

# PRIMENA PROSTORNE AEROTRIANGULACIJE ZA IZRADU PLANA RAZMERE 1:2500

GORICA VOJNOVIĆ dipl. inž. — Beograd

Prostorna aerotriangulacija treba da zameni klasičnu metodu određivanja koordinata tačaka potrebnih za orijentaciju snimaka kod restitucije. Međutim ona ne isključuje sasvim klasičnu metodu, pošto je za njen rješavanje potreban izvjestan broj tačaka po poznatim koordinatama. Primenom aerotriangulacije smanjuju se velikim delom terenski radovi koji su najskuplji u geodeziji. Smanje li se terenski radovi oko određivanja tačaka samo za 50—60% ekonomičnost aerotriangulacije je velika.

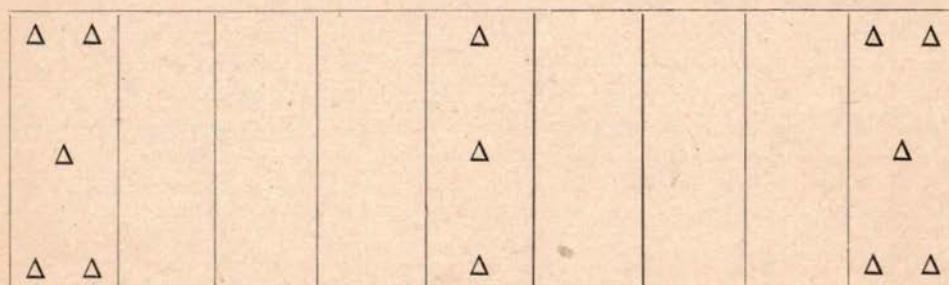
**P o d a c i** — Snimanje je izvršeno 1962. godine za izradu katastarskog — topografskog plana u razmeri 1:2500. Površina celog objekta je 85.000 ha. Na objektu se nalazi jedan kompleks šume oko 8.000 ha gde su osalone — vezne tačke za orijentaciju snimaka određene putem aerotriangulacije. Snimano je na ploče kamerom Wild RC7 N = 127 sa objektivom aviotar F = 169,86 mm. Visina leta nad terenom iznosi u proseku 2.100 m., a približna razmara snimanja 1:13.000. Ovi snimci pokrivaju isprelaman, brdovit i šumovit teren planine Kukavice u 8 nizova sastavljenih od 7—8 modela. Relativne visinske razlike terena kreću se do 900 m., što iznosi 43% od visine leta.

Pre snimanja izvršeno je signalisanje postojeće trigonometrijske mreže, postavljeno je niz signala za poguščavanje geodetske osnove. U isto vreme izvršeno je signalisanje detaljnih tačaka za razgraničenje katastarskih opština, poseda i objekata. Signali za poguščavanje geodetske osnove postavljeni su na onim delovima terena gde je parcelacija retka i kompleksima šuma, a korišćene su i signalisane detaljne tačke. Na tačkama koje nisu bile zaklonjene, signali su postavljeni na zemlju. U šumskom delu terena za signale su upotrebljene bele lesnitne ploče formata  $30 \times 30 \text{ cm}^2$  postavljene na zarubljena stabla.

Za rešavanje nizova određeno je klasičnom metodom ukupno 90 tačaka po položaju i visini. Sa ovim brojem tačaka trebalo je rešiti 8 nizova sačinjenih od 7—8 modela. Broj tačaka zadovoljava, pošto izvestan broj tačaka, koji pada u preklopnom delu nizova koristi se za rešavanje dva niza. Identifikacijom na terenu ove tačke nisu bile ravnomerno raspoređene na početku, kraju i sredini niza (slika 1.), kao što se zahteva od

izvođača na terenu. Tomu su razlog postojće trigonometrijske tačke, skoro neprohodna gusta šuma, brdovit i isprelaman teren.

