

POLIGONOMETRISKA MREŽA NA GRAD SKOPJE

Ing. BORIS PAUNOVSKI — Skopje

Rabotite koi se vršat za potrebite na regulacijata na gradovite spajat vo red na preciznите geodetski raboti. Otuka i proizleguva potrebita koordinatite na osnovnite geodetski točki vo gradovite, koj što služat kako predhodnica i osnova na site tehnički raboti, da se odreduvat so što pogolema točnost. Od analizata na dosegašnите merenja se gleda, meѓутоа, deka gradskите trigonometriski točki se odredeni so pomala točnost od točkite nadвор од gradovite.

Samo po sebe se nametnuva prašanjeto: od kade ovaa anomalija? Ovaa pojava e logična posledica od načinot na odreduvanje na točkite i specifičните uslovi so кој što se svrzani opažanjata vo gradovite. Pogolemiот broј од gradskите trigonometriski točki so nepristupačni и одредени само со nadvoreшни правци. Не се vršeni opažanja од ekscentрични станци zada možat, по пат на mikrotriangulacija, правcite да се svedat na centar. Од друга страна, prisustvoto на čestički od prašina, dim, pareа i magla vozduhot go pretvarat во »vozdušна призма« во која vizurata nepravilno se krši i prestavuва mnogu složena kriva.

I vrzuwanjeto na poligonovite vlaci za trigonometriskите točки, нарочито кога se овие nepristupačni (што е, како što rekovme. vo gradovite čest slučaj), prestavuva ozbilen izvor na greški.

Vo slučaj da e poligonskiот vlak položen niz tesna ulica, a trigonometriskата točka se najduva na visok krov, готово e nevozmožno vrzuwanjeto na vlakot.

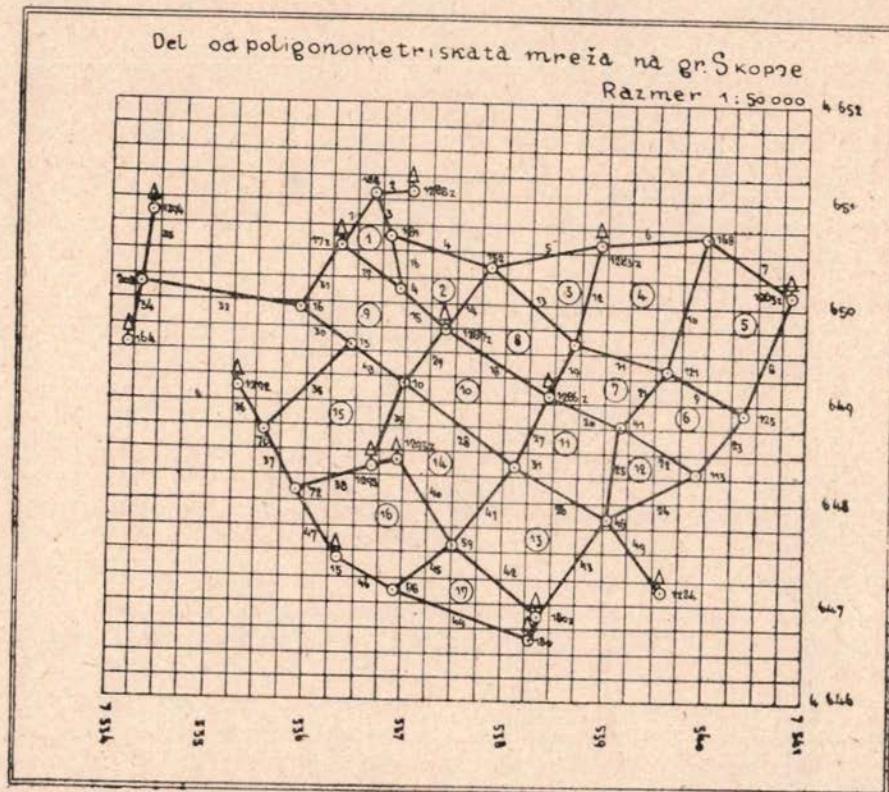
Zatoa e opravдано težnenieto da e vo gradovite trigonometriskata mreža retka, trigonometriskite točki да se postavuvat na meѓusebно rastojanie од 2—3 km. па i poveke, а izmegju niv да se polagat vlakovi na precizna poligonometrija.

Problemot na zgolemuването на točноста на aglovnите merenja vo poligonometriskata mreža se rešava relativно lesno со upotreбата на novите instrumenti na firmite »Wild«, »Zeiss«, »Kern«, »Galileo« i dr. Dolžinitate na poligonometriskите strani možat да se merat direktno по terenot, i indirektno mereki agli. Paralaktična poligonometrija. Pogreskите, кои неизбеžно ja pratat i ова метода имат чисто slučaen karakter. Sklopot na triagolnici, во кој što preku izmerenите paralaktični agli по пат на presmetnuvanje se dobivat dolžinitete na poligonometriskите strani,

se vikat kariki na paralaktičnata poligonometrija. Dolžinите на полигонометриската мрежа на град Скопје, развиена за потребите на реамбулацијата на градот, се измерени со примената на овaa метода.

RAZVIVANJE I PROEKTIRANJE NA MREŽATA

Полигонометриската мрежа на град Скопје е развиена по познатиот геодетски принцип »од поголемото кон помалото«, односно од полигони од поголем опсег и поголема точност кон полигони од помал опсег и помала точност. Применувајќи го овој принцип, прво е развиена полигон-



Sl. 1

метриката мрежа од I ред на коа е врзана, во оквирите на поедините полигони, полигонометриската мрежа од II ред. За да се избегне појавата на тakanarečenata »iskrivenost на vlakovite«, мрежата е развиена по методата на затворени полигони.

На slikata 1 покажан е дел од полигонометриската мрежа на град Скопје коа е врзана на 13 новоодредени тригонометрски точки. Таа се сastои од 49 vlakovi, кој што се соединуват во 20 jazlovi točki i образуваат 17 затворени полигони.

Za da možat neizbežnите greški vo merenjata na aglite i dolžinite da se definirat, so što se uprostuva izravnuvanjeto, pazeno e da se poligonometriskite vlakovi ispraveni, (da poedinite točki što pomalku odstupat od pravata što gi svrzuva krajnite točke na vlakot) i da se stranite približno ednakvi po dolžina. Se razbira deka e ovoj samo teoretski uslov koi što, i pokraj site naporci, nevozmožno e da se zadovoli. Zašto, vo gradovite samata konfiguracija na ulicite gi uslovuva dolžinite na poligonometriskite strani i ispravenosta na vlakovite, odnosno konfiguracijata na mrežata.

