

OSVRT NA PRIMJENU PARALAKTIČKOG MJERENJA DUŽINA BAZISNOM LETVOM*

Optičko mjerenje dužina teodolitom i bazisnom letvom već se prilično afirmiralo u geodetskoj praksi. O njemu često raspravlja stručna literatura, a predmet je i specijalnih tečajeva i seminara. Teoretska osnova za razne kombinacije paralaktičkog mjerenja dužina bazisnom letvom je opće poznata, i o tome ne će biti govora u ovom članku. Želio bih iznijeti stanovita zapažanja i rezultate iz vlastite prakse, koji bi općenito mogli biti interesantni. Ako kod toga moram navesti i po koju formulu, to će biti samo radi lakšeg razumijevanja onoga što želim istaknuti, pa smatram da mi to čitalac ne će zamjeriti.

*

Rasprave, koje teoretski tretiraju probleme optičkog mjerenja dužina bazisnom letvom, uzimaju idealne oblike paralaktičkih mreža, za koje daju jednostavne formule računanja dužina, kao i ocjene tačnosti mjerenja (srednje pogreške).

Uzmemo li u obzir najjednostavniji način mjerenja bazisnom letvom, gdje se dužina D dijeli na n jednakih dijelova, tu će se dužina računati na osnovu formule:



Sl. 1

$$D = \sum \frac{l}{2} \cotg \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

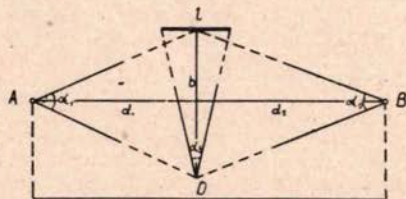
a njena srednja pogreška

$$m_D = \frac{D^2}{l \sqrt{n^3}} \frac{m_\alpha}{\rho} \quad (2)$$

gdje je:

D = dužina koja se mjeri,
 l = dužina bazisne letve
 α = paralaktički kut
 n = broj odsječaka

U slučaju da se dužina mjeri pomoćnom bazom (sl. 2, i 3), koja se mjeri opet paralaktički bazisnom letvom ili pomoćnom bazom, tu se onda dužina računa analognom formulom:



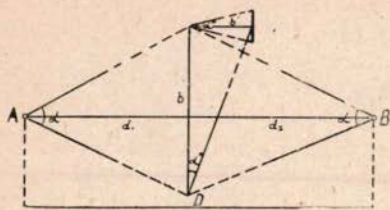
Sl. 2

$$D = \sum \frac{b}{2} \cotg \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

gdje je b pomoćna baza:

$$b = \sum \frac{l}{2} \cotg \frac{\alpha'}{2} \quad (4)$$

* Koreferat namijenjen Savjetovanju o primijenjenoj geodeziji u Sarajevu 23—25 III 1961.



Sl. 3

odnosno:

$$b = \frac{b'}{2} \cotg \frac{\alpha''}{2} \quad (5)$$

gdje je:

$$b' = \frac{1}{2} \cotg \frac{\alpha'''}{2} \quad (6)$$

U svim ovim kombinacijama paralaktičkog mjerenja dužina bazisnom letvom, može se dužina pomoćne baze odrediti za uslov minimuma srednje pogreške dužine, kod čega se onda srednje pogreške mjerenih dužina mogu računati pomoću jednostavnih formula, a također i jednostavno grafički prikazati [1].

Kako se može vidjeti, ova metoda mjerenja dužina sastoji se isključivo od mjerenja kuteva, kod čega je za tačnost mjerenja dužina presudna tačnost mjerenja paralaktičkih kuteva. Ta činjenica navodi često brojne stručnjake na zahtjev povećanja tačnosti mjerenja kuteva, da bi se povećala tačnost mjerenja dužina. Međutim ovakovo jednostavno razmatranje problema povećanja tačnosti mjerenja dužina bazisnom letvom moglo bi dovesti do takovih zaključaka, da bi primjena ove metode u praksi bila znatno ograničena. Uzmemo li na pr. često isticanu mogućnost tačnosti mjerenja paralaktičkih kuteva od $0''{,}3$ do $0''{,}5$, onda bi se, u izvjesnim kombinacijama paralaktičkog mjerenja dužine pomoću bazisne letve, mogla teoretski očekivati relativna tačnost i preko 1:50 000.

