

# ODREĐIVANJE LAPLASOVIH TAČAKA

Ing. RADOVAN VOJČIĆ — puk GIJNA — Beograd

(Nastavak)

## ODREĐIVANJE ASTRONOMSKE DUŽINE

Za određivanje dužine koristili smo metodu meridijanskih prolaza tim što smo opažali od 10—15 zvezda, u srednjem 12 zvezda, raspoređenih po meridijanu tako da im suma koeficijenata uz azimut bude što bliža nuli. Iz određivanja mesnog zvezdanog vremena posmatranjem zvezda i Grinvičkog zvezdanog vremena prijemom radiosignala tačnog vremena na datoj tački, izvodili smo longitudu. U toku jedne večeri po mogućstvu su posmatrane 2—3 serije sa napred pomenutim brojem zvezda u seriji. Broj serija je zavisio od broja prijema signala. Kao pravilo je važno da se pre početka merenja prime signali kao i na kraju serije, a ako je opažano više serija zvezda, najčešće dve, onda je primano više emisija signala. Nastojali smo da primamo što veći broj emisija signala naročito ritmičkih mada su primani i automatski. Primani su samo signali onih stanica čije se popravke emisija objavljuju u biltenu Međunarodne službe vremena.

Za izbor zvezda i računanje koristili smo zvezde iz fundamentalnog kataloga FK<sub>3</sub>, čiji se prividni položaji objavljuju u godišnjoj publikaciji »Apparent places of fundamental Stars«. Kod izbora zvezda vodili smo računa pored već napomenutog i o tome da bude podjednak broj severnih i južnih zvezda tj. da suma koeficijenata uz azimut bude približno jednaka nuli kao i da ne opažamo zvezde sa deklinacijom većom od 65° i manjom od — 10°. U srednjem svaka tačka je određena sa 20 serija iz bar 10 posmatračkih večeri. Za određivanje longitude koristili smo prenosni pasažni instrumenat firme »Askania« otvora objektiva 70 mm.

Prijem časovnih radiosignala (ritmičkih i automatskih) vršen je pomoću radioprijemnika francuske proizvodnje a registrovanje signala i trenutaka prolaza zvezda pomoću oštampavajućeg hronografa »Sahara« sa amplifikatorom i hronometrom L. Leroy. Na većini tačaka su korišćeni hronometri koji su radili po zvezdanom vremenu a na jednom broju tačaka hronometri koji su radili po srednjem vremenu. Rad hronometra po srednjem vremenu je komplikovao računanja, pa smo se uglavnom orijentisali na zvezdane hronometre u kasnijem radu.

Posle izbora zvezda koji je inače vrlo jednostavan obzirom na veliki broj zvezda koje su na raspoloženju za izbor sračunavani su svi podaci potrebni posmatraču za vreme posmatranja kao broj zvezde, prividna veličina, njena rektascenzija, odnosno zvezdano vreme i zenitno odstojanje za oba položaja instrumenata KE i KW.

Pored toga računati su i podaci potrebni za redukciju merenja kao veličine:

$$„M'' i , N'' , \left[ M = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \text{ a } N = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right]$$

kao i vremena emisija radi izvođenja stanja časovnika i signala. Posle izvršenih priprema i sračunavanja svih veličina potrebnih za redukciju na terenu i pripreme instrumenata odlazilo se na teren. Stub za pasažni instrumentat je obično postavljen u neposrednoj blizini stuba za univerzalni instrumentat odnosno trigonometrijske tačke.

Podaci za redukciju merenja sa ekscentrične stanice na centar, kao što su dužine i uglovi su mereni sa potrebnom tačnošću i to dužine čeličnom pantljkikom, sa tačnošću  $\pm 1$  mm, a uglovi su mereni sa teodolitom Wild T-3. Za merenje uglova na ovako kratkim rastojanjima mogao se koristiti i instrumentat manje tačnosti ali je ekipa posedovala ovu vrstu instrumenta zbog nekih drugih merenja.