Na snimcima su obeležene sve osline i prelazne tačke jednog niza i zajedničke tačke na vezi nizova. Kod izbora tačaka težilo se da sve tačke zadovolje teoretski zahtev, ali se od toga zahteva negde moralno odstupiti, s obzirom na obraslost terena. Zajedničke tačke na vezi nizova nije bilo moguće sve identifikovati u oba niza, pošto sve obeležene tačke nisu bile signalisane; korišćeni su grmovi i male beline u proplancima šume. Ima također jedan broj tačaka za koje su korišćene markantne senke drveća pa i vrhovi drveća. Naravno da se nije ni očekivalo da će se senke pojavit u susednom nizu, ali su takve tačke smanjile broj zajedničkih tačaka koje treba da posluže za ocenu postignute tačnosti. Na osnovu datih tačaka i novoizabranih napravljen je skica nizova.



Sl. 1

**Merenje i obrada podataka — Aerotriangulacija** je izvedena na autografu A-7 po metodi nadovezivanja. Relativna orientacija vršena je numeričkom metodom, zaostale paralakse nisu bile veće od 0,03 mm. u razmeri modela, odnosno u razmeri snimka 0,015 mm.

( $R_s = 1:13.000$ ,  $R_m = 1:6.666$  odnos približan 1:2).

Pošto nismo raspolagali automatskim električnim registratorom koordinata, rezultati merenja upisivani su u zapisnik za opažanja aerotriangulacije. U tabeli I prikazan je izvod iz zapisnika jednog niza. Merenje je vršeno sledećim redom: merenje koordinata svih tačaka u jednom smeru uključujući tu prelazne i kontrolne tačke, a potom ponovno merenje koordinata istih tačaka u suprotnom smeru. Ova dvostruka merenja izvršena su sa namerom da se izbegnu grube greške merenja, da se izbegne pogrešna identifikacija tačaka u instrumentu i da se dobije uvid u tačnost navođenja markice tj. poentiranje na snimcima. Pošto je tačnost instrumenata i tačnost navođenja markice na pločama sa graviranim mrežom kvadrata, za vreme provere instrumenta pre početka izvođenja aerotriangulacije bila izražena sa srednjom greškom:

$$\begin{aligned} \text{za levu kameru } m_x &= \pm 4 \mu \\ m_y &= \pm 4 \mu \\ m_p &= \pm 5,7 \mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{za desnu kameru } m_x &= \pm 3,5 \mu \\ m_y &= \pm 5,4 \mu \\ m_p &= \pm 6,4 \mu \end{aligned}$$

TABELA I

Niz 1;  $R_s = 1 : 13.000$ ;  $R_m = 1 : 6.666$ ; RC7 No 127:  $H \approx 2.100$  m  
 Model 778—779

Model 780—779

	$f_1 = 169,86$	$f_2 = 169,86$	$+bx =$	$f_1^* = 169,86$	$f_2 = 169,86$	$-bx =$		
	X	Y	H	tačka	X	Y	H	Primedba
1	324,67	665,95	552,30					
2	,68	,95	,30					
3								
S	324,68	665,95	552,30	-○- 680				
1	394,71	827,22	523,60					
2	,71	,22	,60					
3								
S	394,71	827,22	523,60	○ 1435				
1	347,84	898,59	560,25					
2	,86	,58	,30					
3								
S	357,85	898,58	560,28	-○- 697				
1	440,65	916,61	747,75					
2	,65	,60	,80					
3								
S	440,65	916,60	747,78	-○- 530				
1	454,84	917,83	743,50		454,86	917,80	744,00	780—779
2	,85	,84	,50		,86	,81	,10	
3								
S	454,85	917,84	743,50	-○- 530	454,86	917,81	744,05	
1	474,08	832,70	752,60		474,05	832,70	752,80	
2	,06	,71	,60		,06	,71	3,10	
3			,65				3,10	
S	474,07	832,70	752,62	-○- 698	474,06	832,70	753,00	
1	451,82	714,16	783,20		451,83	714,15	783,30	
2	,82	,15	,20		,83	,16	,15	
3								
S	451,82	714,16	783,20	○ 682	451,83	714,16	783,22	

Iz razlika dvostrukih merenja koordinata tačaka izvedene su srednje greške redukovane u ravan snimka i iznose:

$$\begin{aligned}m_x &= \pm 7,3 \mu \\m_y &= \pm 10,0 \mu \\m_p &= \pm 12,3 \mu\end{aligned}$$

Ova otstupanja su veća od otstupanja dobivenih prilikom provere instrumenta na pločama sa ugraviranom mrežom kvadrata. To se moglo i očekivati pošto tačke nisu bile sve signalisane, kao što je napred i navedeno. Kod obrade podataka usvojene su aritmetičke sredine merenih koordinata tačaka.