Pred projektot na poligonometriskata mreža e izraboten na situacionen plan vo razmer 1:10.000, на кој беа претходно нанесени site novoodredeni gradski trigonometriski točki.

Kako točnosta na odreduvanjeto na čvornите točki se zgolemuва со \sqrt{n} , каде е »n« број на укрstenите vlaci, težено е, од разлог на економичноста, во јазловите točki да се соединуваат по 3—4 vlaci, повозможност равномерно rasporedeni по horizontot. Очигледно е дека со зголемувањето на бројот на укрстените vlaci тоčноста споро расти. Непостои, знаци, доволна компензација во зголемената тоčnost на мрежата за поголемите материјални трошоци.

Od analizata на попреčната greška на vlakot se gleda дека со намалувањето на бројот на stranite во vlakot, попреčната greška znantо се намалува. Затоа е teženo, во граните на моќностите, да се dolžinitе на poligonometriskите strani што поголеми.

Što se odнесува до uslovot да се poligonometriskite strani približno ednakvi по dolžina, важно е да се спомене дека овде ја нema onaa težina, за разлика од triangulacijata. Poligonometriskите strani моžат znatno да се разликуваат по dolžina, без некое видно deluvanje на тоčноста, osobeno koga se primenuva prisilno centriranje.

Uslovost da se poligonskите vlaci што поразвлеќени, засlužuva daleku поголемо внимание. Doduša, teoretski може да се докаže дека и кaj неispravenite vlakovi може да се postigne istata točnost како и кaj ispravene.

Megjutoa, neizbežnите greški во merenjeto на prekršnите agli i dolžinitete kaj iskrivenite vlaci se megjusebno izmešani, па е nevozmožno во izravnuvanjeto popravkite да се dodavat prema uzrokot на svojata pojava.

Ispravenosta на vlakovite во poligonometriskata mreža на grad Skopje gotovo е idealna. Ova ne važi само за vlakot br. 1, кој е položen niz stariot del на grad Skopje а во кој што, со образувањето на 3 računski strani, iskrivenosta е znatno namalena. Sirinata на zonata во која овој vlak leži на тој начин е svedena на veličina mnogu pomala od dozvolena.

So izraboteniot predprojekt izlezeno е на teren so cel да се ocenat uslovite за negovoto ostvaruvanje. Tuka, во склад со terenskите прилики, izvršeni se potrebniite izmeni i на тој начин е добиен definivniot projekt.

REKOGNOSIRANJE I UKOPAVANJE NA POLIGONOMETRISKATA MREŽA

Poligonometriskite točki se ukopani na takvi mesta koi ja obezbejavat nivnata trajnost. Znači, podaleku od bilo kakvi tehnički instalacii ili mesta vo koj postoi potencijalna opasnost, poradi intenzivniot soobrakaj, belegite da bidat ošteteni ili uništeni. Pokraj ova, se vodeše smetka da položbata na poligonometriskite točki zadovoluvat i drugi neophodni uslovi vo pogled na pravilnosta na razvivanjeto na mrežata i točnosta kako na aglovnite taka i na dolžinske merenja. Kade terenskите priliki ovozmožuваат, poligonometriskite točki se stabilizirani na povolni mesta za direktno snimanje na detalot.

Vo uzidaniot del na gradot poligonometriskite točki se ukopani na mesta odalečeni za najmalku 0,5 m. od zidovite na objektite. Zošto, vo letnite periodi, koga zagrejanosta na zidovite ja postignuva svojata vrvna točka, vozdušnите маси околу нив se tolku razdvijeni da ja namaluваат vidlivosta do taa mera, da e onevožmoženo sekakvo precizno viziranje.

Kaj praktičarite prilično e rasprostraneto mislenjeto deka e vozdušnata masa izmeѓу poligonometriskите točki homogeno telo po celata dolžina. Ova gotov nikojpat nee slučaj. Gustinata na vozdušnата masa vo eden ist pravec ne samo da ne e ednakva, tuku e podložna na neprestani i nepravilni promeni. Vizurata, projduvajki niz ovaa nehomogena sredina nepravilno se krši i prestavuva mnogu složena kriva. Vo interes na točnostta trebe pri rekognsciranjeto na točkite da se vodi smetka za ovaa pojava, vo literaturata poznata po imeto refrakcija. Doduša, vo gradskите poligonometrski mreži se merat samo horizontalni agli i rezultatite na merenjata go sodržat samo deluvanjeto na horizontalnata komponenta (bočna refrakcija) koja, za razlika od vertikalnata, e mnogu pomala veličina. Megjutoa, pod naročito loši uslovi bočnата refrakcija može da ja ograniči točnosta kako na dolžinskite taka i na aglovnite merenja vo poligonometriskata mreža.

OBELEŽAVANJE I SIGNALIZIRANJE NA POLIGONOMETRISKITE TOČKI

Poligonometriskите točki se obeleženi so betonski belezi со dimenzi $15 \times 15 \times 50$ cm. Centrite na nadzemните belezi se označeni со metalni šipki со фини рупичи во средината. За подземни belezi se upotrebeni специјални бетонски пласти со димензи $10 \times 10 \times 3$ cm. со шипки и рупичи во средината. Со помошта на прибори за оптичко центрирање (markici), centrite на надземните и подземните belezi se dovedeni во иста вертикалa. Во интерес на стабилноста и долгорајноста на belezite, ukopavanjeto е извршено со бетонска маса помешана со cigli, камен и песок.

Vo uzidaniot del na gradot belezite se obezbedeni od оштетувања од сообракajnите возила со метални капи поставени во иста вертикалa со centrite на belezite. Nadzemните belezi во тој случај се ukopani под површината на земјата на таква длабочина, да површината на металните капи биди ravna со површината на kolovozot, односно тротоарот.

Za site poligonometriski točki e izraboten opis na položajot (trigonometriksi obrazec br. 27) so skica i site podatoci potrebni za pronajduvanje na belezite.

Dolžinите на stranите во poligonometriskите мрежи од I и II red одредени се со меренja на paralaktičните agli vo karikite. Za taa cel upotreben e Kernov pribor so prisilno centriranje.