Tretiranje tačnosti mjerenja dužina paralaktičkom metodom na osnovu idealnih oblika paralaktičkih mreža ima pretežno teoretsko značenje. Na temelju ovih teoretskih razmatranja možemo se orijentirati o primjenljivosti ove metode u konkretnim prilikama na terenu. Međutim kod praktičkih radova, izuzev samog osnovnog oblika paralaktičke mreže, redovito se ne će postići idealan oblik ove mreže, t. j. pomoćna baza ili letva ne će dijeliti dužinu na dva jednaka dijela; pomoćna baza ne će biti onolika kako se to teoretski traži, obzirom na dužinu koju treba mjeriti itd. To je radi toga, što će terenke prilike uvjetovati veličine pomoćnih baza i njihov smještaj, uslijed čega će dužina koja se mjeri biti podijeljena na nejednake dijelove, a pomoćna će baza biti duža ili kraća, nego se to teoretski predviđa za dotični slučaj. No stručnjak će u takovim slučajevima svakako znati, da na osnovu teoretskih saznanja o tačnosti paralaktičkog mjerenja dužina, ocijeni što treba poduzeti da se ostvari tačnost, koja mu je potrebna. Za ocjenu tačnosti mjerene dužine općenitog oblika paralaktične mreže mogla bi onda poslužiti općenita formula za srednju pogrešku:

$$m_d^2 = d^2 \left[\left(\frac{m_{a_1}}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{m_{a_2}}{a_2} \right)^2 \right] \quad (7)$$

Ova formula pokazuje da je tačnost mjerenja obrnuto proporcionalna veličini paralaktičnog kuta. Predpostavljajući izvjesnu datu tačnost mjerenja dužina ovom metodom, moglo bi se i na osnovu ove formule lako doći do zaključka o tačnosti mjerenja paralaktičkih kuteva, veličini tog kuta, odnosno pomoćne baze i ostalih elemenata. Mogle bi se konačno odrediti za ove elemente i stanovite standardne veličine, koje bi olakšale rad praktičaru na terenu.

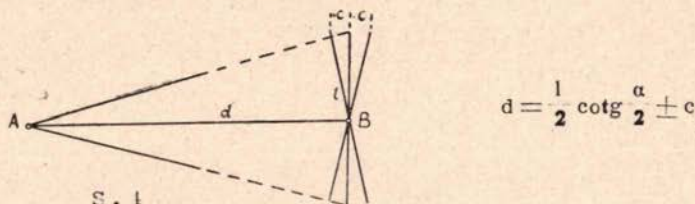
Kako je naglašeno, uzimajući u obzir samo tačnost mjerenja paralaktičkih kuteva, može se postići prilično visoka tačnost mjerenja dužina. Međutim to je njena unutarnja tačnost. Stvarna tačnost prilično varira i ona je redovito manja od teoretske. Ona se može ustanoviti komparacijom dužine izmjerene paralaktički i s nekom preciznijom metodom, odnosno iz linearnih odstupanja poligonskog vlaka priključenog na triangulaciju. Zapazilo se u našoj praksi, da je ona u nekim slučajevima toliko manja, da je postojala sumnja u primjenljivost ove metode za radove, gdje se tražila veća tačnost. Međutim u našim prilikama nama je ova metoda mjerenja dužina bila neobično korisna, ona je u teškim terenima i kraj

oskudne geodetske osnove, predstavljala u primijenjenoj geodeziji jedino moguće riješenje za razne slučajeve, gdje je geodetsku osnovu za razna projektiranja trebalo dobiti što hitnije (izgradnja hidroenergetskih sistema, regulacije naselja, regulacije rijeka itd. [5].

Studirajući uzroke manje stvarne tačnosti kod ove metode mjerenja dužina ustanovilo se, da ona ovisi o nizu elemenata, koji nemaju veze s tačnošću mjerenja paralaktičkih kuteva. Ustanovilo se, da se povećanje tačnosti mjerenja paralaktičkih kuteva adekvatno ne odražuje na povećanje tačnosti mjerene dužine, nego dovodi do neracionalnog iskorištenja ove metode mjerenja i ona postaje neekonomična. Lako se može uočiti, da uzroci manje realne tačnosti od one koja bi se teoretski trebala očekivati, leže u djelovanju niza sistematskih pogrešaka.

U literaturi, koja raspravlja o ovoj metodi mjerenja, govori se o sistematskim pogreškama, koje se pojavljuju uslijed nehorizontalnosti letve i njenog neokomitog položaja na vizuru. U novije doba i o adicioj konstanti letve, pogrešci u dužini letve, te individualnim kvalitetama opservatora [3], [4], [5] [6].

