5. položaj . . . y = 8,00	x = 0,00	
K ₅ . . . 6. položaj . . . y = 10,00	x = 0,00	

Tabela X

Staj.	Vizura	Pravac		Razlika d _i	Popravak $v_i = d_i - \frac{[d]}{n}$		Greška određenog pomeranja	
		računski	opažan		Δv	v_v	v_p m/m	v_p^2
I	11 _{K₀}	206° 51' 10,79	10,79	± 0,0	+ 0,4	0,16	+ 0,15	0,02
	K ₁	+ 5,33 16,23	15,2	+ 1,0	+ 1,4	1,96	+ 0,53	0,28
	K ₂	+ 5,33 21,56	23,0	- 1,4	- 1,0	1,00	- 0,38	0,14
	K ₃	+ 5,33 26,89	27,6	- 0,7	- 0,3	0,09	- 0,11	0,01
	K ₄	+ 5,33 32,22	33,9	- 1,7	- 1,3	1,69	- 0,49	0,24
	K ₅	+ 5,33 37,55	37,1	+ 0,5	+ 0,9	0,81	+ 0,34	0,12
		25,38	27,7	+ 1,5 - 3,8	+ 2,7 - 2,6	5,71	+ 1,02 - 0,98	0,81
Za pomeranje 2 m/m je $d'' = 5,33$				- 2,3 + 0,4	+ 0,1		+ 0,04	

$$v_p = v_i \cdot 0,38 \text{ m/m}$$

$$58'' = \rho'' \cdot \frac{K_0 K_5}{I-II} = 206265'' \cdot \frac{0,010}{77,468} = 26,763$$

za $\Delta\alpha = 1''$ sledi pomeranje $p = 0,38$ m/m

Srednja greška opažanog pravca je:

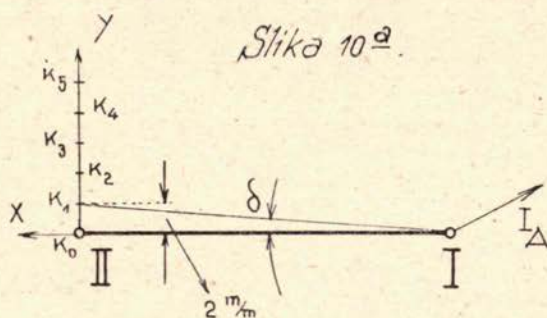
$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{5,71}{5}} = \pm 1,07$$

Srednja greška aritmetičke sredine opažanog pravca je:

$$m = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n}} = \pm 0,44$$

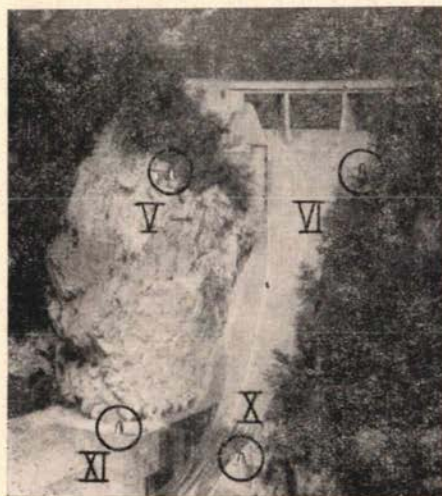
Srednja greška određenog pomeranja:

$$m_p = \pm \sqrt{\frac{[v_p^2]}{n-6}} = \pm \sqrt{\frac{0,81}{5}} = \pm 0,40 \text{ m/m}$$



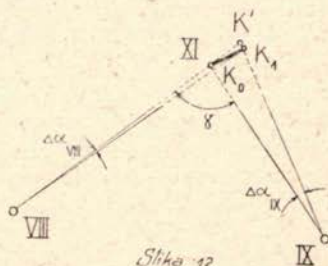
2. komparativno merenje 26. 6. 1953. god.
Teodolit Zeiss Th2
br. 55670, pod. 1".

Komparator na stupu br. XI.



Sl. 11.

Slika 11 prikazuje pogled sa stupa IX na pregradu i na stupove V, VI, XI i X.



Slika 12

Tabela XI 1. položaj komparatora... $K_0 \dots y = 0,00 \text{ m/m}$; $x = 0,00 \text{ m/m}$

Staj.	Visura	Aritm. sredina iz 4 girusa		Srednja greška aritm. sred. opaž. pravom	Orijentir. pravac			Primjedbe
		α	"		$\varphi - \alpha + D$	"	"	
IX	VIII	0 00	00,0	$\pm 0,23$	274 45	35,3	31apiste u senci $7^{\text{h}}40$, $t = +17^{\circ}\text{C}$	
	XI _{K₀}	52 00	32,6		326 46	07,9		
VIII	IX	0 00	00,0	$\pm 0,34$	94 45	35,3	18 ^h 00 $t = +20^{\circ}$	
	XI _{K₀}	318 06	30,7		52 52	06,0		
2. položaj komparatora ... $K_1 \dots y = 10,00 \text{ m/m}$; $x = 0,00 \text{ m/m}$								
IX	VIII	0° 00'	00,0	$\pm 0,17$	274° 45'	35,3	9 ^h 00, vibracija $t = +21^{\circ}$	
	XI _{K₁}	52° 00'	51,9		326 46	27,2		
VIII	IX	0 00	00,0	$\pm 0,17$	94 45	35,3	19 ^h 00 $t = +20^{\circ}$	
	XI _{K₁}	318 06	33,1		52 52	08,4		

$$S_{\text{IX-XI}} = 111,680 \text{ m}; \overline{K_0 K_1} = 10,00 \text{ m/m}; \gamma = 87^{\circ} 06'$$

$$S_{\text{VIII-XI}} = 131,810 \text{ m}; \overline{K_0 K'} = \overline{K_0 K_1} \cdot \cos \gamma = 0,68 \text{ m/m}$$

$$\delta''_{\text{IX}} = \rho'' \cdot \frac{\overline{K_0 K_1}}{S_{\text{IX-XI}}} = 18,47''; \text{ za } 1'' \dots p = \frac{10}{18,47} = 0,54 \text{ m/m}$$

$$\delta''_{\text{VIII}} = \rho'' \cdot \frac{\overline{K_1 K'}}{S_{\text{VIII-XI}}} = 1,07''; \text{ za } 1'' \dots p = \frac{0,68}{1,07} = 0,64 \text{ m/m}$$

Iz triangulacije je poznato, da kod presecanja napred postoji veza između privremenog i definitivnog direkcionog ugla v koja je data jedinačnom

$$v = m + \delta_n \quad (26)$$

Popravak δ_n privremenog direkcionog ugla »n« dobijemo pomoću tzv. Gaussove jednačine

$$\delta_n = a\delta_x + b\delta_y \quad (27)$$

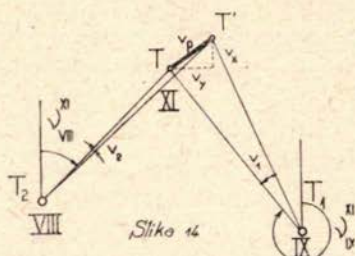
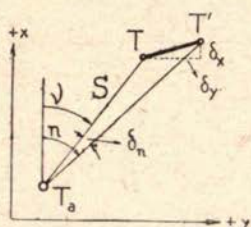
u kojoj su δ_y , δ_x popravci privremenih koordinata y' , x' nove tačke, a koeficijente »a« i »b« računamo po jednačinama

$$a = \rho'' \cdot \frac{\sin v}{S}$$

$$b = -\rho'' \cdot \frac{\cos v}{S} \quad (28)$$

Veza između pomeranja tačke T' u T (li obratno) i promene direkcionog ugla upotrebili ćemo u našem primeru za računanje pozicijskih grešaka (slika 13).

Slika 13



Promenimo oznaku za popravak δ_n direkcionog ugla » α « u » v «, a oznake za pomeranja δ_y i δ_x u v_y i v_x (sl. 14).