Signifikiranjeto na poligonometriskите točki e vršeno ekskluzivno со markici.

MERENJA NA AGLI VO POLIGONOMETRISKATA MREŽA

I pokraj faktot da e Wildoviot univerzalen teodolit (tip II) najpreporučliv, за меренje на aglite vo poligonometriskata mreži od I red vo Skopje upotreben e Kernov pribor. Markicite za Wildoviot pribor, кој што ги добивме од Zavodot za fotogrametrija od Belgrad, i pokraj site испитувања неуспешавме да ги оспособиме за меренja od повисока тоčност. Grubite položajни вијoci, klatenjeto na markicite во текот на вртењето и појавата на kratkotraјната исправност на приборот за оптичко центрирање, оствараа каде operatorот усет на несигурност. Во недостаток на друг прибор, овако е секако upotreben за меренje на aglite во poligonometriskata mreža od II red.

Za да се обезбеди потребната точност, инструментите се испитани по site uslovi кој што се поставоват за меренje на horizontalni agli. Priborite za optičko centriranje се испитани и rektificirani, а во текот на работата redovno kontrolirani во pogled на исправноста.

Od rezultatите на меренjата, извршени со цел да се испита stabilnostna limbot pri vretenjeto na instrumentot okolu alhidalnata osovina, utvrdено е дека alhidadata ne go vleči limbot. Pojavata na vlečenjeto na limbot, karakteristična за instrumentите со оптички микрометри односно со cilindrični alhidadni osovinи, predizvikuva greška od sistematski karakter, која може да изнесува до $1''$. За да се компензират eventualните greški od овој недостаек на instrumentot, aglite се мерени по методата која што ја препоруѓа profesorите Krasovski i Danilov. Prevzemени се и потребните мерки за да се намали deluvanjeto na pogrešките кој што се јавуваат како posledica na deformacijata na instrumentot поради negovoto neednakvo zagrevanje od sončevите zracи, и од pomeranjeto na instrumentot od veterot, pritisokot na operatorot okolu nozете на stativot, vitkanjeto na stativot под dejstvoto на sonceto i т. н.

Veç poligonometriskata mreža од I red prekršnite i svrznite agli se merent vo 4, a во mrežата од II red во 3 girusa.

Za секој agol e presmetnata srednata pogreška neposredно во zapisnikот по formulata

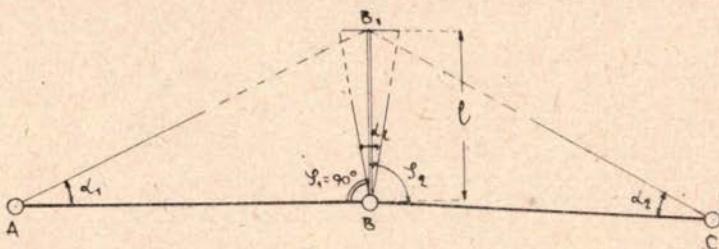
$$m = \pm \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n(n-1)}}$$

δ — отстапувања на поедините меренja од aritmetičката средина
»n« — број на girusite.

Na jazlovite i trigonometriskите точки, агли се мерени по методата на затварање на горизонтот, а погрешките се поделени reciproчно со тешките, односно пропорционално со квадратите на средните погрешки на поедините агли. При меренето на срвзнатите агли на trigonometriskите точки опаѓани се секој пат најмалку по 2 trigonometriski точки, за да можат да се ориентират правите опаѓани на полигонометиските точки во trigonometriiskiот формулар бр. 5.

MERENJE NA DOLŽINITE

Вeke во samiot почеток споменавме дека долните во полигонометиската мрежа се измерени по методата на паралактичната полигонометрија. Со помошта на измеренот паралактичен агол на летвата поставена на крајната точка на основицата, а упак и на визуелата на инструментот (слика 2), се добива долната на основицата.



Sl. 2

Со меренето, пак, на паралактичниот агол измеѓу основицата и страната, одредени се сите елементи за индиректно (рачунско) одредување на долната на страната.

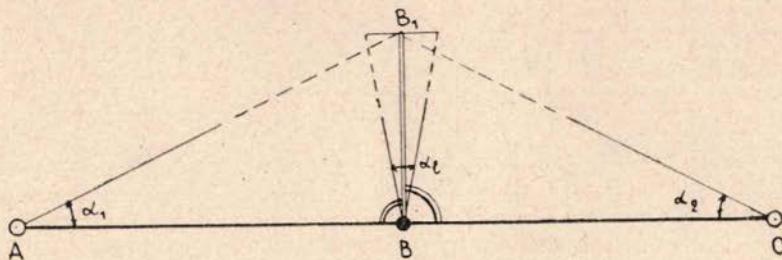
Овој скlop на триаголници, кој што овозможува преку измерените паралактични агли да се добие до долната на страната е карика на паралактичната полигонометрија.

Гастовата карика, која овозможува преку една измерена основица да се добиат долните на две страни, е најчесто употребувана. Првиот предпоставка да се измерат двета агли φ_1 и φ_2 , измеѓу основицата 1 и страните d_1 и d_2 .

И покрај оваа препорука, во полигонометиската мрежа на град Скопје многу често, со инструмент, основицата е поставувана упак и на една од страните (слика 2). Аголот φ_2 , измеѓу основицата и другата страна е добиван како разлика измеѓу прекршиот агол и аголот $\varphi_1 = 90^\circ$. За да се исклучи присајтвото на грубите грешки аголот φ_2 е редовно мерен (во едно повторување) и упоредуван со разликата $\alpha - 90^\circ$. На тој начин е знатно упростено пресметнуването и избегнато меренето на двета агли, а во точноста не е ништо изгубено. Напоменуваме дека овој поступок е при менуван само во случаите кога преломните агли околу основиците не се

razlikuvaa za veličini pogolemi od 2—3 stepeni od 180° . Koga toa ne beše slučaj, osnovicite beva postavuvani približno vo simetralata na prekršniot agol.

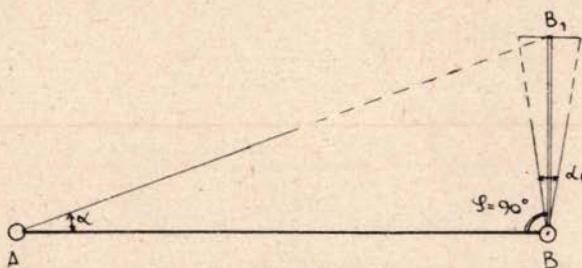
Vo uzidaniot del na gradot, naročito vo potesnite ulici, poradi nevozmožностa da se postavi podolga osnovica, primenuvana e varijantата на Gastovata karika (slika 3).