Prve dvije sistematske pogreške ovise o kvaliteti pomoćnih sprava-libele i dioptera, koji se mogu u izvjesnoj mjeri ispitati i rektificirati, te na taj način smanjiti njihov utjecaj. Međutim one unose u konačni rezultat mjerenja stanovitu sistematsku pogrešku (dužina će uvijek biti veća, nego bi trebala biti), koja još zavisi i o savjesnosti i uvježbanosti pomoćnog osoblja. Mnogo su važnije druge dvije sistematske pogreške letve. Adiciona konstanta letve nastaje uslijed konstruktivnih grešaka letve a redovito je posljedica ekscentričnog položaja geometrijske osi letve. Sastoji se uglavnom u tome, što vertikalna ravnina položena kroz vizurne marke na krajevima ne prolazi kroz osovinu, koja inače označuje kraj dužine koja se mjeri (sl. 4) [3]. Pogreška ovisi o konstrukciji letve, koja se teško može izbjeći. U daljnim izlaganjima će biti vidljivo kako se ona u našoj praksi uklanjala i koliki je njen utjecaj na realnu tačnost mjerene dužine. Opća formula za dužinu mjerene strane paralaktički bit će sada:



Spomenuli smo pogrešku u dužini letve, kao i stanovitu grešku kao posljedicu individualnih fizioloških osobina oka opservatora na dužinu bazisne letve. Prema našim zapažanjima dužina letve nije za svakog opservatora jedna objektivna veličina. Uslijed toga potrebno je i kod ove metode mjerenja dužina ispitivati za svakog opservatora njegovu individualnu veličinu bazisne letve, nešto slično kako se inače prakticira kod ispitivanja multiplikacione konstante kod optičkih daljinomjera uopće.

Uzmemo li sada osnovnu formulu za računanje dužina paralaktički s navedenim pogreškama letve to će se i ona moći napisati u slijedećem obliku:

$$d = k \cotg \alpha \pm c$$

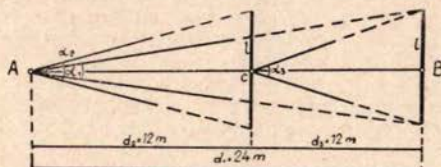
gdje je $k =$ »multiplikaciona konstanta« a c adiciona konstanta letve za izvjesnog opservatora.

Obje ove »konstante« smo u našoj praksi ispitivali indirektno; t. j. svaki je opservator na precizno izmjerenom poljskom komparatoru odredio svoje veličine »multiplikacione« i adicione konstante. Vodeći računa o ovim pogreškama znatno se povećala realna tačnost mjerenja dužina bazisnom letvom, što je doprinijelo, da se ova metoda mjerenja dužina usvoji za sva preciznija mjerenja u poligonometriji (gradska poligonometrija, iskolčenje tunela itd.).

Odmah nakon oslobođenja bilo je potrebno u mnogim slučajevima hitno davati geodetsku podlogu, radi ostvarenja projekata industrijalizacije. Budući da se svi zadaci nisu mogli brzo riješiti triangulacijom, poslužila nam je paralaktička poligonometrija. U Hrvatskoj smo tada raspolagali s jednim priborom za paralaktičko

mjerenje dužina Zeissove konstrukcije sa invarnom letvom 3 m dužine. Sa ovim priborom izvedeni su brojni radovi, od kojih ćemo spomenuti najvažnije: Poligonometrija Zagreba na proširenom gradskom području za potrebe regulacije 1946-47; geodetski radovi u brdovitom kraškom terenu za izgradnju hidrosistema HE Tesla 1947-48; Poligonometrija grada Karlovca 1949; Poligonometrija duž obale mora od Rijeke do Opatije 1949; Poligonometrija za potrebe regulacije ušća rijeke Bosne 1949 itd.

Ispitivanje bazisne letve i njenih pogrešaka vršilo se kod nas do sada indirektnim putem na improviziranom komparatoru, koji se mjerio invarnim žicama. Postupak opisan je u referatu na II Kongresu u Ohridu [4]¹⁾ (sl. 5).

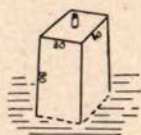


Sl. 5

Uvid u utjecaj sistematskih pogrešaka na realnu tačnost mjerene dužine, odnosno uvid u realnu tačnost paralaktičkog mjerenja dužina u poligonskom vlaku mogao bi se dobiti priključkom poligonskog vlaka na triangulaciju. Međutim ovakva kontrola nije, barem u našim prilikama, potpuno pouzdana iz razloga, što su unutar odstupanja u poligonskom vlaku sadržane i neravnomjerne sistematske pogreške u položaju triangulacionih tačaka, koje nismo u stanju ustanoviti (položaj tačke na terenu iz bilo kojih razloga ne odgovara položaju koji daju koordinate).