Za transformaciju koordinata tačaka iz koordinatnog sistema instrumenta u državi koordinatni sistem korišćena je Helmertova transformacija. Transformacija je izvršena na osnovu dve date tačke na početku i na kraju osovine niza.

Za izravnavanje nizova aerotriangulacije korišćena je grafička metoda interpolacije kao najpovoljnija u odnosu na ekonomičnost i tačnost koja je potrebna kod rešavanja snimaka za razmeru kartiranja 1:2500. Posebno su konstruisane krive popravka drugog reda za koordinate X, Y, i Z, za svaku koordinatu konstruisane su po tri krive popravaka, za gornji, srednji i donji pojas niza. Na osnovu konstruisanih krivih popravaka očitane u popravke svih tačaka prema njihovom položaju u nizu. Dodavanjem popravke transformisanim koordinatama tačaka dobivene su definitivne koordinate svih tačaka u nizu. Za definitivnu vrednost koordinata zajedničkih tačaka na vezi nizova, tj. na preklopnoj površini dva niza uzeta je aritmetička sredina iz dva izravnata niza.

Tabela II sadrži prosečne greške, i srednje greške preračunate u ravan snimka. Prosečne greške i srednje greške dobivene su upoređenjem definitivnih koordinata novoodređenih tačaka iz dva susedna izravnata niza.

Greške su računate po sledećim formulama:

$$\Theta = \pm \frac{[ |v| ]}{n}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}}$$

Iz tabele II vidi se, da su za ocenu tačnosti uzeta četiri niza, ostali nizovi imali su manje od pet zajedničkih tačaka pa su izostavljeni. Razlog za ovako mali broj zajedničkih tačaka u preklopnom delu niza, je uzan i kratak pojas preklopnog dela dva niza, a i sam kompleks šume.

U tabeli III data su otstupanja tačaka od aritmetičke sredine po koordinatama X, Y i Z za svih osam nizova, izražena u granicama po 10 sm.

U tabeli IV takođe su data otstupanja tačaka po koordinatama i visini od aritmetičke sredine, izražena u granicama po 10 sm, gde je broj tačaka za odnosne granice izražen u procentima. Iz tabele se vidi da su odstu-

TABELA II

	Broj vlaka	Broj tačaka	Broj odbačen tačaka	Suma apsolut. odstup.	Prosečna greška	Srednja greška	Srednje greške redukov. u ravnini snimka	960 H
ODSTUPANJA $\Delta Y$	1	7	—	94	$\pm 13,4$ cm	$\pm 18,0$ cm	$\pm 14 \mu$	$\pm 0,08$
	2	11	—	186	16,9	20,9	15	0,10
	3	7	—	152	21,7	23,7	18	0,11
	4	5	—	57	11,8	12,8	10	0,06
	$\Sigma$	30	—	489	$Sr = \pm 15,9$ cm	$m_{sr} = \pm 18,85$ cm	$\pm 14 \mu$	$\pm 0,09$
ODSTUPANJA $\Delta X$	1	7	—	135	$\pm 19,3$ cm	$\pm 22,5$ cm	$\pm 17 \mu$	$\pm 0,10$
	2	11	—	183	16,6	20,0	15	0,10
	3	7	—	125	17,8	19,8	15	0,10
	4	5	—	73	14,6	17,3	13	0,08
	$\Sigma$	30	—	516	$Sr = \pm 17,1$ cm	$m_{sr} = \pm 19,9$ cm	$\pm 15 \mu$	$\pm 0,10$
ODSTUPANJA $\Delta H$	1	7	—	80	$\pm 11,4$ cm	$\pm 15,0$ cm	$\pm 12 \mu$	$\pm 0,07$
	2	11	—	272	24,7	32,6	25	0,15
	3	7	—	297	42,0	45,8	34	0,22
	4	5	—	130	26,0	29,3	22	0,15
	$\Sigma$	30	—	779	$Sr = \pm 26,0$ cm	$m_{sr} = \pm 30,7$ cm	$\pm 23 \mu$	$\pm 0,15$