Veza između popravaka v_1 , v_2 i pozicijskih grešaka v_y i v_x je data sa jednačinama:

$$-v_1 = a_1 \cdot v_x + b_1 \cdot v_y \quad (29)$$

$$-v_2 = a_2 \cdot v_x + b_2 \cdot v_y$$

Rešenjem ovih jednačina sa dve nepoznate dobijemo:

$$v_y = \frac{a_2 \cdot v_1 - a_1 \cdot v_2}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \quad (30)$$

$$v_x = \frac{-b_2 \cdot v_1 + b_1 \cdot v_2}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \quad (31)$$

Jednačine pod 30.) i 31.) nisu najpodesnije za računanje i zato ćemo ih napisati u drugom obliku.

Ako uvodimo oznaku $\Delta = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$ dobijemo, da je

$$v_y = \frac{a_2 \cdot v_1}{\Delta} - \frac{a_1 \cdot v_2}{\Delta} \quad (32)$$

$$v_x = -\frac{b_2 \cdot v_1}{\Delta} - \frac{b_1 \cdot v_2}{\Delta}$$

odnosno, ako označimo još i sa:

$$m_1 = \frac{a_2}{\Delta}; m_2 = -\frac{a_1}{\Delta} \quad (33)$$

$$n_1 = -\frac{b_2}{\Delta}; n_2 = \frac{b_1}{\Delta}$$

dobijemo pogodne jednačine za računanje pozicijskih grešaka, naime:

$$v_y = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \quad (34)$$

$$v_x = n_1 \cdot v_1 + n_2 \cdot v_2$$

$$v = \pm \sqrt{v_y^2 + v_x^2} \quad (35)$$

Koristit ćemo ove formule kod obrade 2. komparativnog merenja.

a) Računanje faktora.

Tabela XII

Strana	Dužina S m	Direkc. ugao	Faktor		$\Delta a_1 \cdot b_2$ $-\Delta a_2 \cdot b_1$	$m_1 = \frac{a_2}{\Delta}$ $m_2 = -\frac{a_1}{\Delta}$	$n_1 = -\frac{b_2}{\Delta}$ $n_2 = \frac{b_1}{\Delta}$
			a	b			
XI—IX	111,68	146°46'1	$a_1 = +1,013$	$b_1 = +1,545$	+ 0,957	- 0,43	- 0,33
XI—VIII	131,81	232°52'1	$a_2 = -1,248$	$b_2 = +0,945$	+ 1,928	- 0,35	+ 0,54
					+ 2,885		

b) Računanje postignute tačnosti.

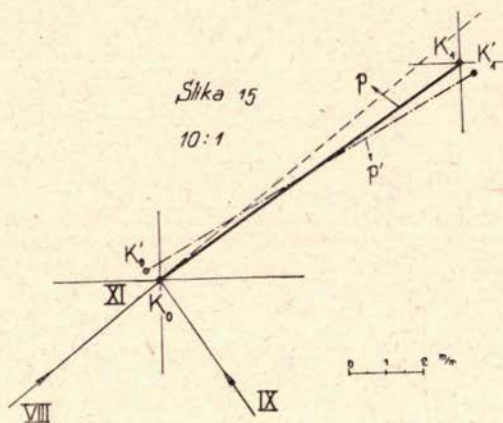
1. položaj komparatora.... K_0 : $y = 0,00$ m/m, $x = 0,00$ m/m
2. položaj komparatora.... K_1 : $y = 10,00$ m/m, $x = 0,00$ m/m

Tabela XIII

Staj.	Vizura	Orijentirani pravac		Reslika d_i	Popravak			
		računski	iz opažanja		v	vv		
IX	XI_{K_0}	326° 46' 07",9	07",9	$\pm 0",0$	v_1^1 + 0",4	0,16		
	K_1	326 46 26,4 +18,5	27,2	- 0,8	- 0,4	0,16		
		34,3	35,1	- 0,8 + 0,4	$\pm 0,0$			
VIII	XI_{K_0}	52 52 06,0	06,0	$\pm 0,0$	v_2^1 + 0,6	0,36		
	K_1	52 52 07,1 + 1,1	08,4	- 1,3	- 0,7	0,49		
		13,1	14,4	- 1,3 + 0,6	+ 0,1	1,17		
Staj.	Vizura	$m_1 \cdot v_1$	$n_1 \cdot v_1$	Pozicijska greška				
		$m_2 \cdot v_2$	$n_2 \cdot v_2$	Kod pozicije	v_y am	v_x mm	v_p mm	v_p^2
IX	XI_{K_0}	- 0,17	- 0,13	K_0	- 0,38	+ 0,19	0,43	0,18
	K_1	+ 0,17	+ 0,13	K_1	+ 0,42	- 0,25	0,49	0,24
VIII	XI_{K_0}	- 0,21	+ 0,32		+ 0,04	- 0,06		0,42
	K_1	+ 0,25	- 0,38					
		+ 0,04	- 0,06					

Srednja greška orijent. pravca $m_{or} = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \pm \sqrt{\frac{1,17}{2}} = \pm 0'',78$

Srednja poziciona greška $m_p = \pm \sqrt{\frac{[v^2_p]}{n+1}} = \pm \sqrt{\frac{0,42}{2-1}} = \pm 0,65 \text{ m/m}$

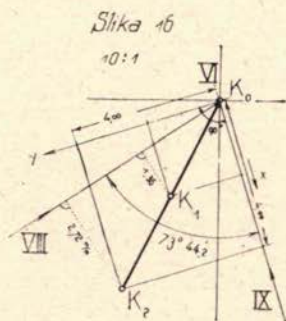


p faktično pomeranje
 p' sa opažanjem dobiveno pomeranje

3. komparativno merenje — 28. 3. 1956. god.

Komparator na stubu br. VI. Teodolit Zeiss Th2 br. 55778, podatak 1".

Pomeranja na komparatoru izvršena su okomito na pravac VI—IX, osim toga izvršena su pomeranja i u pravcu VI—IX. (Vidi sliku 16).



1. položaj komparatora: $K_0 \dots y = 0,00 \text{ m/m}$ $x = 0,00 \text{ m/m}$
2. položaj komparatora: $K_1 \dots y = 2,00 \text{ m/m}$ $x = 2,00 \text{ m/m}$
3. položaj komparatora: $K_2 \dots y = 4,00 \text{ m/m}$ $x = 4,00 \text{ m/m}$

Tabela XIV

Staj	Vizura	Aritm. sredina iz 4 girusa		Srednja greška m	Orijentir. pravac			Primjedbe	
		o	"		o	"	"		
VIII	IX	0	00	00,0	$\pm 0",38$	94	45	35,3	oblačno 14 ^h 03
	VI _{K₀}	321	38	33,5		56	24	08,8	
	K ₁	321	38	36,1	$\pm 0",38$	56	24	11,4	15 ^h 52
	K ₂	321	38	38,6	$\pm 0",17$	56	24	13,9	
IX	VIII	0	00	00,0	$\pm 0",55$	274	45	35,3	maglovito 7 ^h 52
	VI _{K₀}	67	54	21,6		342	39	56,9	
	K ₁	67	54	18,3	$\pm 0",47$	342	39	53,6	10 ^h 05
	K ₂	67	54	13,6	$\pm 0",09$	342	39	48,9	

a) Računanje faktora

Tabela XV

Strana	Dužina S m	Direkc. ugao \sphericalangle o	Faktor		$\Delta = a_1 \cdot b_2$ $- a_2 \cdot b_1$	a_1 a_2	b_1 b_2
			a	b			
VI-VIII	161,06	236 24,1	$a_1 = -1,07$	$b_1 = +0,71$	-1,95	-0,24	+0,78
VI-IX	107,87	162 40,0	$a_2 = +0,57$	$b_2 = +1,82$	-0,40	-0,46	-0,30
					-2,35		

Vizura VIII—VI:

Za $y = 2,00 \text{ m/m}$
 $x = 2,00 \text{ m/m}$

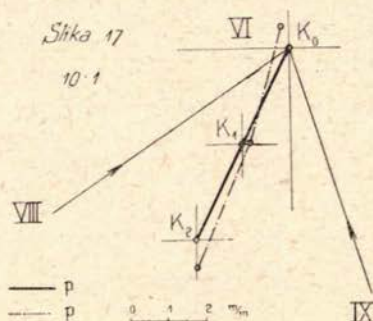
$$\Delta \alpha'' = \varrho'' \cdot \frac{1,35_{\text{m/m}}}{161060_{\text{m/m}}} = 1'',72$$