Zato je najpouzdanije ispitivanje provesti na jednom samostalnom bazisu, na kojemu će doći do izražaja samo sistematske pogreške u mjerenju. Vodeći računa o sistematskim pogreškama, koje smo istakli, mi ćemo praktički eliminirati pretežni dio sistematskih pogrešaka. U konačnom rezultatu bit će dužine, mjerene paralaktički bazisnom letvom u pravilu opterećene preostalim sistematskim pogreškama.

Mi smo naša ispitivanja proveli na triangulacionom bazisu blizu Zagreba pod normalnim terenskim okolnostima. Dužina bazisa je 8,3 km. Podijeljen je na osam raspona od cca 1 km, a svaki raspon obilježen je na terenu solidno fundiranim betonskim stupom, čije su nadzemne dimenzije 30×30×80 cm. U sredini ima reper radi mjerenja dužine svakog raspona (sl. 6).



Sl. 6

Za stajalište instrumenata na ovim stupovima izrađene su specijalne željezne ploče, koje su omogućile da se pojedini poligonalni pribor centrira točno iznad crtice na reperu.

Linearna tačnost ovog bazisa je visoka. Srednja pogreška mjerenja je 1:2 660 000, dok sistematska pogreška na 1 km iznosi $\delta = 0,33$ mm. Za naša ispitivanja mogla se prema tome dužina svakog raspona i čitavog bazisa smatrati apsolutnom datom veličinom. Upoređenjem sada paralaktički mjerenih dužina i onih iz bazisa, moglo se doći do zaključka o vjerojatnom djelovanju sistematskih pogrešaka upotrebom poligonalnog pribora.

¹⁾ Janković: [4].

U ovim ispitivanjima upotrebljen je spomenuti Zeiss-ov pribor sa letvom od 3 m, koja je prethodno bila laboratorijski ispitivana i za koju su dobiveni podaci o veličini letve i adicione konstante tabela 2.

Iz rezultata mjerenja željelo se provjeriti:

1. Kakva je razlika između teoretske i ostvarene tačnosti u kratkom i dugačkom ispruženom poligonskom vlaku.

2. Kakva je linearna tačnost iskrivljenog poligonskog vlaka.

Za prvo ispitivanje postavili su se između stupova na bazu ispruženi poligonski vlakovi. Oni se nisu postavili posebno radi ovog ispitivanja, nego da se koriste i za praktične potrebe (regulacije gradskog područja). Zato su se vlakovi postavili cestom koja ide paralelno uz bazu. Za slučaj pod 2. postavili su se potpuno iskrivljeni vlakovi u raznim kombinacijama (sl. 8). Dužine poligonskih strana odgovarale su potrebama prakse. Tip paralaktičke mreže bio je redovito s pomoćnom bazom u sredini, gdje je pomoćna baza postavljena prema prilikama na terenu, pa čak i s potpunom nesimetrijom $b/2$, a također i s pomoćnom bazom na kraju. Odsječci dužine d_1 i d_2 , redovito nisu bili jednaki, a nije se također striktno vodilo računa ni o teoretskoj veličini pomoćne baze. Mjerenje se radi intenzivnog saobraćaja moralo obaviti brzo. Dakle kod ovog ispitivanja prevladavali su praktični momenti, nije se vodilo računa o optimalnim uslovima mjerenja, a to je bio i cilj.

U poligonskom vlaku, koji se inače postavlja cestom, ulicom šumskom prosiekom, obalom rijeke, riječnim kanjonom u brdskim predjelima, dužine pomoćnih baza ne mogu se lako prilagoditi teoretskim zahtjevima prema dužini poligonske strane. One će se morati prilagoditi širini ceste, ulice, šumske prosjeke itd., pa će biti negdje duže, negdje kraće, nego što bi teoretski trebalo. Duže pomoćne baze izazvat će veću teoretsku tačnost, kraće manju, ali ovaj nedostatak se može kompenzirati tačnijim mjerenjem paralaktičkih kuteva.