Sl. 3

Približno na sredinата на stranата, со instrument е alinirana točkата B. Dolžinata se dobiva како збир на две отсечки, со што се намалува relativnata greška на stranata.

Koda terensките прлики ја onevozmožuvaja примената на Gastovata karika, применувани се karikite pokažani на slikite 4 i 5.



Sl. 4

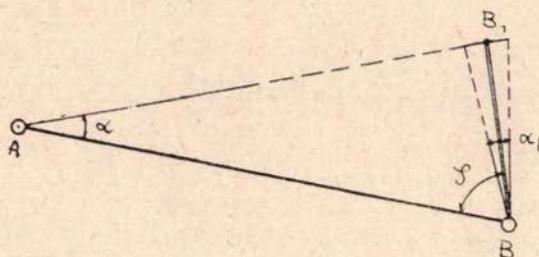
Karikata so upravna osnovica на stranата (slika 4), поради нејзините предности, е многу почесто upotrebuvana. Zošto во тој случај покрај тоа што се намалени terensките merenja (izbegnato е merenjeto на agolot φ и што е uprosteno presmetuvanjeto, mnogu е добиено во точноста на odreduvanjeto на stranite. За edna odredena osnovica paralaktičniот agol е najgolem само во случајот кога е таа postavena upravno на stranata. A точноста на odreduvanje на poligonometriskите strani zavisi od veličinata на paralaktičните agli i od точноста со која tie se merat. Ovoj fakt imperativno nametnuva uslov, sekogaš koga e tova možno, osnovicите да se postavuvat upravno на stranite.

Klarikata koja ja preporučava prof. Danilov, а која во поглед на точноста е najpreporučliva, не е upotrebena од razlog на ekonomičноста и поради ograničenost на нејзината примена во uzidaniot del na gradot.

Dolžinite na osnovicите се одредувани во зависност од долните на полигонометиските страни по формулата $l = \sqrt{bd}$

kаде е
 l — долнина на основицата
 b — долнина на летвата i
 d — долнина на страната.

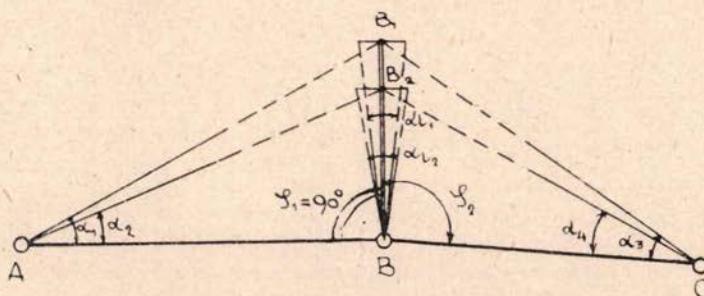
Во полигонометиската мрежа од I ред паралактичните агли се мерени во 10, а во мрежата од II ред во 8 повторувања. Извештај поедините



Sl. 5

повторувања, за да се устранят грешките поради неоднаквоста на поделата на лимбот, лимбот е померан према схемата на стр. 76 во Правилникот за државен премер II — А дел.

Во полигонометиската мрежа на град Скопје се извршени двојни меренија на страните, за кој не би можело да се каже дека се наполно независни, за што читат на правецот на маркиската центрирана на точката B (слика 6), е употребуван за добивување на двета паралактични агли α_1 и α_2 .



Sl. 6

На тој начин во времето е изгубено само за 40% поголема од случајот кога се вршат еднојуни меренија. Мегајутоа, за поголемите губитоци во времето постои доволна компензација во следните предности на двојните меренија.

- 1) Se зголемува точноста на полигонометиската мрежа,

2) Od razlikite na dvostrukite merenja može da se oceni točностa na dolžinskit merenja vo poligonometriskata mreža, i

3) Postoi vozmožnost da se kontrolira dali postoljata na stativite vo tekot na merenjeto ne se slučajno pomereni, presmetuvacki gi grubo, so logaritamski tablici od 5 mesta, dolžinitate na stranite, pred da se podignat stativite, bidejki vo tekot na vadenjeto na letvata postoi potencijalna opasnost od pomestuvanje na postoljeto. Ova pomestuvanje, i ako neprimetno malo, ako se izvrši vo pravec na osnovicata, može osetno da deluва на dolžinata na poligonometriskata strana. Koga se vršat ednostruki merenja nevozmožno e greškite od ovaa pojava, koja ne e taka retka, da se konstatirat neposredno sled merenjeto i vednaš da se eliminirat.

ODREDUVANJE NA KOEFICIENTITE »q« I »k«

Pokraj rabot na asfaltiraniot pat pred gradskiot stadion vo Skopje obeležena e osnovica, dolga okolu 400 m., so pomoš na 9 šuplivi metalni kolci, stabilizirani na međusobno rastojanie od 50 m. Vo šuplinite na poedinitite kolci, so betonska masa se stabilizirani mesingani šipki so fino vrezani krstovi vo sredinata. Kolcite se ukopani ravno so površinata na asfaltot a nivnите centri se obezbedeni od eventualni oštetuvanja so metalni poklopaci. Poklopcte es zagintuvat so pomoš na specijalen kluč. Kolcite se prilično lesni i nepostoi opasnost, od pritisokot na nivnata težina, osnovicata da ja promeni dolžinata.

Dolžinata na osnovicata e dobiena so invarska partlika, (so relativna greška od 1:400.000), i so merenjeto na paralaktičnite agli na pomošnata osnovica i letvata, čii koeficient se odreduva.

Koeficientot »q« e odreden po formulata

$$q = \frac{D}{D'}$$

kade e

D — dolžina na osnovicata izmerena so invarska pantlika i

D' — dolžina na osnovicata dobiena preko izmerenite paralaktični agli.

Množejki gi aritmetičkите sredini na dolžinitate na stranite so ovoj koeficient, dolžinitate se oslobođeni od sistematskata greška koja se javuva kako posledica na netočnosti na dolžinata na letvata i poradi ličnите osobini na operatorot.