Dve dimenzije stuba širina i dužina su bile stalne tj.  $50 \times 70$  cm, a treća dimenzija tj. visina je bila različita zavisno od zemljišta. Da bi se pokreti posmatrača što manje prenosili na stub odnosno instrumentat, oko stuba je ostavljeno prostora po jedno 10 cm gde je nasipan pesak. Posle postavljanja instrumenta na stub isti je dovođen u meridijan, prvo pomoću polara, pa zenitnih i najzad, južnih zvezda. Pre početka rada kolimacija instrumenta je svedena na 2—3 vremenske sekunde, isprobano kako funkcionise bezlični mikrometar tj. da li daje sve kontakte, pa onda dobro nivelisani instrumentat tj. nagib obrtne — horizontalne osovine svedene na razumnu meru. Posebno je vođeno računa da osovina viseće libele — libele na obrtnoj osovini bude u istom azimutu sa obrtnom osovinom instrumenta tj. da obe osovine budu u istoj vertikalnoj ravni. Kada ovo nije bio slučaj libela je dovođena u potreban položaj sa posebnim bočnim zavrtnjima.

Pored svega što je rečeno kod izbora zvezda, nastojalo se, da se ostavi dovoljno vremena između zvezde koje dolaze jedna za drugom, radi nameštanja instrumenta, čitanja libele, okretanja instrumenta itd. Najbolje je vreme od 5 minuta mada izvesni intervali mogu biti i od 4 minute ili čak i nešto manji. Dve ekvatorske zvezde mogu se opažati ako se vreme njihovog prolaza kroz meridijan razlikuje za 3,5 minute. Međutim, dve severne zvezde sa tim istim intervalom između njihovih trenutaka prolaza kroz meridijan ne mogu se opažati. Kao što je napomenuto, pored pasažnog instrumenta kao pribor za prijem i registrovanje časovnih signala kao i registrovanje prolaza zvezda, korišćen je radioprijemnik i specijalni amplifikator sa oštampavajućim hronografom. Ovaj amplifikator služi za vezu između prijemnika i hronografa kao pojačivač i kao razvodna tabla za hronograf. Napajanje se vrši iz akumulatora od 6V, a potrošnja prema upotrebi od 1,8—2,45 A. Veza amplifikatora sa prijemnikom ostvaruje se vitkim kablom koji sa obe strane ima priključak tipa PTT kao i poseban priključak za slušalice. Takođe pomoću posebnog kabla ostvaruje se veza amplifikator-hronograf, a sa

druge strane veza hronograf-hronometar. Čitava ova aparatura postavljena je tako da je prijemnik bio sa leve strane pa do njega amplifikator sa oštampavajućim hronografom i na desnoj strani hronometar. Hronograf je upisivao vreme prijema signala ili prolaza zvezda kroz meridijan mesta kao pisaća mašina i to časove, minute, sekunde i stote delove sekunada, a pomoću upisanog indeksa čitani su i hiljaditi delovi sekunada na specijalnoj traci.

Specijalna traka za naš hronograf je dužine cca 50 m, širine 80 mm, ukupan prečnik kotura 50 mm, a unutrašnja šupljina kartonske cevi na koju se namotava traka 15 mm. Pre početka rada izvrši se sinhronizacija hronografa sa hronometrom tako da on beleži ono što hronometar pokazuje. Nekoliko minuta pre prijema signala uključivan je kratkotalasni radioprijemnik da se cevi zagreju, dok za to vreme opservator nađe željenu stanicu radi prijema signala. Oko 20 sekundnih otkućaja u svakoj minuti je registrovano na hronografskoj traci i to za svaku emisiju vremenskih radiosignala. Registrovati više otkućaja je suvišno. Ritmički signali su redukovani na srednji trenutak emisije, a automatski na kraj emisije. I pored toga što nam je radioprijemnik selektivan vrlo često je onemogućivan prijem usled fedinga. Primećeno je, da smo usled izdizanja jonosfere noću istu stanicu nalazili na drugoj talasnoj dužini, jasno, bliskoj onoj dužini na kojoj su primani signali u toku dana. Antena je radi boljeg primanja signala postavljena upravno po svojoj dužini na pravac prostiranja elektromagnetskih talasa.