TABELA III

OTSTUPANJA OD ARITMETIČKE SREDINE U sm																				
ODSTUPANJA $\Delta Y$	Broj niza																			
	65-70	50-60	40-50	30-35	20-30	10-20	0-10	+	0-10	10-20	+	20-30	+	30-35	+	40-50	+	50-60	+	60-70
	1					1		1	3	2										
	2								2	3	2	3	1							
	3					3	1	1	1	1										
	4						2	1	1	1										
	5					1														
	6								1	1	1									
	7								1											
	8									1										
	$\Sigma$					1	4	4	9	9	5	3	1							
ODSTUPANJA $\Delta X$	1				1	2	2	1	1	2	2	2	2	1						
	2					2	2	2	2	2	2	2	2	1						
	3					1		2		1	2	2	1	1						
	4						2		2		2		1							
	5							2		1										
	6									1										
	7									1										
	8										1									
	$\Sigma$					1	3	8	6	8	4	5	1							
	30-40								30-40											
ODSTUPANJA $\Delta H$	1				1	2	1	4	1	1	2	4	1							
	2	1	2				1			1	2	4	1				1	2	1	
	3								1		1		1							
	4					1		2			1		1							
	5																1			
	6						2		1											
	7									1										
	8										1									
	$\Sigma$	1	2	1	3	4	5	4	4	4	3	1	1	2	1					

TABELA IV

	Diferencija ± sm	Broj tačaka	U %
Za $\triangle Y$	0 — 10	18	50,0
	11 — 20	9	25,0
	21 — 30	7	19,5
	31 — 35	2	5,5
		36	100,0 %
<hr/>			
Za $\triangle X$	0 — 10	14	39,0
	11 — 20	12	33,4
	21 — 30	8	22,1
	31 — 35	2	5,5
		36	100,0 %
<hr/>			
Za $\triangle H$	0 — 10	8	22,2
	11 — 20	9	25,0
	21 — 30	7	19,4
	31 — 40	4	11,1
	41 — 50	2	5,6
	51 — 60	4	11,1
	61 — 70	2	5,6
		36	100,0 %

panja  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  za 75% tačaka u granicama od 0—20 sm, za 20% u granicama 20—30 sm, a da su odstupanja samo za 5,5% tačaka u granicama od 30—35 sm. Za visine su odstupanja za 47,2% tačaka u granicama od 20—40 sm, za 16,7% tačaka u granicama od 40—60 sm i za 5,6 tačaka u granicama od 60—70 sm.

Prema uputstvu Savezne geodetske uprave za fotogrametrijske rade na državnom premeru II deo za kancelarijske rade, dozvoljena otstupanja oslonih — veznih tačaka\*, po visini i položaju posle izvršene apsolutne orientacije ne smeju biti veća od sledećih:

Za razmeru plana 1 : 1000

$$\Delta H_{\max} = \pm 0,20 (0,30) \text{ u m.}$$

$$\Delta d_{\max} = \pm 0,2 (0,3) \text{ u mm.}$$

Za razmeru plana: 1 : 2000 i 1 : 2500

$$\Delta H_{\max} = \pm 0,30 (0,40) \text{ u m.}$$

$$\Delta d_{\max} = 0,2 (0,3) \text{ u mm.}$$

Za razmeru plana — karte 1 : 5000

$$\Delta H_{\max} = \pm 0,60 (0,80) \text{ u m.}$$

$$\Delta d_{\max} = 0,2 (0,3) \text{ u mm.}$$

ako se tačke nalaze na udaljenju od 1 cm. od ivice snimka važe odstupanja data u zgradama.