Koeficientot »k«, takanarečenata mala konstanta na Wildovata letva, odredena e na sledniot način:

Na međusobno rastojanje od 5 m. postaveni se dva stativa. Na edniot e postaven instrument a na drugiot markica. Od kako e zabeležen, (služejki se so priborot za optičko centriranje na markicata), centarot za postoljeto, markicata e vnitratelno izvadena. Na postoljeto e postavena Wildovata letva i vrtena okolu svojata osovina so cel da se dovedat markicite vo

pravecot instrument — markica. Kako ovoa ne beše vozmožno (slučaj koga e $k = 0$) markicite bea dovedeni do pravec paralelen so pravecot instrument — markica. So pomošta na agolot α , izmeren između dvata pravci precizno vo 20 potvoruvanja, presmetana e konstantata » k « po formulata

$$k = \frac{5000 \alpha'}{\beta''}$$

Konstatata » k «, so svojot predznak e dodavana na dolžinite na osnovicite.

PRESMETUVANJE NA DOLŽNITE NA POLIGONOMETRISKITE STRANI

Dolžnите на poligonometriskите strani se presmetani vo trigonometriskiot formular br. 13P po formulite naznačeni vo samiot formular. Potoa aritmetičkite sredini od dvostrukite merenja na stranite se pomnoženi so koeficientot » q «. Od kako se od ovie vrednosti odbieni popravkite za sveduvanje na stranite na nultata nivovska površina, dobieni se definitivnite dolžni na poligonometriskite strani.

ODREDUVANJE NA MODULOT »M« I KOEFICINETOT »Ksr«

Veličinata na specifičnите deformacii na dolžnите na gradskite trigonometriski točki zavisi od oddalečenota na gradot od glavniot meridian na GAUS-KRIGEROVATA zona. Poradi točnosta koja se bara od gradskiot premer, ovie linearne deformacii nesmeat da bidat pogolemi od graničnitne vrednosti navedeni na str. 167 vo Pravilnikot za državen premer II — A del. Za da se oslobodat koordinatite na trigonometriskite točki od linearata deformacija, predizvikana poradi množenjeto na site koordinati so lineariot modul $m_0 = 1 - 0,0001$ i od deformacite od samata proekcija, koordinatite na trigonometriskite točki se pomnoženi so modulot

$$M = 1 + (0,0001 \ 0001 + \omega'_a)$$

$$\text{kade e } \omega'_a := \frac{Y_m^2}{2r_m^2}$$

Veličinata ω'_a e zemena od tablicata III M na Pravilnikot za državen premer I del — triangulacija, vo funkcija od sredinata ordinata V_m na gradot. Za da se oslobodat koordinatite na trigonometriskite točki i od netočnosti na razmerot na onoj del od državnata trigonometriksa mreža na koja što e gradskata mreža vrzana, koordinatite na točkite se pomnoženi i so koeficientot K_{sr} , odреден kako prosta aritmetička sredina vo priloženiot obrazec na strana 60. Potova e izvršeno pomeranje na koordinatniot početok za veličinete

| od - do | Koordinati oslobođeni od deformacija na projekciju | | | | | | | Koordinatni razlici | | |
|-------------------|--|-----------------|--|----|--|--|-------------|---------------------|-------------|--|
| | Y' | | | X' | | | ΔY' | ΔX' | | |
| △ 163 - △ 1291 | 7 533 130, 59 0 | 4 650 522, 36 6 | | | | | 15, 02 8 | | 948, 11 5 | |
| | 7 533 145, 61 8 | 4 651 470, 47 2 | | | | | | | | |
| △ 172 - △ 1288z | 7 536 264, 73 7 | 4 650 764, 11 7 | | | | | 733, 82 5 | | 715, 52 2 | |
| | 7 536 998, 55 3 | 4 651 479, 63 0 | | | | | | | | |
| △ 172 - △ 1287z | 7 536 264, 73 7 | 4 650 764, 11 7 | | | | | 1 165, 90 4 | | 564, 89 5 | |
| | 7 537 430, 63 2 | 4 650 199, 22 2 | | | | | | | | |
| △ 1287z - △ 1286z | 7 537 430, 63 2 | 4 650 199, 22 2 | | | | | 1 030, 54 4 | | 803, 35 1 | |
| | 7 538 461, 17 6 | 4 649 395, 87 1 | | | | | | | | |
| △ 1287z - △ 1285z | 7 538 430, 63 2 | 4 650 199, 22 2 | | | | | 1 557, 44 8 | | 679, 61 2 | |
| | 7 538 988, 07 1 | 4 650 878, 83 4 | | | | | | | | |
| △ 1285z - △ 1286z | 7 538 988, 07 1 | 4 650 878, 83 4 | | | | | 526, 90 4 | | 1 482, 96 3 | |
| | 7 538 461, 17 6 | 4 649 395, 87 1 | | | | | | | | |
| △ 1285z - △ 1283z | 7 538 988, 07 1 | 4 650 878, 83 4 | | | | | 1 893, 63 3 | | 416, 55 3 | |
| | 7 540 881, 70 4 | 4 650 462, 28 1 | | | | | | | | |
| △ 1283z - △ 1284 | 7 540 881, 70 4 | 4 650 462, 28 1 | | | | | 1 460, 94 6 | | 3 242, 95 7 | |
| | 7 539 420, 76 7 | 4 647 219, 33 3 | | | | | | | | |
| △ 1293 - △ 1287z | 7 538 298, 33 3 | 4 647 245, 89 4 | | | | | 1 269, 25 7 | | 1 595, 03 5 | |
| | 7 537 029, 08 5 | 4 648 840, 92 0 | | | | | | | | |
| △ 1293 - △ 1287z | 7 536 899, 14 7 | 4 648 780, 85 5 | | | | | 531, 49 4 | | 1 418, 37 4 | |
| | 7 537 430, 63 2 | 4 650 199, 22 2 | | | | | | | | |
| △ 180 - △ 15 | 7 538 170, 41 0 | 4 647 087, 67 4 | | | | | 1 768, 32 0 | | 578, 47 4 | |
| | 7 536 402, 09 0 | 4 647 666, 14 8 | | | | | | | | |
| △ 15 - △ 1292 | 7 536 402, 09 0 | 4 647 666, 14 8 | | | | | 988, 92 | | 1 823, 36 5 | |
| | 7 535 413, 17 0 | 4 649 489, 50 4 | | | | | | | | |