Kako se vidi kod ovih ispitivanja nije se išlo za tim da se provjere optimalne mogućnosti u primjeni ove metode mjerenja, pridržavajući se striktno teoretskih načela. Pošlo se od stanovišta, da se mjerenja obavljaju na terenu i otvorenom prostoru s toliko razolikih utjecaja i pod raznim okolnostima, koje toliko raznoliko djeluju na rezultate mjerenja, da nijedno mjerenje ne će biti izvedeno pod jednakim uslovima. Težnja, da se teoretski zahtjevi u potpunosti zadovolje, dovela bi dotle, da bi ovu inače elastičnu metodu mjerenja, dovela do takovog stanja, da bi postala praktički komplicirana, jednom riječju neekonomična. Kod nas se na primer pojavljuju ovakovi zahtjevi:

1. Treba da se striktno provodi dioba dužine na jednake dijelove; u tu svrhu treba dužinu, koja se mjeri, prethodno izmjeriti približno vrpcom.

2. Dužine poligonskih strana treba podesiti prema veličini pomoćne baze, koja se može postaviti;

3. Dužina pomoćne baze treba da bude upravo onolika, koliko to teoretski odgovara;

4. Tačnost paralaktičkih kuteva treba da bude u granicama od 0,3 do 0,5".

Naše je stanovište da je teorija osnova koja omogućava da se svaki konkretni slučaj pravilno riješi, ali zadovoljavajući konkretne praktične potrebe. Poligonskom vlaku, koji se u bilo koju svrhu postavlja određena je njegova funkcija, pa su i veličine poligonskih strana uvjetovane potrebama i terenskim uslovima, radi kojih se postavlja i projektira, dakle ona su u stanovitim granicama projektom date veličine. Tome treba onda prilagoditi način mjerenja dužina, za što je ova metoda mjerenja prilično elastična.

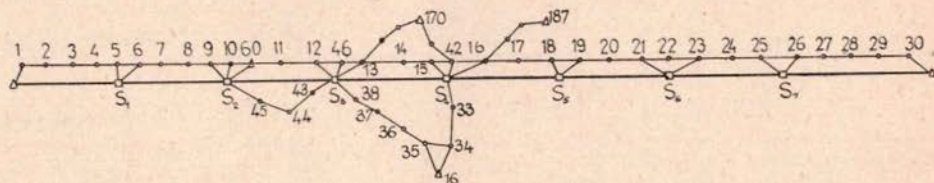
Tačnost mjerenja paralaktičkih kuteva od 0,4" u prosjeku je moguća. Međutim nije u skladu sa djelovanjem sistematskih pogrešaka, o kojima je bilo govora. Prema tome nije ekonomična. Da se ta tačnost postigne potrebno bi bilo povećati broj ponavljanja do 12, tačnost opservacije kontrolirati tokom mjerenja, voditi računa o run korekciji optičkog mikrometra. Dakle znatno usporiti tok rada na terenu, što bi sve imalo za posljedicu da ova metoda mjerenja postane neefikasnija i neekonomična. Zato je tačnost paralaktičkih kuteva u granicama od 1" realna i opravdana, a nije isključeno da će se u većini slučajeva postizavati i veća tačnost.

Na slici 7 prikazan je poligonski vlak, koji je poslužio za spomenuto ispitivanje. Ukupno ima 35 strana, od kojih su 18 u dužini od 130 do 250 m, a 17 od 250 do 350 m. Pregled ovih dužina kao i ostalih koje su se u ovom ispitivanju mjerile dat je u tabeli 1, u kojoj su naznačene i njihove srednje pogreške prema formuli 7.