Pored onoga što je već rečeno za pripremu instrumenta neophodno je pre početka opažanja pregledati sve električne veze i registrujuću aparaturu, kako bi se osiguralo ispravno registrovanje. Svi spojni priključci na električnim uređajima i veze na amplifikatoru treba dobro da se pritegnu kao i veza hronograf-hronometar. Treba obratiti pažnju na otkucavanje da ono bude što bolje da se može lako sa trake čitati. Potreban je poseban položaj čekića i dobro navlažena traka. S vremena na vreme je kontrolisana sinhronizacija hronometra, naročito proverena, da li je dobra sinhronizacija kod sekunada.

Prilikom opažanja kod prve zvezde nema važnosti da li je okular u položaju »istok« ili u položaju »zapad«. Obično se praktikuje da se počinje sa položajem okulara »Istok«. Pošto se zauzme odgovarajuće zenitno odstojanje po podacima iz posmatračkog kartona, uvrhuni se libela kruga za nameštanje naginjući durbin i vršeći poslednje doterivanje kuckajući prstom po durbinu. Zavisno od toga da li je u prvom položaju upotrebljeno sračunato zenitno odstojanje ili njegova dopuna do 360° odmah se za istu zvezdu zauzme na krugu za nameštanje suprotno čitanje, tako da je zauzimanje zenitnog odstojanja već gotovo za instrumenat u drugom položaju i posle okretanja instrumenta treba samo uvrhuniti libelu i produžiti sa praćenjem zvezde preko istih »konaca«. Okrećući mikrometrove točkice sa osvetljenim poljem vida pokretan klizač bezličnog mikrometra dovodi se u pogodan položaj obzirom na nailazak lika zvezda u polju vida. Sa okularom u položaju »istok« sve zvezde iznad pola ući će u polje vida prividno odozgo. Međutim, sve subpolarne zvezde naići će prividno odozdo. Pri okularu »za-

pad« biće sve suprotno. Zvezde iznad pola ući će prividno odozdo a subpolarne zvezde odozgo. Kao korisno polje vida uzima se deo između krajnjih konaca nepokretne mreže. Vreme prolaza zvezde kroz polje vida durbina zavisi od njene deklinacije; cirkumpolarne zvezde putuju, naravno, mnogo sporije nego ekvatorske. Kada zvezda uđe u korisno polje vida dovede se između dva vodeća prividno vertikalna konca. Zvezdu treba pratiti pokretnim koncem odnosno stalno presecajući zvezdu koncem pokretnog klizača i nastojeći da okretanje ručnih točkica bezličnog mikrometra bude koliko god je moguće jednolično — ravnomerno. Svakoju zvezdi smo davali težinu jedan bez obzira na deklinaciju, kao i to, da li je ili nije izvršeno potpuno opažanje prolaza.

Hronografske trake smo obično čitali na terenu pre nego što se napusti stanica. Izabere se niz od deset kontakta pri jednom položaju odnosno pre prolaza kroz meridijan i odgovarajući niz od deset kontakta u drugom položaju odnosno posle prolaza kroz meridijan.

Nagib obrtne osovine kod svake zvezde određuje se pomoću viseće libele. Poželjno je da pomoćnik prilikom registrovanja na hronografu izvrši identifikaciju troznaka na traci. Stanje hronometra iz posmatranja smo računali po poznatom Majerovom obrascu, vodeći računa o uticaju dnevne aberacije i širine kontakta.

$$C_{pp} = \alpha - [t_m + N_b + M_a + R \sec \delta]$$

U R je ušla poluširina kontakta i konstanta dnevne aberacije za jednu tačku bez sekansa deklinacije. Gornji obrazac se dalje može napisati

$$C_{pp} = (\alpha - t_m - N_b - R \sec \delta) - M_a$$

Veličinu u zagradi označimo sa U, pa je onda stanje — popravka:

$$C_{pp} = U - M_a$$

Azimut instrumenta smo određivali iz svih severnih i svih južnih zvezda na sledeći način:

$$\begin{aligned} C_{pp} + M_n \cdot a &= U_n \\ C_{pp} + M_s \cdot a &= U_s \end{aligned} \quad a = \frac{U_n - U_s}{M_n - M_s}$$