Vizura IX—VI:

Za $y = 2,00 \text{ m/m}$
 $x = 2,00 \text{ m/m}$

$$\Delta \alpha'' = \varrho'' \cdot \frac{2,00_{\text{m/m}}}{107870_{\text{m/m}}} = 3'',82$$

Grafički prikaz ove komparacije vidi na slici 17.



b) Računanje postignute tačnosti

Tabela XVI

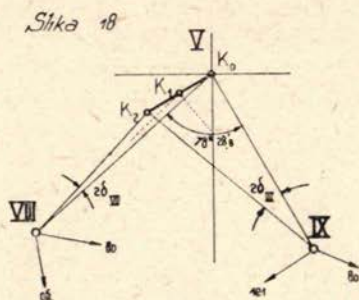
Staj.	Vizura	Orijentirani pravac		Razlika d_1	Popravak			
		računski	iz opažanja		v	vv		
VIII	VI_{K_0}	$56^{\circ} 24' 08''$	08,8	$\pm 0,0$	v_1^1 + 0,8	0,64		
		+ 1,72						
	K_1	10,52	11,4	- 0,9	- 0,1	0,01		
		+ 1,75						
	K_2	12,27	13,9	- 1,6	- 0,8	0,64		
		31,6	34,1	- 2,5 + 0,8	- 0,1			
IX	VI_{K_0}	$342^{\circ} 39' 56''$	56,9	$\pm 0,0$	v_2^1 + 0,1	0,01		
		- 3,82						
	K_1	53,08	53,6	- 0,5	- 0,4	0,16		
		- 3,82						
	K_2	49,26	48,9	+ 0,3	+ 0,4	0,16		
		39,2	39,4	- 0,2 + 0,1	+ 0,1	1,62		
Staj.	Vizura	$m_1 \cdot v_1$	$n_1 \cdot v_1$	Pozicijska greška				
		$m_2 \cdot v_2$	$n_2 \cdot v_2$	Kod pozicije	v_y m/m	v_x m/m	v_p m/m	v_p^2
VIII	VI_{K_0}	- 0,19	+ 0,62	K_0	- 0,24	+ 0,59	0,64	0,41
	K_1	+ 0,02	- 0,08	K_1	+ 0,20	+ 0,04	0,20	0,04
	K_2	+ 0,19	- 0,62	K_2	+ 0,01	- 0,74	0,74	0,55
IX	VI_{K_0}	- 0,05	- 0,03		- 0,03	- 0,11		1,00
	K_1	+ 0,18	+ 0,12					
	K_2	- 0,18	- 0,12					
		- 0,03	- 0,11					

$$m_{or} = \pm \underline{0,64}$$

$$m_p = \pm \underline{0,71 \text{ m/m}}$$

4. komparativno merenje — Opažanja izvršena 16. 5. 1958. g.

Teodolit Zeiss Th2 br. 55778, podatak 1". Komparator na stubu br. V.
Pomeranja izvršena okomito na pravac V—IX. — (Vidi sliku 18).



1. položaj komparatora: $K_0 \dots y = 0,00 \text{ mm } x = 0,00 \text{ mm}$
2. položaj komparatora: $K_1 \dots y = 5,00 \text{ mm } x = 0,00 \text{ mm}$
3. položaj komparatora: $K_2 \dots y = 10,00 \text{ mm } x = 0,00 \text{ mm}$

Tabela XVII

Staj.	Vizura	Aritm. sredina iz 4 girusa	Srednja greška	Srednji orijent. ugao " 0 "	Primjedbe
		o "	m	o "	
IX	Δ O 80	0 00 00,0			$6^h 00$, oblačno $t = 14^\circ \text{C}$
	\odot 121 _p v_{K_0}	126 36 56,4	$\pm 0",47$	110 14 35,1	
		220 05 28,9			
	80	0 00 00,0			uslovi za opažanje ugodni $t = 12^\circ$
	121 _p v_{K_1}	126 36 57,0	$\pm 0",50$	110 14 34,8	
		220 05 20,4			
	80	0 00 00,0			isti uslovi
	121 _p v_{K_2}	126 36 57,1	$\pm 0",43$	110 14 34,8	
		220 05 11,4			
VIII	80	0 00 00,0			$16^h 00$ uslovi za opažanje dobri
	96 _c v_{K_0}	69 58 36,2	$\pm 1",01$	108 28 48,1	
		300 19 57,9			
	80	0 00 00,0			
	96 _c v_{K_1}	69 58 38,9	$\pm 0",61$	108 28 46,8	
		300 19 58,9			
	80	0 00 00,0			
	96 _c v_{K_2}	69 58 39,4	$\pm 0",49$	108 28 46,6	
		300 19 55,7			

$$V-VIII = 140,47 \text{ m} ; V-IX = 122,39 \text{ m} ; IX = 8'',43$$

$$2 IX = \frac{0,010}{-122,39} = 16'',86 ; \text{ za } IX = 1'' , p = \frac{10}{16,86} = 0,59 \text{ mm}$$

$$2 VIII = \frac{0,010 \sin 11^\circ 31',2'}{140,47} = 2'',93$$

$$= 1', 46$$

Komparator na stubu br. XI.

1. položaj komparatora: $K_0 \dots y = 0,00 \text{ mm}$ $x = 0,00 \text{ mm}$
2. položaj komparatora: $K_1 \dots y = 5,00 \text{ mm}$ $x = 0,00 \text{ mm}$
3. položaj komparatora: $K_2 \dots y = 10,00 \text{ mm}$ $x = 0,00 \text{ mm}$

Tabela XVIII

Staj.	Visura	Aritm. sredina	Srednja greška aritm. sred. opaž. pravca	Srednji orijent. ugao " 0 "	Primjedba
		iz 4 girusa			
		o ' "	m	o ' "	
IX	80	0 00 00,0	± 0'',38	110 14 34,7	18.5.1958 7 ^h 00, oblačno vjetar, t = 13 ^o C
	121 _p	126 36 57,2			
	XI _{K₀}	216 31 28,1			
	80	0 00 00,0	± 0'',68	110 14 34,5	
	121 _p	126 36 57,7			
	XI _{K₁}	216 31 20,0			
	80	0 00 00,0	± 0'',47	110 14 34,5	oblačno, vjetar t = 16 ^o
	121 _p	126 36 57,7			
	XI _{K₂}	216 31 10,0			
VIII	80	0 00 00,0	± 0'',57	108 28 47,5	13 ^b , oblačno
	96 _o	69 58 37,6			
	XI _{K₀}	304 23 11,8			
	80	0 00 00,0	± 0'',49	108 28 47,6	
	96 _o	69 58 37,4			
	XI _{K₁}	304 23 10,1			
	80	0 00 00,0	± 0'',69	108 28 47,7	oblačno, vjetar
	96 _o	69 58 37,1			
	XI _{K₂}	304 23 09,6			

a) Računanje faktora

Tabela XIX

Strana	Dužina s m	Direkc. ugao U	Faktor		$\Delta = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$	$\frac{m_1}{m_2}$	$\frac{n_1}{n_2}$
			a	b			
V-IX	122,39	150 20,1	$a_1 = +0,833$	$b_1 = +1,461$	+ 0,805	- 0,46	- 0,40
V-VIII	140,47	228 48,8	$a_2 = -1,106$	$b_2 = +0,965$	+ 1,618	- 0,34	+ 0,60
					+ 2,423		
XI-IX		+	$a_1 = +1,013$	$b_1 = +1,545$		- 0,43	- 0,33
XI-VIII			$a_2 = -1,248$	$b_2 = +0,945$		- 0,35	+ 0,54