Dozvoljena odstupanja po položaju izražena u cm. za razmeru 1 : 2000, 1 : 2500 i 1 : 5000

$$\Delta d_{\max} = 40 (60) \text{ cm.}$$

$$\Delta d_{\max} = 50 (75) \text{ cm.}$$

$$\Delta d_{\max} = 100 (160) \text{ cm.}$$

Kako za 5,5% tačaka čija su odstupanja  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  u granicama 30—35 cm. (najveća odstupanja — vidi tabelu IV) najveće položajno odstupanje iznosi 48 cm., tj.

$$\Delta d_{\max} = 48 \text{ cm.}$$

vidi se da će koordinate svih tačaka pri kartiranju u razmeri 1 : 2500 zadovoljiti postavljene granice.

Visine su za 80% tačaka određene u navedenim granicama. Kako je tačnost određivanja visina u aerotriangulaciji predmet posebnog ispitivanja, a s obzirom na planinski i šumovit teren postignuta tačnost za visine može se smatrati zadovoljavajućim.

Navedeni rezultati postignute tačnosti, dobivene aerotriangulacijom, upoređeni su u tabeli V sa rezultatima iz publikacija naših fotogrametrijskih ustanova i publikacije Dipl. Ing. T. Blachuta (radevi izvedeni u Izraelu).

\* Odnosi se na tačke određene klasičnim metodama.

TABELA V

Izvođač	Kamera	Visina leta	Način izravnava-	Srednje greške posle izravnjanja			PRIMEDBA
				Rs	my	mx	
				Rm	cm	mh	
Zavod za fotograme. triju -	RC 7 ploče $14 \times 14 \text{ cm}^2$	1.900 m 1 : 11.000 1 : 5.000	grafički	$\pm 25,0$	$\pm 22,44$	$\pm 32,48$	Ispitivanje
Beograd	$f = 170 \text{ mm}$	1 : 2.500					
Geografski institut JNA	RC 7a ploče $14 \times 14 \text{ cm}^2$	1.200 m 1 : 12.000 1 : 4.000	računski	$\pm 42,0$	$\pm 38,0$	$\pm 63,0$	—”—
Beograd	$f = 100,27 \text{ mm}$	1 :					
T. Blachut dipl. ing.	RC 5 film $18 \times 18 \text{ cm}^2$	2.100 m 1 : 10.000 1 : 5.000 1 : 2.500 1 : 1.000	grafički	$\pm 30,0$	$\pm 35,0$	$\pm 40,0$	Rezultati su dobiveni upoređenjem vrednosti očitanih tačaka u dva susedna niza
Geodetska uprava SR Srbije -	RC 7 ploče $14 \times 14 \text{ cm}^2$	2.100 m 1 : 13.000 1 : 6.666	grafički	$\pm 18,85$	$\pm 19,9$	$\pm 30,7$	—”—
Beograd	$f = 169,86 \text{ mm}$	1 : 2.500					

Iz dosadašnjih ispitivanja i primene aerotriangulacije i ako se ona nalazi još u fazi ispitivanja i usavršavanja, vidi se da postignuta tačnost određivanja koordinata tačaka za orientaciju snimaka potpuno zadovoljava. Naročito pada u oči njena ekonomičnost, što je uglavnom i krajnji cilj ove metode. U prilog njene ekonomičnosti govore i sledeći podaci: za određivanje 200 tačaka aerotriangulacije utrošeno je ukupno 80 radnih dana, računajući rad na pripremi, instrumentu (instrument je bio angažovan 20 radnih dana) i obrada podataka. Ovi radovi koštaju ukupno 545.000.— dinara sa amortizacijom instrumenta.

Po geodetskim normama za određivanje korodinata tačaka klasičnim metodama potrebno je 285 radnih dana a koštalo bi 1.737.400.— dinara.

#### LITERATURA:

1. Buchholtz: »Photogrammetrie« — Berlin 1960.
2. Blachut: Large and intermediate Scale Mapping of Extensive area with application of spatial aerial triangulation. Mapping of Israel, 1950.
3. Izveštaj sa III Kongresa geodetskih inženjera i geometara 1962. godiće.
4. Hallert: »Photogrammetry« — London 1960.