Ovako smo računali azimut približno na terenu. Definitivno računanje stanja iz posmatranja  $C_{pp}$  i azimuta »a« kao i grešaka kojima su određeni računali samo po kvadratskoj metodi. Prethodno registrovane trenutke t popravimo za hod hronometra, pa onda obrazujemo razlike.

$$M_m - M_l = a' ; U_m - U_l = b$$

Najverovatnija vrednost azimuta biće tada

$$a = \frac{[a'b]}{[a'a]} \quad \text{a stanje — popravka} \quad C_{pp} = U_m - M_m \cdot a$$

pa su srednje greške  $\varepsilon_{\text{cpp}} = \pm \varepsilon_a \cdot \sqrt{\frac{[MM]}{n}}$

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n-2}}; \quad \varepsilon_a = \pm \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{a'a'}}; \quad V_1 = a'a - b$$

gde je  $n$  broj zvezda.

Nikakvu popravku zbog kolimacije nije potrebno uvoditi, jer se kolimacijska greška eliminiše opažanjem svake zvezde u oba položaja durbina sa okularom istok i okularom zapad.

Posle definitivno izvedenih stanja hronometra iz posmatranja zvezda prethodno izraženih u zvezdanom (srednjem) vremenu, u kojem je vremenu izraženo i stanje hronometra i signala, pristupilo se obračunavanju i ostalih popravaka. Stanje iz signala je popravljeno za popravku »Bh« kao i za propagaciju talasa. Kod obračunavanja propagacije talasa smatrali smo da je brzina prostiranja elektromagnetskih talasa ista kao brzina prostiranja svetlosti tj. 300 000 km u sekundi i računali za najkraće odstojanje od emisione do prijemne stanice. Ovako popravljeno stanje hronometra iz signala svodeno je na srednji trenutak opažanja zvezda tj. na isti fizički trenutak i onda izvođenja razlika longitude. Brzinu prostiranja talasa od 300.000 km/sek. smo kasnije korigovali kada smo raspolagali novim podacima za ovu brzinu iz »Bulletin Horaire« Međunarodne časovne službe. Za prividnu brzinu dugih talasa usvojena je vrednost  $V_1 = 252,000$  km/sek. Za prividnu srednju brzinu kratkih talasa koristili smo vrednosti koje se menjaju u funkciji razdaljine između stanice koja emituje i stanice koja prima časovne signale. Tako za razdaljine između 0 i 100 km vodi se računa o površinskom rasprostiranju talasa. Za slučaj da se razdaljine nalaze između 100 i 1000 km pretpostavlja se da se rasprostiranje vrši samo u jednom pravcu. Najzad, za računanje prividnih brzina rasprostiranja kratkih talasa na razdaljinama između 1000 i 40.000 km, koristi se asimptotska formula

$$V_d = \left[ 290 - \left( \frac{a}{a+b} \right) \right] 10^3 \text{ km/sec.}$$

gde je  $d$  (u hiljadama km) razdaljine između predajne i prijemne stanice sledeći geodetsku liniju, dok su  $a$  i  $b$  empirijske konstante koje iznose 139,41 i 2,90 (Bulletin Horaire ser. F br. 10, 1956). Za trajanje rasprostiranja talasa prema gornjoj formuli dobija se

$$\tau = d : V_d \text{ sec} \quad (d \text{ u km})$$

Takođe je vođeno računa o uticaju sezonske nepravilnosti zemljine rotacije  $\Delta T_s$  kao i o pomeranju pola  $\Delta \lambda_i$  na astronomsko određivanje vremena. U račun je uvedena i popravka za srednju svetsku opservatoriju odnosno srednji svetski meridijan u odnosu na grinički meridijan od koga računamo longitude.