Staj.	Vizura	Orijentirani pravac		Razlika d_1	Popravak			
		računski o	iz opažanja "		v	vv		
IX	V_{K_0}	330 20 04,0	04,0	$\pm 0,0$	v_1^1 - 0,4	0,16		
	K_1	- 8,43 19 55,57	55,2	+ 0,4	$\pm 0,0$	0,00		
	K_2	- 8,43 19 47,14	46,2	+ 0,9	+ 0,5	0,25		
		46,7	45,4	+ 1,3 - 0,4	+ 0,1			
VIII	V_{K_0}	48° 48' 46,0	46,0	$\pm 0,0$	v_2^1 + 0,1	0,01		
	K_1	- 1,46 44,54	45,7	- 1,2	- 1,1	1,21		
	K_2	- 1,46 43,08	42,3	+ 0,8	+ 0,9	0,81		
		13,6	14,0	- 0,4 + 0,1	- 0,1	[vv]=2,44		
Staj.	Vizura	$m_1 \cdot v_1$	$n_1 \cdot v_1$	Pozicijska greška				
		$m_2 \cdot v_2$	$n_2 \cdot v_2$	Kod pozicije	δv_y m/m	v_x m/m	v_p m/m	v_p^2 m/m
IX	V_{K_0}	+ 0,18	+ 0,16	K_0	+ 0,15	+ 0,22	0,27	0,07
	K_1	$\pm 0,00$	$\pm 0,00$	K_1	+ 0,37	- 0,66	0,76	0,57
	K_2	- 0,23	- 0,20	K_2	- 0,54	+ 0,34	0,64	0,41
VIII	V_{K_0}	- 0,03	+ 0,06		- 0,02	- 0,10		1,05
	K_1	+ 0,37	- 0,66					
	K_2	- 0,31	+ 0,54					
		- 0,02	- 0,10					

$$m_{or} = \pm 0,78$$

$$m_p = \pm 0,73 \text{ m/m}$$

Tabela XXI

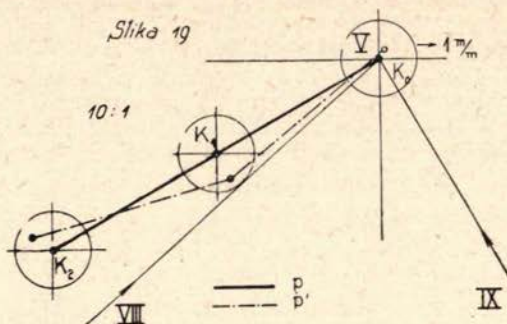
Za stub br.XI

Staj.	Vizura	Orijentirani pravac		Razlika d_i	Popravak			
		računski o	iz opažanja "		v	vv		
IX	XI _{K₀}	326 46 02,8	02",8	$\pm 0",0$	v_1^1 + 0",4	0,16		
	K ₁	- 9,25 45 53,55	54,5	- 0,9	- 0,5	0,25		
	K ₂	- 9,25 44,30	44,5	- 0,2	+ 0,2	0,04		
		40,7	41,8	- 1,1 + 0,4	+ 0,1			
VIII	XI _{K₀}	52° 51' 59",3	59",3	$\pm 0",0$	v_2^1 - 0",7	0,49		
	K ₁	- 0,55 58,75	57,7	+ 1,1	+ 0,4	0,16		
	K ₂	- 0,55 58,20	57,3	+ 0,9	+ 0,2	0,04		
		56,3	54,3	+ 2,0 - 0,7	- 0,1	<u>vv=1,14</u>		
Staj.	Vizura	$m_1 \cdot v_1$	$n_1 \cdot v_1$	Pozicijska greška				
		$m_2 \cdot v_2$	$n_2 \cdot v_2$	Kod pozicije	v_y m/m	v_x m/m	v_p m/m	v_p^2
IX	XI _{K₀}	- 0,17	- 0,13	K ₀	+ 0,08	- 0,51	0,52	0,27
	K ₁	+ 0,22	+ 0,17	K ₁	+ 0,08	+ 0,39	0,40	0,16
	K ₂	- 0,09	- 0,07	K ₂	- 0,16	+ 0,04	0,17	0,03
VIII	XI _{K₀}	+ 0,25	- 0,38		+ 0,00	- 0,08		0,46
	K ₁	- 0,14	+ 0,22					
	K ₂	- 0,07	+ 0,11					
		$\pm 0,00$	- 0,08					

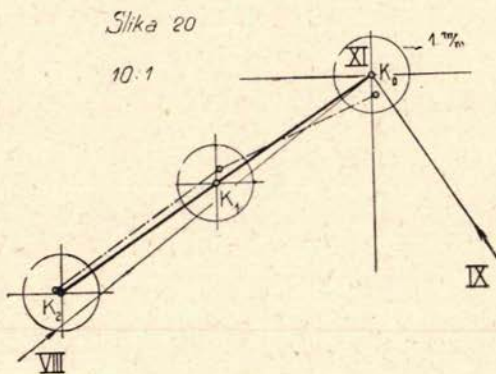
$m_{or} = \pm 0",54$

$m_p = \pm 0,48 \text{ m}$

Grafički prikaz ove komparacije vidi na slici 19 i 20.



p faktično pomeranje
p' sa opažanjem dobiveno pomeranje



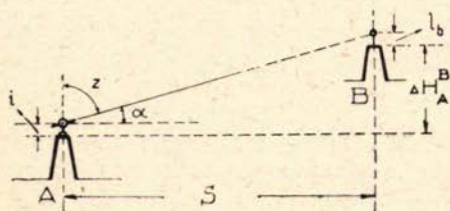
TRIGONOMETRIJSKI NIVELMAN

Opšta formula za računanje visinske razlike određene sa trigonometrijskim nivelmanom dana je sa:

$$\Delta H_A^B = S \cdot \operatorname{tg} \alpha + i - l_b + \frac{1-k}{2R} \cdot S^2 + w \quad (36)$$

ili

$$\Delta H_A^B = S \cdot \operatorname{ctg} z + i - l_b + \frac{1-k}{2R} \cdot S^2 + w.$$



Slika 21

$$w = \frac{H_m}{R} \cdot \Delta H$$

za $H_m = 500 \text{ m}$

$\Delta H = 37 \text{ m} :$

$w = 2,9 \text{ m/m}$

Član $\frac{1-k}{2R} \cdot S^2$ rastavimo na $\frac{S^2}{2R}$ (uticaj zakrivljenosti zemlje) i na $-\frac{k}{2R} \cdot S^2$ (uticaj refrakcije). Za $R = 6377$ km i $k = 0,13$ dobijemo:

Dužina S metara	$\frac{S^2}{2R}$	$-\frac{k}{2R} \cdot S^2$	$\frac{1-k}{2R} \cdot S^2$
50	+ 0,20 m/m	- 0,03 m/m	+ 0,17 m/m
100	+ 0,79	- 0,10	+ 0,69
150	+ 1,75	- 0,23	+ 1,53

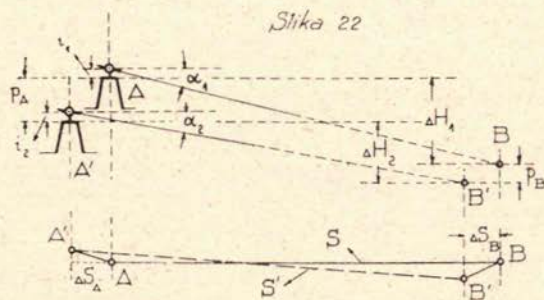
Trigonometrijski nivelman koristimo onda, kada su tačke, za koje želimo odrediti eventualno nastale visinske promene, nepristupačne za precizno niveliranje. Tu se misli na kontrolne tačke na nizvodnoj strani pregrade.

U tim primerima otpada u jednačini 36.) visina signala označena sa »1b«, a visinu instrumenta »i« izmerimo precizno pomoću blizu postavljenog nivelira.

Eventualna visinska pomeranja stupa za opažanje možemo odrediti sa preciznim niveliranjem ili, ako je stup teško pristupačan, onda sa merenjem vertikalnih uglova prema najmanje dvema bliskim osiguravajućim tačkama.

Računanje visinskih kontrolnih tačaka iz razlika visinskih uglova.