Tablica I — Pregled paralaktičnog mjerenja dužina i ocjena točnosti

| Polig. strana | Dužina $\frac{D}{m}$ | m_D cm | $\frac{m_D}{D}$ | Polig. strana | Dužina $\frac{D}{m}$ | $\frac{m_D}{D}$ | $\frac{m_D}{D}$ |
|------------------|-------------------------|-------------|-----------------|------------------|-------------------------|-----------------|-----------------|
| ZTO — 1 | 148,770 | 1,0 | 1:15 000 | 14 — 15 | 318,284 | 0,9 | 1:35 000 |
| 1 — 2 | 164,524 | 0,3 | 1:55 000 | 15 — s_1 | 425,896 | 0,5 | 1:49 000 |
| 2 — 3 | 265,776 | 0,7 | 1:38 000 | 42 — 16 | 239,061 | 1,0 | 1:24 000 |
| 3 — 4 | 225,521 | 0,6 | 1:37 000 | 16 — 17 | 355,535 | 2,9 | 1:12 000 |
| 4 — 5 | 258,644 | 1,1 | 1:23 000 | 17 — 18 | 297,371 | 1,7 | 1:18 000 |
| 5 — s_1 | 135,222 | 0,8 | 1:17 000 | 18 — 19 | 278,721 | 1,1 | 1:25 000 |
| 5 — 6 | 190,065 | 1,5 | 1:13 000 | 19 — 20 | 319,527 | 2,5 | 1:13 000 |
| 6 — 7 | 290,693 | 2,4 | 1:12 000 | 20 — 21 | 300,596 | 1,9 | 1:16 000 |
| 7 — 8 | 202,314 | 1,0 | 1:20 000 | 21 — 22 | 201,193 | 1,0 | 1:20 000 |
| 8 — 9 | 223,522 | 1,4 | 1:16 000 | 22 — 23 | 336,754 | 2,2 | 1:15 000 |
| 9 — 10 | 136,124 | 0,6 | 1:23 000 | 23 — 24 | 261,124 | 1,2 | 1:22 000 |
| 10 — 11 | 215,797 | 0,6 | 1:36 000 | 24 — 25 | 286,132 | 0,8 | 1:36 000 |
| 60 — 11 | 186,177 | 0,5 | 1:37 000 | 25 — 26 | 244,437 | 1,1 | 1:22 000 |
| 11 — 12 | 303,918 | 0,8 | 1:38 000 | 26 — 27 | 275,014 | 1,6 | 1:17 000 |
| 12 — 46 | 293,496 | 0,8 | 1:37 000 | 27 — 28 | 248,617 | 1,4 | 1:18 000 |
| 46 — 13 | 214,312 | 0,3 | 1:70 000 | 28 — 29 | 243,461 | 1,2 | 1:20 000 |
| 13 — 15 | 256,576 | 0,8 | 1:32 000 | 29 — 30 | 264,743 | 1,4 | 1:19 000 |
| | | | | 30 — ITO | 197,031 | 0,5 | 1:39 000 |
| s_2 — 45 | 313,655 | 0,7 | 1:45 000 | 34 — 16 | 401,890 | 1,9 | 1:25 000 |
| 45 — 44 | 301,919 | 0,6 | 1:50 000 | 35 — 16 | 458,349 | 1,6 | 1:29 000 |
| 44 — 43 | 272,432 | 0,5 | 1:54 000 | 33 — 34 | 324,268 | 0,8 | 1:40 000 |
| 32 — s_3 | 293,957 | 1,0 | 1:29 000 | 33 — s_4 | 280,328 | 0,7 | 1:40 000 |
| s_3 — 38 | 311,862 | 0,7 | 1:44 000 | s_4 — 16 | 243,919 | 0,8 | 1:30 000 |
| 38 — 37 | 179,984 | 0,4 | 1:45 000 | 16 — 31 | 286,304 | 0,7 | 1:40 000 |
| 37 — 36 | 227,454 | 0,6 | 1:38 000 | 31 — 187 | 371,590 | 1,5 | 1:31 000 |
| 36 — 35 | 199,595 | 0,4 | 1:50 000 | 187 — s_5 | 504,535 | 0,9 | 1:56 000 |
| 35 — 34 | 369,280 | 1,1 | 1:33 000 | s_4 — 42 | 117,423 | 0,3 | 1:39 000 |

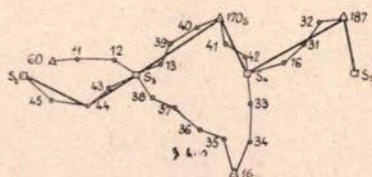
Prema podacima, koje daje ova tabela, može se zaključiti da je unutrašnja tačnost ovih mjerenja zadovoljavajuća, čak i veoma dobra. U prvom dijelu tabele, u kojem su dužine poligonskih strana postavljene asfaltnom cestom izmjereno je 16 strana s relativnom tačnošću od 1:12000 do 1:20000, 6 strana s tačnošću od 1:20000 do 1:30000, dok 13 strana s tačnošću preko 1:30000. U drugom dijelu tabele su strane, koje su postavljene preko poljoprivrednog zemljišta, sa relativno niskom vegetacijom. Tu su sve strane izmjerene s daleko većom tačnošću.



Sl. 7

Upoređenje unutarnje (teoretske) tačnosti mjerenih dužina sa stvarnom moglo se postići jednostavnim računanjem dužina pojedinih raspona na bazu iz pomoćnih poligonskih vlakova, uzimajući za koordinatni sistem smjer bazisa. Dužine ovih raspona računaju se po formuli $D = [\Delta x \cos \nu]$. Suma ordinatnih razlika $[\Delta y]$ trebala bi biti nula i to je kontrola tačnosti računanja paralaktički mjerenih dužina. Srednje pogreške u ovim vlakovima računale su se na osnovu srednjih pogrešaka mjerenja pojedinih strana.