Razlika longituda  $\Delta\lambda$  je izvođena na sledeći način:

$$\Delta\lambda = C_{ps} - C_{pp}$$

$$\Delta\lambda = S - s$$

$$S = T_0 + C_{p_0}$$

$$s = T + G_{pp}$$

$$\Delta\lambda = (T_0 + C_{p_0}) - (T + C_{pp})$$

$$\Delta\lambda = (T_0 - T) + (C_{p_0} - C_{pp})$$

$$\Delta\lambda = \frac{C_{ps} + Bh + Pt - C_{pp}}{C_{ps}}$$

$$\Delta\lambda = C_{ps} - C_{pp}$$

$$\lambda = \lambda_0 - \Delta\lambda$$

Ovako dobijena longituda je za trenutni položaj pola, pa smo uveli popravku za pol da bi odredili longitudu za srednji položaj pola, uključujući sve popravke o kojima je bilo gore reči.

Prosečne srednje greške određivanja stanja — popravki hronometra i azimuta iz jedne posmatračke serije od 12 zvezda, su sledeće:

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{[a'a']}} = \pm 0,029^s \text{ i}$$

$$\varepsilon_{cpp} = \pm \sqrt{\frac{[MM]}{n}} \quad \varepsilon_a = \pm 0,048^s$$

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n-2}} = \pm 0,048^s$$

Prosečna srednja greška određivanja longituda za dosada sračunate tačke iznosi:

$$M_L = \pm 0,015^s = \pm 0,225''$$

## ODREĐIVANJE ASTRONOMSKOG AZIMUTA

Poznato je da je meridijan nekog mesta ili opažača veliki krug koji prolazi kroz oba pola nebeske sfere i zenit opažača. Astronomski azimut je ugao koji ravan meridijana kroz astronomski zenit mesta odnosno opažača zaklapa sa vertikalnom ravni koja prolazi kroz opažača i predmet čiji pravac ima da se odredi. Astronomski azimut smo računali od juga u smislu kretanja kazaljke na satu.

Za određivanje azimuta koristili smo isti instrumenat sa kojim smo određivali astronomsku širinu tj. univerzalni instrumenat »Askania« otvora objektiva 70 mm. Azimut je određivan klasičnom metodom opažajući zemaljski predmet odnosno signal i Severnjaču ( $\alpha$  Polaris) na svakoj Laplasovoj tački u 24 girusa. Azimut je obostrano određivan. Opažalo se preko cele noći odnosno manje više u svim položajima Polare, kako onim u meridijanu i u blizini meridijana tako i u digresiji i blizu digresije. Ovako smo radili s obzirom na činjenicu, da je određivanje vremena bilo bolje od 1 sekunde naročito kada je Polara bila oko kulminacija (gornje ili donje). Viziranje na Polaru vršeno je sa dva poentiranja uz jednovremeno registrovanje trenutačka kada je Polara na krstu končanice. Da bismo dobili čitanje horizontalnog kruga oslo-

bođena instrumentskih grešaka, vrše se čitanja u oba položaja tj. na mikroskopu A i mikroskopu B. Takođe je meren nagib obrtne osovine u momentu viziranja na Polaru. Prilikom redukcije merenja korišćen je tačan obrazac za azimut Polare i to:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta}$$

Gornji obrazac je transformisan i podešen za logaritamsko računanje. Definitivno računanje azimuta strane sastojalo se iz određivanja azimuta Severnjače u trenutku opažanja i računanja horizontalnog ugla između Severnjače i signala željene tačke. Kombinujući ova dva rezultata dobijali smo ugao između signala i meridijana sabirajući ih ili oduzimajući, zavisno od položaja Polare, u odnosu na meridijan. Matematičkom transformacijom dobivan je u konačnom azimut od juga preko zapada do željene trigonometrijske strane. Posebno je meren nagib obrtne osovine prilikom viziranja na Polaru i obračunavan njegov uticaj na horizontalni ugao. Zbog brzog kretanja opažača prouzrokovanog okretanjem Zemlje oko njene osovine, zvezda se vidi nešto pomeren u odnosu na njen pravi položaj. To pomeranje je posledica dnevne aberacije i obračunavano je po obrascu

$$\Delta A = 0,32 \frac{\cos A_s \cos \varphi}{\cos h} \text{ ili } \frac{0,32 \cos \varphi}{\sin z} \cos A_s$$