Označimo sa A stup za opažanje, a sa B kontrolnu tačku. Pretpostavljamo, da moramo računati ne samo sa malim promenama po poziciji i po visini tačke B, nego i samog stuba za opažanje. Sa A' i B' označimo stanje posle nastale promene. (Vidi sliku 22).



Dato je $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$

promene odstojanja ΔS_A i ΔS_B dobijemo iz grafikona, gde u povećanoj razmeri nanašamo pomeranja tačaka A i B s obzirom na pravac AB, a

visinsku promenu p_A stajališta dobijemo na jedan od već ranije pomenutih načina.

Traži se sada visinska promena p_B navizirane kontrolne tačke. Iz slike 22 sledi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta H_1 &= S \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + i_1 + \left(\frac{1-k}{2R} \cdot S^2 \right) + w \\ \Delta H_2 &= S' \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + i_2 + \left(\frac{1-k}{2R} \cdot S'^2 \right) + w \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\Delta H_1 + p_B = \Delta H_2 + p_A \text{ odnosno } p_B = (\Delta H_2 - \Delta H_1) + p_A \quad (37)$$

$$\Delta H_2 - \Delta H_1 = S' \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - S \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + (i_2 - i_1) \quad (38)$$

Pošto je $S' = S + \Delta S_A + \Delta S_B$ sledi

$$\Delta H_2 - \Delta H_1 = S \cdot (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1) + (\Delta S_A + \Delta S_B) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + (i_2 - i_1) \quad (39)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2), \text{ dalje } \alpha_2 - \alpha_1 = \Delta \alpha$$

je mala vrednost i zato smemo staviti $\operatorname{tg} (\Delta \alpha) \approx \frac{\Delta \alpha''}{\rho''}$, kao i da je

$$\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \approx (\operatorname{tg} \alpha)^2.$$

Označimo još: $\Delta i = (i_2 - i_1)$, $\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$

i onda se promeni formula (39.) u:

$$\Delta H_2 - \Delta H_1 = S \cdot \frac{\Delta \alpha''}{\rho} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \Delta S \cdot \operatorname{tg} \alpha + \Delta i \quad (40)$$

Sada uvrstimo taj izraz u jednačinu (37.) te dobijemo konačno formulu za račun visinske promene kontrolne tačke B sa:

$$p_B = \frac{S}{\rho''} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \Delta \alpha'' + \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta S + \Delta i + p_A \quad (41)$$

odnosno

$$p_B = \frac{S}{\rho''} \cdot \frac{\Delta \alpha''}{\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta S + \Delta i + p_A \quad (42)$$

Korišćenje ove formule je jednostavno, pogotovu kada izračunamo koeficijente pred $\Delta \alpha$ i ΔS , koje možemo da smatramo kao konstantne vrednosti za sve vreme određivanja visinskih promena kod određene tačke sa određenog stajališta, t. j.

$$\frac{S}{\rho'' \cdot \cos^2 \alpha} = k_I, \quad \operatorname{tg} \alpha = k_{II} \quad \text{i s tim dobijemo}$$

jednostavan izraz

$$p_B = k_I \cdot \Delta \alpha'' + k_{II} \cdot \Delta S + \Delta i + p_A \quad (43)$$

Za slučaj da je $\Delta i = 0$, $p_A = 0$, $\Delta S = 0$
imamo

$$p_B = \frac{S}{\rho'' \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \Delta \alpha'' = \frac{S}{\rho'' \cdot \sin^2 z} \cdot \Delta z'' \quad (44)$$

Ako stavimo da je

$$k = \frac{S}{\rho'' \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{S}{\rho'' \cdot \sin^2 z} \quad \text{onda je} \quad (45)$$

$$p_B = k \Delta \alpha'' = k \Delta z'' \quad (46)$$

Do praktične formule za visinska pomeranja dolazimo i na drugi način.

Označimo sa:

- p_h visinsko pomeranje
- ΔH_0 početnu visinsku razliku stuba za opažanje i kontrolne tačke
- ΔH_1 visinsku razliku određenu kod sledećeg merenja te je prema tome

$$p_h = \Delta H_0 - \Delta H_1 \quad (47)$$

Kod normalnih prilika za opažanje možemo sponirati, da u vremenu između 10^h i 15^h kolebanje koeficijenta refrakcije ne prelazi vrednost 0,04. Osi mtoga ako je visina instrumenta i_2 ostala jednaka i_1 , dobijemo da je:

$$p_h = S \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 - S \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = S \cdot \{ \operatorname{tg} \alpha_0 - (\operatorname{tg} \alpha_0 + \Delta \alpha) \} \quad (48)$$

Ovu jednačinu možemo napisati i u drugom obliku. Naime pošto je

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta \alpha \quad \text{sledi: } p_h = S \{ \operatorname{tg} \alpha_0 - \operatorname{tg}(\alpha_0 + \Delta \alpha) \}$$

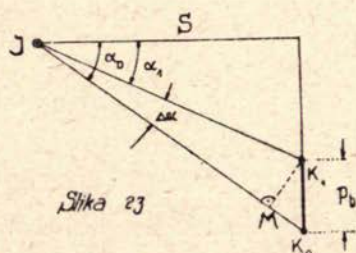
S obzirom a to, da je $\Delta \alpha$ malena veličina, možemo funkciju $\operatorname{tg}(\alpha_0 + \Delta \alpha)$ razviti u Taylorov red, t. j.

$$\operatorname{tg}(\alpha_0 + \Delta \alpha) = \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{\Delta \alpha}{\cos^2 \alpha_0} + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha^2}{(\cos^2 \alpha_0) \cdot 2} + \quad (49)$$

Zanemarimo članove višeg reda u ovoj jednačini i uvrstimo ju u jednačinu 48.) te dobijemo:

$$p_h = -S \cdot \frac{\Delta \alpha''}{\cos^2 \alpha_0} \cdot \frac{1}{\rho''} \quad (50)$$

Do iste jednačine dolazimo pomoću slike 23.



$$\overline{IM} = \frac{S}{\cos \alpha_0};$$

$$\operatorname{tg}(-\Delta \alpha) = \frac{p_h \cdot \cos \alpha_0}{\overline{IM}}$$

$$= \frac{p_h \cdot \cos^2 \alpha_0}{S}$$

$$p_h = -\frac{S \cdot \Delta \alpha''}{\cos^2 \alpha_0} \cdot \frac{1}{\rho''}$$

ANALIZA TAČNOSTI ODREĐIVANJA VERTIKALNIH DEFORMACIJA I POMERANJA SA TRIGONOMETRIJSKIM NIVELMANOM

Analizu tačnosti određivanja vertikalnih deformacija i pomeranja možemo da izvršimo pomoću jednačine

$$p = \frac{S \cdot \Delta\alpha}{\rho \cdot \cos^2\alpha} \quad (51)$$

Pošto je $p = f(S, \Delta\alpha, \alpha)$ sledi, da je totalni diferencijal jednačine 51.) jednak:

$$d_p = \frac{dS}{\rho''} \cdot \frac{\Delta\alpha''}{\cos^2\alpha} + \frac{S}{\rho'} \cdot \frac{d(\Delta\alpha'')}{\cos^2\alpha} - \frac{2S}{\rho''} \cdot \frac{\Delta\alpha''}{\cos^2\alpha} \cdot \text{tg}\alpha \cdot d\alpha \quad (52)$$

Članove na desnoj strani jednačine 52.) možemo napisati i u ovom obliku:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{\rho''} \cdot \frac{\Delta\alpha''}{\cos^2\alpha} \Big| \cdot \frac{S}{S} &= p \cdot \frac{dS}{S} = d_{p_1} \\ \frac{S}{\rho''} \cdot \frac{d(\Delta\alpha'')}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{\Delta\alpha''}{\Delta\alpha''} &= p \cdot \frac{d(\Delta\alpha'')}{\Delta\alpha''} = d_{p_2} \\ - \frac{S}{\rho''} \cdot \frac{\Delta\alpha''}{\cos^2\alpha} \cdot \text{tg}\alpha \cdot d\alpha &= -2p \cdot \text{tg}\alpha \cdot d\alpha = d_{p_3} \end{aligned} \quad (53)$$

Zamenimo diferencijale sa diferencijama, t. j.