| $d' = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$ | | Koordinatni razlicki od vlastivite na prec. Poligonometrija | | | | $d = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$ | | $K = \frac{d}{d'}$ | |
|---------------------------------------|---------|---|----------|-------------|-----------|--------------------------------------|--|--------------------|--|
| | | ΔY | | ΔX | | | | | |
| | | 948, 23 | 15, 01 7 | 948, 08 2 | 948, 20 | | | 0 999 968 | |
| 1 | 024, 93 | 733, 75 7 | | 715, 53 3 | 1 024, 86 | | | 932 | |
| 1 | 300, 55 | 1 165, 83 7 | | 564, 90 6 | 1 300, 49 | | | 954 | |
| 1 | 311, 68 | 1 030, 46 5 | | 803, 36 2 | 1 311, 63 | | | 962 | |
| 1 | 704, 29 | 1 557, 35 8 | | 679, 52 2 | 1 704, 17 | | | 930 | |
| 1 | 573, 79 | 526, 87 1 | 1 | 1 482, 85 7 | 1 573, 67 | | | 924 | |
| 1 | 943, 92 | 1 893, 55 4 | | 416, 45 2 | 1 943, 82 | | | 948 | |
| 3 | 561, 84 | 1 460, 85 6 | 3 | 242, 69 8 | 3 561, 56 | | | 921 | |
| 2 | 043, 42 | 1 269, 29 2 | 1 | 594, 79 8 | 2 043, 26 | | | 921 | |
| 1 | 514, 68 | 531, 38 2 | 1 | 418, 30 8 | 1 514, 58 | | | 934 | |
| 1 | 860, 53 | 1 768, 11 6 | | 578, 42 8 | 1 860, 32 | | | 937 | |
| 2 | 074, 27 | 988, 84 1 | 1 | 823, 23 1 | 2 074, 12 | | | 0 999 928 | |

$$K_{sr} = 0 9999428$$

$$= \underline{\underline{1 - 0.0000578}}$$

$$r_y = Y_m - \bar{Y}_m ; r_x = X_m - \bar{X}_m$$

odredeni za srednata ordinata na gradskiot reon.

Na toj начин координатите на gradskite trigonometriski točki se oslobođeni od deformacijata na proekcijata i netočnosti na razmerot na trigonometriskata mreža i, istovremeno, postignato e detalot na gradskite planovi da odgovara na detalot na planovite izraboteni so pomošta na koordinatite neoslobodeni od deformacijata na proekcijata.

IZRAVNUVANJE NA POLIGONOMETRISKATA MREŽA

Bidejki izravnuvanjeto po načinot na uslovnite merenja e relativno dolgotrajno, poligonometriskata mreža na grad Skopje e izravneta kako celina po metoda na postapnite približuvanja. Ovaa metoda, ednostavna i daleku pobrza, dava gotovo identični rezultati so strogите методи на izravnuvanje. Definitivnite smerni agli na zaedničkите strani se dobieni so 10, a koordinatite na jazlovite točki so po 6 približuvanja.

Koordinate na poligonometriskite točki so presmetnati vo trigonometriskiot obrazec br. 19.

Vo nedostatok na tablici za kontrolno presmetnuvanje na koordinatite razlike po formulata

$$\Delta y + \Delta x = d (\sin v + \cos y)$$

kontrolnите presmetnuvanja se izvršeni po formulite

$$\Delta Y = d \sin v = \frac{d}{\sqrt{2}} \left[\sin(v + 45^\circ) - \cos(v + 45^\circ) \right]$$

$$\Delta X = d \cos v = \frac{d}{\sqrt{2}} \left[\sin(v + 45^\circ) + \cos(v + 45^\circ) \right]$$

Popravkите за koordinatnите razliki se presmetnati po formulite

$$\delta y_K = \frac{1}{[d]} \Delta Y'_K + \frac{\psi_m}{[d]} a_K \Delta X'_K$$

$$\delta x_K = \frac{1}{[d]} \Delta X'_K - \frac{\psi_m}{[d]} a_K \Delta Y'_K$$

kade e:

$$a_K = \frac{bk(n+1-k)}{(n+1)(n+2)},$$

k — reden broj na stranata i

n — broj na stranite vo vlakot.

Za sekoj vlak e sračunata relativnata greška.

$$\frac{f_d}{[d]} = \frac{1}{\frac{f_d}{[d]}}.$$

OCENA NA TOČNOSTA NA POLIGONOMETRISKATA MREŽA

Za ocena na točnosta na aglovnite merenja, presmetnata e srednата grešка на prekršniот односно svrzniот agol po formulata

$$m\beta = \pm \sqrt{\frac{[p v_\beta^2]}{t}}$$

Za poligonometriskата мрежа на град Скопје оваа greška е $m\beta = \pm 3'',5$.
Максималната поправка на аголот е $4'',4$.

Za ocena на točnosta на линеарните меренја пресметнати се кофидентите на делуването на систематските и случајните погрешки, т.е. λ и η . Кофидентите се пресметнати по формулите назначени во приложеното формулар на страница 64. Следно е пресметната средната relativна подолžна погрешка на vlakot по formulata

$$M_{LR} = \frac{n \sqrt{[d]_p} + \lambda [d]_p}{[d]_p}$$

kаде е $[d]_p$ — prosečna dolžina na vlakot.

Za poligonometriskата мрежа на град Скопје оваа погрешка е 1:27.558.
Проечната relativна погрешка на мрежата, пресметната како прста аритметичка средина од relativните погрешки на поедините vlakovi е 1:26.434.

Srednata relativna pogreška za poligonometriskata mreža za grad Skopje е 1:38.285 и е пресметната преку разликите на dvostruki merenja по formulata

$$m = \pm \sqrt{\frac{[p \Delta^2]}{2n}}$$

Kade e:

$$p = \frac{L}{d}$$

Δ = razlika pomegju dvostrukite merenja vo cm i

n = broj na stranite

| Vlakot broj | Od kade . e | l | [d] | $\lambda [d]$ | l _s | l _s ² | $\frac{P}{= \frac{1}{[d]}}$ vo km | P l _s ² | Relativna greška na vlakot | |
|----------------|-------------------|---------|------|---------------|----------------|-----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------|
| | | | | | | | | | m _x | $\frac{fd}{[d]}$ |
| 1 | 19.2 | - 0.034 | 953 | + 0.009 | - 0.043 | 0.0018 | 1.05 | | 1.17048 | 0.000058 |
| 2 | 19.3 | + 0.009 | 138 | + 0.001 | + 0.008 | | 1 | 7.25 | 1.15425 | 64 |
| 3 | 19.4 | - 0.018 | 453 | + 0.004 | - 0.022 | | 5 | 2.21 | 1.125167 | 39 |
| 4 | 19.5 | + 0.011 | 1016 | + 0.009 | + 0.002 | | 0 | 0.86 | 1.150751 | 20 |
| 5 | 19.6 | + 0.005 | 1092 | + 0.010 | - 0.005 | | 0 | 0.92 | 1.168250 | 14 |
| 6 | 19.7 | - 0.033 | 1061 | + 0.010 | - 0.043 | | 18 | 0.94 | 1.20886 | 48 |
| 7 | 19.8 | + 0.020 | 980 | + 0.009 | + 0.011 | | 1 | 1.02 | 1.126486 | 37 |
| 8 | 19.9 | + 0.053 | 1368 | + 0.012 | + 0.041 | | 17 | 0.73 | 1.125314 | 39 |
| 9 | 19.10 | + 0.008 | 983 | + 0.009 | - 0.001 | | 0 | 1.02 | 1.137055 | 27 |
| 10 | 19.11 | + 0.007 | 1153 | + 0.010 | - 0.003 | | 0 | 0.87 | 1.134939 | 28 |
| 11 | 19.12 | + 0.028 | 989 | + 0.009 | + 0.009 | | 1 | 1.01 | 1.126948 | 37 |
| 12 | 19.13 | + 0.010 | 861 | + 0.008 | + 0.002 | | 0 | 1.13 | 1.148644 | 20 |
| 13 | 19.14 | - 0.019 | 1175 | + 0.011 | - 0.023 | | 5 | 0.85 | 1.183929 | 12 |
| 14 | 19.15 | + 0.022 | 734 | + 0.007 | + 0.015 | | 2 | 1.36 | 1.121875 | 47 |
| 15 | 19.16 | - 0.017 | 540 | + 0.005 | - 0.022 | | 5 | 1.82 | 1.115853 | 63 |
| 16 | 19.17 | - 0.028 | 532 | + 0.005 | - 0.033 | | 11 | 1.89 | 1.118597 | 54 |
| 17 | 19.18 | + 0.009 | 770 | + 0.007 | + 0.002 | | 0 | 1.30 | 1.14803 | 20 |
| 18 | 19.19 | - 0.073 | 1310 | + 0.012 | - 0.085 | | 78 | 0.76 | 1.13925 | 71 |
| 19 | 19.20 | + 0.021 | 729 | + 0.007 | + 0.014 | | 2 | 1.36 | 1.133011 | 30 |
| 20 | 19.22 | + 0.010 | 695 | + 0.006 | + 0.004 | | 0 | 1.42 | 1.163091 | 16 |
| 21 | 19.23 | + 0.008 | 828 | + 0.008 | \pm 0.000 | | 0 | 1.20 | 1.151687 | 19 |
| 22 | 19.24 | - 0.014 | 930 | + 0.009 | - 0.023 | | 5 | 1.08 | 1.138750 | 26 |
| 23 | 19.25 | + 0.004 | 563 | + 0.005 | - 0.001 | | 0 | 1.78 | 1.140215 | 24 |
| 24 | 19.26 | - 0.008 | 1149 | + 0.010 | - 0.018 | | 3 | 0.87 | 1.114800 | 9 |
| 25 | 19.27 | + 0.017 | 1155 | + 0.011 | + 0.006 | 0.0000 | 0.87 | | 1.164167 | 15 |

$$m_{x_0} = \frac{0.001854}{49} = 0.00003783 = \frac{1}{26434}$$

$$[d]_p = \frac{44873}{49} = 916 \text{ m}$$

$$m_{xx} = \frac{M \sqrt{[d]_r + \lambda [d]_f}}{[d]_p} = \frac{0.00086 \sqrt{916 + 0.000007933 \cdot 916}}{916} = \frac{0.033239}{916} = 0.00003687 = \frac{1}{27558}$$

| Broj na vlastot zemeno | Od kade e | \bar{t} | [d] | $\lambda[d]$ | t_s | t_s^2 | $P = \frac{1}{[d]}$ | $P t_s^2$ | Relativna greška navlakot | |
|---|-----------------|-------------|------|--------------|---------|---------|---------------------|-----------|------------------------------|-------|
| | | | | | | | | | \pm | \pm |
| 26 | 19.28 | + 0.072 | 1184 | + 0.011 | + 0.061 | 0.0037 | 0.84 | 1.16205 | 0.300062 | |
| 27 | 19.29 | + 0.013 | 674 | + 0.006 | + 0.007 | 0 | 1.48 | 1.22434 | 44 | |
| 28 | 19.30 | + 0.053 | 1409 | + 0.013 | + 0.040 | 16 | 0.79 | 1.20706 | 48 | |
| 29 | 19.31 | + 0.000 | 862 | + 0.008 | - 0.008 | 1 | 1.16 | 1.19591 | 51 | |
| 30 | 19.32 | + 0.088 | 447 | + 0.040 | + 0.018 | 3 | 2.24 | 1.18625 | 53 | |
| 31 | 19.33 | + 0.028 | 657 | + 0.006 | + 0.022 | 5 | 1.51 | 1.10580 | 94 | |
| 32 | 19.34 | - 0.078 | 974 | + 0.030 | - 0.108 | 116 | 0.34 | 1.34179 | 29 | |
| 33 | 19.35 | + 0.017 | 603 | + 0.005 | + 0.019 | 1 | 1.62 | 1.35412 | 28 | |
| 34 | 19.36 | - 0.003 | 346 | + 0.003 | - 0.006 | 0 | 1.90 | 1.57501 | 17 | |
| 35 | 19.37 | + 0.008 | 1135 | + 0.010 | - 0.002 | 0 | 0.88 | 1.141876 | 7 | |
| 36 | 19.38 | + 0.008 | 555 | + 0.005 | + 0.003 | 0 | 1.80 | 1.396143 | 25 | |
| 37 | 19.39 | + 0.011 | 604 | + 0.006 | + 0.005 | 0 | 1.66 | 1.43144 | 23 | |
| 38 | 19.40 | + 0.015 | 933 | + 0.009 | + 0.006 | 0 | 1.08 | 1.58251 | 17 | |
| 39 | 19.42 | + 0.017 | 775 | + 0.007 | + 0.010 | 1 | 1.29 | 1.16145 | 62 | |
| 40 | 19.43 | + 0.048 | 994 | + 0.009 | + 0.039 | 15 | 1.01 | 1.11692 | 85 | |
| 41 | 19.44 | - 0.019 | 1143 | + 0.010 | - 0.029 | 8 | 0.87 | 1.49728 | 80 | |
| 42 | 19.45 | - 0.014 | 1153 | + 0.010 | - 0.024 | 6 | 0.87 | 1.13255 | 75 | |
| 43 | 19.46 | - 0.016 | 1217 | + 0.011 | - 0.027 | 7 | 0.82 | 1.18168 | 55 | |
| 44 | 19.47 | + 0.076 | 1837 | + 0.011 | + 0.065 | 40 | 0.83 | 1.16060 | 62 | |
| 45 | 19.48 | \pm 0.000 | 620 | + 0.006 | - 0.006 | 0 | 1.61 | 1.47677 | 21 | |
| 46 | 19.49 | + 0.022 | 626 | + 0.006 | + 0.016 | 3 | 1.60 | 1.24604 | 41 | |
| 47 | 19.50 | + 0.021 | 923 | + 0.008 | + 0.013 | 2 | 1.08 | 1.43961 | 23 | |
| 48 | 19.51 | + 0.029 | 623 | + 0.006 | + 0.023 | 5 | 1.60 | 1.18328 | 54 | |
| 49 | 19.52 | + 0.029 | 1082 | + 0.009 | + 0.012 | 1 | 0.97 | 1.46473 | 0.000021 | |
| $+ 0.356 \quad 44873 + 0.412 - 0.055 \quad 0.0524 \quad 0.0355 \quad 0.001854$ | | | | | | | | | | |
| $m_\beta = \pm \sqrt{\frac{P V_\beta^2}{t}} = \pm \sqrt{\frac{620.3}{48}} = \pm 3.5$, $m_\gamma = \pm \sqrt{\frac{P A^2}{2n}} = \pm \sqrt{\frac{3806504}{558}} =$ $\lambda = \frac{[1]}{\sum [d]} = \frac{+ 0.356}{44873} = + 0.00000933 = \pm \sqrt{6.82169} = \pm 2.6118$ $M = \sqrt{\frac{P t_s^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.0000355}{49-1}} = \pm 0.00086$, $m_R = \frac{1}{m_\gamma} = \frac{1}{38.985}$ | | | | | | | | | | |