U tablici 2 date su dužine pojedinih raspona na bazu i to: u rubrici 2 dužine D' mjerene paralaktički, a u rubrici 3 iste dužine D mjerene invarnim žicama. U rubrici 4 su razlike $D_i - D'_i$, koje se smatraju pravim pogreškama, odnosno u relativnom obliku kao stvarna tačnost mjerenja. Srednje pogreške u apsolutnom i relativnom iznosu date su u rubrici 5, dok u rubrici 6 je naznačena adiciona konstanta. Odmah može pasti u oči, da ona nije stalna. Za prve dvije dužine nije se adiciona konstanta kontrolirala, smatralo se da je laboratorijski određena dovoljno pouzdano. Međutim odmah nakon mjerenja izračunate su dužine raspona i ustanovilo se, da je odstupanje od stvarne veličine doduše zadovoljavajuće, ali se ipak očekivao pravilniji rezultat, t. j. dužine mjerene paralaktički trebale bi biti duže. Zato se u daljnjem postupku mjerenja ispitivala adiciona konstanta kod svakog ponovnog sklapanja letve. Ustanovilo se kako se vidi da se adiciona konstanta kod ove letve mijenja.



Sl. 8

Prema veličinama pravih pogrešaka vidi se da su sistemske pogreške letve, koje najviše dolaze do izražaja, uklonjene u zadovoljavajućem iznosu. To ujedno dokazuje, da je način komparacije, koji je ovdje primijenjen dovoljno tačan i pouzdan za praktične potrebe.

Prema karakteru sistematskih pogrešaka letve trebalo bi očekivati da će dužine mjerene paralaktički biti u pravilu duže. U našem slučaju to nije slučaj. Znači da postoje i druge pogreške, koje su to uslovile, a naravno i slučajne pogreške mjerenja paralaktičkih kuteva.

Tablica II

| No vlaka način mjerjenja dužina $a_1 a_2$ * | D'_1 m | D m | $\Delta = D - D'$ $\frac{\Delta}{D}$ | m_D $\frac{m_D}{D}$ | c | Način odredi- vanja dužine |
|--|-------------|-----------|---|---------------------------------------|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 n = 4 | 1 007,855 | 1 007,880 | + 0,025 1:40000 | \pm 0,019 1:53000 | — | 7,29 pomoćni vlak |
| 2 11 | 1 008,055 | 1 008,089 | + 0,034 1:29000 | \pm 0,032 1:31000 | — | 7,29 pomoćni vlak |
| 3 12 | 1 008,296 | 1 008,289 | — 0,007 1:140000 | \pm 0,017 1:59000 | — | 6,75 pomoćni vlak |
| 4 12 | 1 008,582 | 1 008,564 | — 0,018 1:56000 | \pm 0,018 1:56000 | — | 6,75 pomoćni vlak |
| 4 22 | 1 008,587 | 1 008,564 | — 0,023 1:43000 | \pm 0,025 1:40000 | | neposredno iz mreže |
| 4 22 | 1 008,547 | 1 008,564 | + 0,017 1:56000 | \pm 0,020 1:50000 | | neposredno iz mreže |
| 5 12 | 1 008,365 | 1 008,381 | + 0,016 1:63000 | \pm 0,036 1:28000 | — | 6,50 pomoćni vlak |
| 6 12 | 1 008,072 | 1 008,103 | + 0,031 1:32000 | \pm 0,035 1:29000 | — | 6,50 pomoćni vlak |
| 7 12 | 1 008,297 | 1 008,262 | — 0,035 — 0,031 1:29000 | \pm 0,030 \pm 0,030 1:33000 | — | 5,25 pomoćni vlak — 5,25 pomoćni vlak |
| 8 12 | 1 272,614 | 1 272,631 | + 0,017 1:75000 | \pm 0,033 1:39000 | — | 5,63 pomoćni vlak |
| Suma | 8 330,136 | 8 330,199 | + 0,063 1:130000 | \pm 0,080 1:100000 | | |
| | 8330,110 | 8330,199 | + 0,089 1:95000 | + 0,030 1:100000 | | pomoćni vlak |

U tabeli 2 date su na kraju još dvije veličine suma dužina čitavog bazisa mjerenog na jedan i drugi način, te dužina čitavog bazisa izračunata iz pomoćnog poligonskog vlaka iz sve 34 strane. Iz ovog prikaza u tabeli 2 može se vidjeti da će u konačnim odstupanjima u poligonskim vlakovima učestvovati u većoj mjeri si-