$dS = \Delta S$, $d(\Delta\alpha) = \Delta(\Delta\alpha)$, $d\alpha = \Delta(\alpha)$, to dobijemo po teoriji grešaka, da je:

$$\Delta p = \pm \sqrt{\Delta p_1^2 + \Delta p_2^2 + \Delta p_3^2} \quad (54)$$

Analizirat ćemo uticaj pojedinih grešaka. Predpostavimo, da je $S = 140$ m, pomeranje $p = 5$ m/m,

$$\Delta\alpha'' = 7'' \text{ , } \Delta(\Delta\alpha) = 1'' \text{ , } \Delta s = 0,10 \text{ m, } \alpha = 16^\circ \text{ , } \Delta(\alpha) = 5''.$$

Onda sledij:

$$\Delta p_1 = \frac{0,005 \cdot 0,10}{140} = 0,0000036 \text{ m} = 0,004 \text{ m/m}$$

$$\Delta p_2 = 0,005 \cdot \frac{1''}{7''} = 0,0007 \text{ m} = \underline{\underline{0,7 \text{ m/m}}}$$

$$\Delta p_3 = -2 \cdot 0,005 \cdot 0,2868 \cdot \frac{5''}{\rho''} = -0,07 \mu$$

Vidno dolazi do izraza, da moramo obratiti osobitu pažnju na merenje vertikalnih uglova, odnosno — još bolje rečeno — na što tač-

Tabela XXII

Staj.	Vizura	Zenitna distanca " z "		Razlika	Popravak		Visinska greška	
		o	"		v	vv	v _h = v · h	v _h ²
I	II _{K₀}	89 05 28,63	28",63	± 0",00	- 0",81	0,66	- 0,30	0,09
		- 5,32						
	K ₁	23,31	22,25	+ 1,06	+ 0,25	0,06	+ 0,09	0,01
		- 5,32						
	K ₂	17,99	17,38	+ 0,61	- 0,20	0,04	- 0,08	0,01
		- 5,32						
	K ₃	12,67	12,75	- 0,08	- 0,89	0,79	- 0,33	0,11
	- 5,32							
K ₄	07,35	05,38	+ 1,97	+ 1,16	1,35	+ 0,44	0,19	
	- 5,32							
K ₅	02,03	00,75	+ 1,28	+ 0,47	0,22	+ 0,18	0,03	
		31,98	27,14	+ 4,92	+ 1,88	3,12	+ 0,71	0,44
				- 0,08	- 1,90		- 0,71	
				+ 4,84	- 0,02		± 0,00	
				- 0,81				

$$z'' = \rho'' \cdot \frac{K_0 K_1 \cdot \sin^2 z}{S} = 5",32$$

$$\text{za } \Delta z = 1'' \text{ slijedi } \Delta h = \frac{2 \text{ m/m}}{5,32} = 0,375 \text{ m/m}$$

Srednja greška određivana zenitne distance

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{3'',12}{5}} = \pm 0'',79$$

Srednja visinska greška

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{[v_h^2]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{0,44}{5}} = \pm 0,30 \text{ m/m}$$

Srednja greška određivanja visinskog (vertikalnog) pomeranja:

$$m_{\Delta h} = \pm m_h \sqrt{2} = \pm 0,42 \text{ m/m}$$

2. komparativno merenje

Komparator na stubu br. X i VI.

Teodolit Zeiss Th2 br. 55778, podatak 1''.

Tabela XXIII

Staj.	Vizura	Zenitna distanca s (aritm.sredina is 3 girusa)			Marka visinskog komparatora na	Datum, vrijeme i dr.
		o	"	s_s		
IX	X_{K_0}	111	30 03,8	$\pm 0,83$	$s_0 = 0,00$ m/m	28.3.1956. $9^h 30, t = 4^\circ$ maglovito
	K_1	111	30 00,7	$\pm 1,96$	$s_1 = +2,00$	
	K_2	111	29 57,3	$\pm 0,73$	$s_2 = +4,00$	
	K_3	111	29 53,8	$\pm 1,59$	$s_3 = +6,00$	
IX	VI_{K_0}	93°	39' 10,7"	$\pm 0,44$	$s_0 = 0,00$	$10^h 45$
	K_1	93	39 06,3	$\pm 0,60$	$s_1 = +2,00$	
	K_2	93	39 03,7	$\pm 0,37$	$s_2 = +4,00$	
	K_3	93	39 00,2	$\pm 0,33$	$s_3 = +6,00$	

Računanje postignute tačnosti

Tabela XXIV

Staj.	Vizura	Zenitna distanca s		Razlika	Popravak		Visinska greška	
		računska o	is opaž.		v	vv	$v_h = kv \cdot x$ m/m	v_h^2 h
IX	X_{K_0}	111 30 03,8	03,8	$\pm 0,0$	+ 0,45	0,20	+ 0,26	0,07
	K_1	111 30 00,24	00,7	- 0,5	- 0,05	0,00	- 0,03	0,00
	K_2	111 29 56,68	57,3	- 0,6	- 0,15	0,02	- 0,09	0,01
	K_3	111 29 53,12	53,8	- 0,7	- 0,25	0,06	- 0,15	0,02
			53,8	55,6	- 1,8 + 0,45	$\pm 0,00$	0,28	- 0,01
	$k = 0,586$						x) formula (35)	
IX	VI_{K_0}	93 39 10,7	10,7	$\pm 0,0$	+ 0,22	0,05	+ 0,12	0,01
	K_1	93 39 06,89	06,3	+ 0,6	+ 0,82	0,67	+ 0,43	0,18
	K_2	93 39 03,08	03,7	- 0,6	- 0,38	0,14	- 0,20	0,04
	K_3	93 38 59,27	00,2	- 0,9	- 0,68	0,47	- 0,36	0,13
			20,0	20,9	- 0,9 + 0,22	+ 1,04 - 1,06 - 0,02	1,33	- 0,01
	$k = 0,524$							
					$[vv] = 1,61$		$[v_h^2] = 0,46$	

Srednja greška zenitne distance

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \pm \sqrt{\frac{1,61}{1}} = \pm 0'',52$$

Srednja visinska greška

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{[v^2_h]}{n-2}} = \pm \sqrt{\frac{0,46}{6}} = \pm 0,27^m/m$$

Srednja greška određivanja visinskog pomeranja

$$m_{\Delta h} = \pm m_h \cdot \sqrt{2} = \pm 0,38^m/m$$

3. komparativno merenje

Komparator na stubu br. V i XI.

Teodolit Zeiss Th2 br. 55778, podatak 1".

Tabela XXV

Staj.	Vizura	Zenitna distance (aritm. sredina iz 3 girusa)	Srednja greška aritm. sred. zenitne dist. m_z	Marka visinskog komparatora na m/m	Datum, vrijeme i dr.
VIII	V_{K_0}	92 33 20,0	$\pm 1,00$	$z_0 = 0,00$	19.5.1958.g. 6 ^h 50 sunčano, mirno 7 ^h 50
	K_1	92 33 13,5	$\pm 1,16$	$z_1 = +5,00$	
	K_2	92 33 07,3	$\pm 2,16$	$z_2 = +10,00$	
	K_3	92 32 58,7	$\pm 0,89$	$z_3 = +15,00$	
VIII	XI_{K_0}	106° 00' 43,3	$\pm 1,20$	$z_0 = 0,00$	8 ^h 15 jaka vibracija otpalo zbog neugodnih uslova
	K_1	106 00 36,3	$\pm 1,45$	$z_1 = +5,00$	
	K_2	106 00 29,5	$\pm 1,00$	$z_2 = +10,00$ $z_3 = +15,00$	

Računanje postignute tačnosti.