Znak popravke je uvek pozitivan kad se dodaje azimutu koji se računa u smislu kretanja satne kazaljke. Popravku za dnevnu aberaciju ne treba dodavati posebno svakom rezultatu već jednostavno dobivenoj srednjoj vrednosti za dotičnu stanicu. »Run« popravka je obračunavana u posebnom formularu i njen uticaj uveden u račun. Vođeno je računa i o ostalim popravkama kao o kolimaciji, redukciji na centar ako je bila ekscentrična stanica, ili pak ekscentričan signal.

Posebno je vođeno računa o popravki za pol zbog pomeranja zemljine obrtne osovine u samoj masi zemlje po obrascu:

$$(x \sin \lambda - y \cos \lambda) \sec \varphi$$

Popravka azimuta zbog visine signala — mire.

Pošto se vertikale obrtnog elipsoida ne susiće u njegovom središtu već seku osovinu u tačkama čiji se položaj menja sa širinom, to vertikalna tačke opažanja i signala opšte uzevši neće ležati u istoj ravni, izuzetak je samo ako se tačka opažanja i signal — mira nalaze u istom meridijanu ili na istoj paraleli određene širine. Pošto oba vertikalna nisu u istoj ravni, to ravan u kojoj bi ležao vertikal tačke opažanja i signala treba da se nešto okrene da bi prošao kroz tačku u kojoj vertikal signala seče elipsoid. Ovo znači da azimutu treba dodati jednu popravku u sekundama koja zavisi od visine signala. U prvom približenju ova popravka je

$$+ \frac{e^2 h}{2a \sin 1''} \cos^2 \varphi \sin 2A$$

gde su  $e$  ekscentricitet, a veća poluosovina referenc-elipsoida,  $\varphi$  širina stanice, a  $A$  azimut od stanice ka signalu — miri,  $h$  je visina signala — mire. Za prvo približenje ova popravka je nezavisna od udaljenosti signala i tačke opažanja.

Prosečna srednja greška za dosada izredukovani materijal iznosi

$$M_1 = \pm 0,230$$

Kontrola astronomski određenih dužina i azimuta vršena je po obrascu

$$\Delta A = (A_{2,1} + A_{1,2} \pm 180^\circ) - (\lambda_1 - \lambda_2) \sin \varphi_m \leq 3''$$

$\Delta A$  je uglavnom u granicama jedne lučne sekunde, za sve naše tačke, a najčešće je oko  $0''5$ .

#### LITERATURA

A. A. Izotov: Reference — Ellipsoid and the Standard Geodetic datum adopted in the USSR. Bulletin géodésique No 53/1959.

Albert J. Hoskinson and J. A. Duerksen — Manual of Geodetic Astronomy. Coast and Geodetic Survey — Special publication No 237 — Washington 1497.

J. Schive — Sur les points de Laplace. Bulletin géodésique No 51/1936.

C. F. Baeschlin — Rapport la répartition et l'utilisation pratique de points de Laplace, — Bulletin géodésique No 52/36.

M. Kneissl — G. Kipschmea — Bericht über das Symposium für die neueugleichung der europäischen Triangulationen, vom 19 bis 24 April 1960 in Lissabon, München 1960.

Anna Stoyko — La Méthode de Calcul de l'Heure Définitive. Bulletin Horaire du Bureau international de l'Heure (BiH) No 1 (Serie G) 1959.

N. Svečnikov — Viša geodezija III, Beograd 1957.

S. N. Blažko — Kurs praktičeskoj Astronomii, Moskva 1940. Lenjingrad.

N. N. Dolto — Opređenje vremena passaznjim instrumentom v meridiane, Moskva 1952.