Dodeka predhodnite dve pogreški, presmetnati preku dve različni formuli, odgovarat edna na druga, ovaa e upadlivu pomala. Ovaa razlika e logična posledica na nezavisностa na poslednata formula od pogreškite na aglovnite merenja vo poligonometriskata mreža. Isto taka, vo ovaa formula ne vleguvaaat pogreškite vo orientacijata na trigonometriskata mreža i pogreškite vo koordinatite na trigonometriskite točki, na koj e svrzana gradskata poligonometriska mreža. Taa e čisto funkcija na razlikite na dvostrukite merenja i prestavuva sigurno merilo za točnost na izvršenite dolžinski merenja vo poligonometriskata mreža. Vo formulatot »Ocena na točnost na poligonometriskata mreža od I red na grad Skopje« upadljivi se golemite relativni pogreški na vlakovite br. 31 i 40. Prema srednata relativna pogreška na mrežata, maksimalna relativna pogreška na vlakot ne bi trebalo da bidi pogolema od 1:13.000. Dolžinskiti merenja vo vlakovite 31 i 40, prema toa, trebeše da se ponovat, so što ke se zgolemeše kvalitetot na celata mreža. Megjutoa, koordinatite na poligonometriskite točki bea hitno potrebni i ne preostana vreme ni za minimalni terenski ispravki.

Za ocena na točnost na aglovnite merenja vo poligonometriskata mreža od II red, izravnata isto taka po metodata na postapnite približuvanje vo poedinitite zatvoreni poligoni, prosmetnata e srednata greška na prekršniot odnosno svrzniot agol po formulata:

$$m\beta + \pm \sqrt{\frac{[p\beta^2]}{N-U}}$$

kade e

N — ukupniot broj na vlakovi, a
 u — broj na jazlovite točki.

Za oceana na točnost na dolžinskiti merenja, za sekoj vlak e presmetnata relativna pogreška $m = \frac{f_d}{[d]}$.

Srednata relativna pogreška od mrežata od II red, presmetnata kako prosta aritmetička sredina за site vlakovi e 1:8.873.

Site presmetnati pogreški se pomali od graničnite vrednosti navedeni vo član 33 od spomenatiot Pravilnik.

ZA KERNOVIOT PRIBOR

Prilično e rasprostraneto mislenjeto deka e Kernoviot pribor nepreporučliv za precizno merenje na aglite vo poligonometriskite mreži. Doduša, principot na koencidencijata, koj što se sostoi vo doveduvanjeto na podyžniot konec vo simetrala na dva nepodvižni kaoj ovoj instrument e svrzan so pogolemi naporci za razlika od drugite instrumenti. I pokraj vozmožnosta, so pomašta na eden vijok, rastojanieto izmegju nepokretnite konci na limbot po volja da se regulira, vršeјки poveke čitanja vo eden ist pravec (nepomerajki go instrumento okolu ahlidadnata osovina (po-

četnicite dobivaat razлики до 3''. Megjutoa, usetot za simetrija, kaj poedincите inaku uroden, vo tekot na rabotata brgu se razviva i, može slobodno da se kaže, deka vo pogled na тоčноста овој pribor na zaostanuva zad drugite.

Nedostatocite na ovaj pribor se slednите:

- 1) priborot e relativno skap
- 2) koencidencijata e svrzana so pogolemi fizički i psihički naporи
- 3) Ogledalceto za osvetluvanje na limbot e vrzano za alhidadnata osovina i vo tekot na vrtenjeto na instrumentot se menuva intenzitetot na osvetlenosta na limbot. Za gotovo sekoa vizura potrebno e, vrtejki go ogledalceto, da se osvetluva limbot, што е svrzano so gubenje vo vremeto,
- 4) vo dvete položbi на durbinot, rastojaniето između nepokretnите konci на horizontalniот limb ne е ednakvo, што negativno se odrazuва на тоčноста во merenjeto на prekršnite odnosно svrznite agli i,
- 5) stativite se ospособени за склapanje со што е prilično olesneto nivnото transportiranje, но во stabilноста на priborot e mnogu izgubeno.