Staj.	Visura	Zenitna distanca z		Razlika	Popravak		Visinska greška			
		računska	opaž.		v	vv	$v_h \cdot k \cdot v$ m/m	v_h^2		
		o	"	"						
VIII	v_{k_0}	92	33	20,0	20,0	$\pm 0,0$	+ 0,85	0,72	+ 0,58	0,34
	k_1			- 7,32						
				12,68	13,5	- 0,8	+ 0,05	0,00	+ 0,03	0,00
	k_2			- 7,32						
				05,36	07,3	- 1,9	- 1,05	1,10	- 0,72	0,52
	k_3			- 7,32						
				58,04	58,7	- 0,7	+ 0,15	0,02	+ 0,10	0,01
				36,1	39,5	- 3,4 + 0,85	$\pm 0,00$	1,85	- 0,01	0,87
	k	= 0,684								
VIII	XI									
	v_{k_0}	106	00	43,3	43,3	$\pm 0,0$	+ 0,3	0,09	+ 0,21	0,04
	k_1			- 7,24						
				36,06	36,3	- 0,2	+ 0,1	0,01	+ 0,07	0,00
	k_2			- 7,24						
				28,82	29,5	- 0,7	- 0,4	0,16	- 0,28	0,08
				48,2	49,1	- 0,9 + 0,3	$\pm 0,0$	0,26	$\pm 0,00$	0,12
	k	= 0,692					[vv] = 2,11		$[v_h^2] = 0,99$	

$$S_{VIII-V} = 140,470m,$$

$$S_{VIII-XI} = 131,810m$$

$$\Delta z'' = \rho'' \cdot \frac{p \cdot \sin^2 z}{S}$$

$$\text{za } p = 5m/m \text{ je } \Delta z''_{VIII-V} = 7,32$$

$$\text{za } p = 5m/m \text{ je } \Delta z''_{VIII-XI} = 7,24$$

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \pm \sqrt{\frac{1,11}{5}} = \pm 0,47$$

$$m_h = + 0,45m/m, \quad m_{\Delta h} = + m_h \cdot \sqrt{2} = + 0,64m/m$$

REKAPITULACIJA REZULTATA KOMPARATIVNIH MERENJA

A) HORIZONTALNA POMERANJA (DEFORMACIJE).

Tabela XXVII

Opažanja izvršena sa stuba broj	Komparator na stubu broj	Srednja greška određivanja horizontalnih pomeranja (deformacija) m_p	Srednja greška aritmetične sredine opažanog pravca m	Opažanja izvršena
I	II	$\pm 0,40$ m/m	$\pm 0",44$	maja 1953.g.
VIII, IX	XI	$\pm 0,65$	$\pm 0",76$	juna "
VIII, IX	VI	$\pm 0,71$	$\pm 0",64$	marta 1956.g.
VIII, IX	V	$\pm 0,73$	$\pm 0",59$	maja 1958.g.
VIII, IX	XI	$\pm 0,48$ m/m	$\pm 0",55$	maja 1958.g.

B) VISINSKA POMERANJA (DEFORMACIJE)

Tabela XXVIII

Opažanja izvršena sa stuba broj	Komparator na stubu broj	Srednja greška određivanja vertikalnih pomeranja (deformacija) $m_{\Delta h}$	Srednja greška opažane zenitne distance m_z	Opažanja izvršena
I	II	$\pm 0,42$ m/m	$\pm 0",79$	maja 1953.g.
IX	X	$\pm 0,38$	$\pm 0",52$	marta 1956.g.
VIII	VI	$\pm 0,64$ m/m	$\pm 0",65$	maja 1958.g.

OSIGURAVANJE TAČAKA OSNOVNE MIKROTRIGONOMETRIJSKE MREŽE

Da bi se u buduću izbegavale greške orijentacije, koje su se isticale n. pr. naročito kod 14., 15. i 16. serije opažanja, izvršen je kod 17. serije prelaz orijentacije na novi sistem orijentacijskih tačaka.

Već 1958. godine je bio pripremljen projekat za novi sistem orijentacijskih i ujedno osiguravajućih tačaka za stubove VIII, IX, I i II osnovne mikrotrigonometrijske mreže.

Ranije predviđeni način određivanja eventualno nastalih promena pozicija tih stubova (horizontalne deformacije) — pomoću merenja paralaktičkih uglova — nije se mogao realizirati, jer nisu bili ispunjeni uslovi odnosa dužina vizura [11]. Vrlo nepovoljna konfiguracija terena nije dozvoljavala, da se stanje u tome pogledu popravi.

Novе orijentacijske tačke su mnogo bolje signalizirane — slika 25 i 26 — te omogućuju sigurno viziranje. Te tačke su dobro vidljive i onda, kada se n. pr. na stare, relativno visoko ležeće orijentacijske tačke ne može vizirati zbog sumaglice ili magle.



Sl. 25 — Oriјentacijska tačka VIII A Sl. 26 — Oriјentacijska tačka Ic=Iic
na stubu br. IX

Novе orijentacijske tačke su tako raspoređene, da su ujedno i osiguravajuće tačke za pojedinačne stubove jer raspored odgovara uslovima, koje postavljamo kod presecanja natrag. Prema tome, u buduće može da se kontroliše pozicija tačaka VIII, IX, I i II sa presecanjem natrag.

Zanima nas još to pitanje, kakva li se tačnost može očekivati u pogledu određivanja eventualno nastalih deformacija stubova osnovne mikrotrigonometrijske mreže?

U tu svrhu sračunati su elementi za konstrukciju elipsa grešaka, te su n. pr. za $m = \pm 1''$ dobiveni sledeći podatci:

Stub broj	Poluos elipse grešaka		Ugao Θ	Sa pravcima na
	A	B		
VIII	0,90	0,64	20,2	VIII _{A, B, C}
IX	1,36	0,73	105,2	IX _{A, B, C}
I	0,96	0,42	121,0	I _{A, B, C}
II	0,66	0,50	14,4	II _{A, B, C}

Vidimo, da sa prvobitno kombiniranim pravcima na orijentacijske — osiguravajuće tačke ne dobijemo zadovoljavajuću elipsu grešaka za stub br. IX (velika poluos $A = 1,36$ m/m) i ako želimo, da bude $A < 1$ m/m, onda moramo bezuslovno uključiti još jedan odgovarajući pravac.

To može da bude i vizura na tačku II, za koju možemo — u slučaju da se i ona pomakne — sračunati redukciju pravca IX—II i uzeti u obzir kod obrade podataka opažanja.

Sa četvrtim pravcem imamo ujedno i prekobrojno opažanje, s time i kontrolu određivanja pomeranja. Kod tačke I možemo analogno uzeti kao 4. pravac, pravac na tačku br. VIII.

S obzirom na tu dopunu pravaca na osiguravajuće tačke dobijemo odmah bolje rezultate, naime (opet za $m = \pm 1''$):

Za tačku	A	B	θ
VIII	0,90 m/m	0,64 m/m	20,2 ^o
IX	0,84	0,71	124,1
I	0,79	0,41	118,5
II	0,66	0,50	14,4

Elipse grešaka prikazane su na slici 4 u razmeri 10 : 1.

S obzirom na rezultate izvršenih komparativnih merenja sledi, da je u proseku srednja greška aritmetične sredine opaženog pravca $m = \pm 0'',62$ i horizontalne deformacije stubova V, VI, X i XI određene su sa prosečnom greškom $\pm 0,61$ m/m.

Te pozicijske greške možemo tretirati kao »greške centriranja«, te se prenašaju napred na kontrolne tačke (7, 8) sa iznosom

$$\pm 0,61 \text{ m/m} \cdot \sqrt{2} = \pm 0,81 \text{ m/m}$$

Prema tome, ako su tačke 7 i 8 opterećene sa prosečnom pozicijskom greškom $\pm 0,11$ m/m, onda sledi konačno, da je pozicija kontrolne tačke na pregradi (7 i 8) određena sa

$$m_k = \pm \sqrt{0,81^2 + 0,11^2} = \pm 0,82 \text{ m/m}$$

To naravno vredi ako suponiramo, da su stubovi VIII i IX ostali bez ikakvih deformacija.

Međutim, ako je nastala neka promena u poziciji stubova VIII i IX, onda se i njihova pozicijska greška odražava u konačnom rezultatu pomeranja kontrolne tačke.

S obzirom na činjenicu, da možemo računati sa $m = \pm 0'',62$ u proseku, dobijemo za tačku

$$\text{VIII: } A = 0,56 \text{ m/m} \quad , \quad B = 0,40 \text{ m/m}$$

$$\text{IX : } A = 0,52 \text{ m/m} \quad , \quad B = 0,44 \text{ m/m}$$

Ova pozicijska greška (u srednjem $\pm 0,48$ m/m se prenaša dalje sa $\pm 0,48 \cdot \sqrt{2} = \pm 0,68$ m/m, i namesto prijašnje pozicijske greške $\pm 0,61$ m/m kod stubova detaljne mikromreže moramo računati sa pozicijskom greškom

$$m_p = \pm \sqrt{0^2,68 + 0^2,61} = \pm 0,91 \text{ m/m}$$

Uzimajući u obzir tu grešku, dobijemo u tome primeru, da je horizontalno pomeranje kontrolne tačke na pregradi određeno sa greškom

$$m_k = \pm \sqrt{(0,91 \cdot \sqrt{2})^2 + 0^2,11} = \pm 1,29 \text{ m/m.}$$

U tu grešku m_k uključena je i greška, koja se pojavljuje kao posledica eventualno preostale nepotpune vertikalnosti osi z-z (vidi [13]) baš zbog toga, što smo mogli pomoću komparatora odrediti istinite greške.

Zaključak — Komparativna merenja pokazala su se kao veoma korisna i to iz više razloga:

1. Pre svega određujemo sa sigurnošću faktične greške, jer ih dobijemo na osnovu upoređivanja rezultata pomeranja dobivenih iz obrade podataka opažanja sa faktično izvršenim pomeranjem.

2. Komparativna merenja vertikalnih deformacija dale su pozitivan odgovor na pitanje, da li se mogu i vertikalne deformacije (pomeranja) odrediti sa zadovoljavajućom tačnošću kada upotrebimo trigonometrijski nivelman.

Dokazalo se je, da nije na mestu nepoverenje, koje se je stalno pokazalo prema trigonometrijskom nivelmanu kao metodi za određivanje vertikalnih deformacija.

LITERATURA:

1. Aganović, I., Redžić N.: Osmatranje brane sa posebnim osvrtom na branu u Jablanici. Geodetski list 1961. br. 7—9 Zagreb.
2. Janković, M.: Precizna geodetska mjerenja kao kontrola deformiranja građevinskih objekata. Geod. list, Zagreb 1952.
3. Janković, M.: Primjenjena geodezija, Zagreb
4. Lang, W.: Deformationsmessungen an Staumauern nach den Methoden der Geodäsie. Bern 1929.
5. Marčák, P.: Niektore problémy geodetických prác vo vodnem hospodarstve. Stavebnický časopis, Slovenská Akadémia Vied, IV/4 1957.
6. Lazzarini, T.: Geodezyczne pomiary odkaształcén. Warszawa 1952.
7. Lazzarini, T.: Wyznaczenie odkaształcén metodami geodezyjnymi, Rocznik Geodezyjny 1954. Warszawa 1954.
8. Rudl, F.: Proučavanje deformacija visokih pregrada geodetskim metodama, I deo. Geodetski list 1953, br. 1—4. Zagreb 1953.
9. Rudl, F.: Proučavanje deformacija visokih pregrada geodetskim metodama. II deo (Osvrt na h. c. Moste). Geodetski list 1953, br. 5—8, Zagreb 1953.
10. Rudl, F.: Komparator za mikrotrigonometrijska merenja. Geodetski list 1955, br. 5—6, Zagreb 1955.

11. Rudl, F.: Ispitivanje stabilnosti stubova za opažanje deformacija visokih pregrada geodetskim metodama. Geodetski list br. 1—3, Zagreb 1961.
13. Staněk V.: Oprava ze sklonu osy alhidády při měření deformaci přehrad. Geodetski list br. 7—9, Zagreb, 1958.
14. Staněk, V. Marčák, P.: Měření deformací geodetickými metodami na přehradách v ČSSR. Geodetický a kartografický sborník 1961. Praha 1961.
15. Staněk, V.; Krumphanzl, V.: Studium periodických posuv gravitačních betonových přehrad. Geodetický a kartografický sborník. Praha 1963.
16. Ulbrich, K.: Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Stau-mauern und Grossbauwerken. Sonderheft der Oest. Z. f. V. Wien 1956.

ÜBER DIE GENAUGKEIT DER DEFORMATIONSERMITTLUNG HOHER STAU-MAUERN MITTELS MIKROTRIGONOMETRISCHER BEOBACHTUNGEN

Als erstes Wasserkraftwerk in Jugoslawien, wo geodätische Messverfahren zur Ermittlung der Lageänderung der Staumauer angewandt und mehrfach erprobt wurden, darf wohl das Wasserkraftwerk Moste in Slowenien gelten.

Im Jahre 1948 wurde mit diesen Arbeiten begonnen, wobei neben geodätischen auch die üblichen physikalischen Messverfahren während der 50 m hohen Staumauer zur Geltung kamen. Späterhin wurden nur noch geodätische Messverfahren, vor allem die mikrotrigonometrischen Beobachtungen und das Präzisionsnivellement fortgesetzt.

Angesichts der Tatsache, dass bei den mikrotrigonometrischen Beobachtungen in Moste ständig Zeiss'sche Theodolite vom Typ Th₂ anstatt des mehr oder weniger allgemein üblichen Wild T₃ eingesetzt wurden, ist es jedenfalls interessant festzustellen, ob und inwiefern die entsprechende Genauigkeit der Deformationsermittlung mittels der mikrotrigonometrischen Beobachtungen erzielt wurde.

Zur Analyse wurden diejenigen Beobachtungen herangezogen, die im Zeitabschnitt vom Jahre 1953 bis zum Jahre 1963 von routinierten Geodäten durchgeführt wurden (Serien 11—17). Aus den Tabellen ist es ersichtlich, dass bei manchen Serien, wo ungünstige Witterungsverhältnisse stören wirkten, der mittlere Fehler der Orientierung (m_{or}) den mittleren Fehler der orientierten Richtungs-differenz $m_{(b-a)}$ oder beträchtlich beeinflusste und eine Aenderung der ziemlich ungünstig gelegenen Orientierungspunkte, die schon im Jahre 1958 geplant wurde, schliesslich durchgeführt werden musste.

Die neuen Orientierungssichten, die zugleich auch eine Kontrolle der Stabilität der Beobachtungspfeiler mittels Rückwertseinschnitt ermöglichen, sind aus der Skizze (Bild No. 7) ersichtlich. Weiterhin ist es aus den Fehlerellipsen ersichtlich, dass eine Genauigkeit der Ermittlung der Pfeileränderung innerhalb eines Millimeters möglich ist.

*

Die beste Antwort aus die Frage, ob bei Anwendung des Theodoliten vom Typ des Zeiss Th₂ entsprechende Genauigkeit zu erzielen möglich wäre, gaben uns schliesslich die komparativen Messungen, die in den Jahren 1953, 1956 und 1958 parallel mit den operativen Beobachtungen unter Benützung eines vom Verfasser konstruierten Komparators für mikrotrigonometrische Messungen durchgeführt wurden.

Der Komparator [10] ermöglicht das »Messen« der Fehler bei der Ermittlung der horizontalen Lageänderung der Mauerbolzen der Staumauer (Anwendung des RK₂), sowie das »Messen« der Fehler bei der Ermittlung der Höhenänderung der Mauerbolzen mittels des trigonometrischen Nivellements (Anwendung des RK₁).

Aus den Ergebnissen der komparativen Messungen ist es ersichtlich, dass die erforderte Genauigkeit eines Millimeters erreicht wird. Wichtig ist es darauf hinzuweisen, dass auch mit dem trigonometrischen Nivellement die erforderte Genauigkeit erreichbar ist, was aus den Ergebnissen der diesbezüglichen komparativen Messungen ersichtlich ist, und dadurch schliesslich bewiesen wurde, dass das Misstrauen, welches bei Staumauerdeformationsmessungen mehr oder weniger offen gezeigt wurde, nicht am Platze wäre.