* $a_1 a_2$ je oznaka tipa paralaktičke mreže prema Förstneru (1), gdje a_1 označuje broj paralaktičkih kuteva na pomoćnoj bazi, a a_2 broj paralaktičkih kuteva na dužini, koja se mjeri. Tako na pr. 11 znači da je dužina mjerena pomoćnom bazom na kraju, a pomoćna baza letvom na kraju. 22 znači da je dužina mjerena pomoćnom bazom u sredini, a pomoćna baza letvom u sredini; 222 dužina je mjerena pomoćnom bazom b u sredini, a ona također pomoćnom bazom b' u sredini, koja je mjerena letvom u sredini.

stematske pogreške, te da će se teoretska točnost približiti stvarnoj tim više što smo više uspjeli eliminirati sistematske pogreške letve.

I ako se veličina sistematskih pogrešaka letve određuju »subjektivno«, to ipak objektivno djeluje na smanjenje odstupanja u poligonskom vlakou. Kod toga tačnost određivanja ovih pogrešaka mogla bi zavisiti o tačnosti, koju ovom metodom mjerenja želimo postići, da bi za svaki slučaj njene primjene u praksi ona bila što racionalnije iskorištena. Kako se vidi tačnost mjerenja dužina paralaktičkom metodom bazisnom letvom, ne može se prosuđivati samo na osnovu tačnosti mjerenja paralaktičkih kuteva i teoretskih oblika paralaktičkih mreža, nego i na osnovu činjenice, koliko smo u stanju više ukloniti djelovanje sistematskih pogrešaka naročito letve.

Dosljedno tome ranije istaknuta granica tačnosti mjerenja paralaktičkog kuta od 1" je realna za ovu metodu mjerenja. Svako veće povećanje tačnosti mjerenja kuteva, bez uklanjanja sistematskih pogrešaka letve, ne će se adekvatno odraziti na tačnost mjerenja dužine.

Rezultati mjerenja i računanja iskrivljenih poligonskih vlakova bit će također zanimljivi. Vlakovi su prikazani na slici 7. Radi skraćenja ovog izlaganja dajemo samo rezultate dvaju vlakova na skici 8 (S_2 —170— S_4 , te 60—16).

| Vlak | Dužina m | $f\beta$ | f_y | f_x | f_d | |
|-------------------|----------|----------|--------|--------|-------|----------|
| S_2 —170— S_4 | 4200 | — 29" | — 0,04 | — 0,11 | 0,11 | 1:35 000 |
| 60—16 | 2187 | — 13" | + 0,06 | + 0,06 | 0,08 | 1:25 000 |

Tačke prvog vlaka S_2 , S_3 , S_4 , S_5 su na bazuu i njihove koordinate su date. Tačke 170 i 187 određene su iz triangulacije. U slijedećoj tabeli 4 date su koordinate ovih točaka iz triangulacije i poligonometrije.

Tabela 4

| Tačka | Triangulacija | | Poligonometrija | | T—P | |
|-------|---------------|-----------|-----------------|-----------|--------|--------|
| | y | x | y | x | dy | dx |
| S_2 | 77 266,01 | 67 275,70 | 77 266,00 | 67 275,67 | + 0,01 | + 0,03 |
| 170 | 78 173,88 | 67 457,84 | 78 173,85 | 67 457,82 | + 0,03 | + 0,02 |
| S_4 | 78 191,45 | 66 874,60 | 78 191,43 | 66 874,60 | + 0,02 | 0,00 |
| 187 | 79 188,21 | 66 974,35 | 79 188,22 | 66 974,38 | — 0,01 | — 0,03 |

Ovakovi oblici poligonskih vlakova rijetko će se u praksi pojaviti. Ipak, unatoč višestruke izlomljenosti razlike u koordinatama identičnih tačaka su praktički beznačajne. To opravdava stanovište, da se poligonski vlakovi mogu elastično prilagoditi potrebama, za koje se postavljaju, uz uslov da su sistematske pogreške poligonalnog pribora ispitane i dovoljno uklonjene.

Ovdje su izneseni samo rezultati mjerenja na kontrolnom bazuu. Radi pomanjkanja prostora ne možemo na žalost iznijeti rezultate radova, koji su fakultetski zavodi, koristeći se ovim saznanjima, izveli na praktičnim radovima.

U konačnom zaključku može se slobodno utvrditi, da u bilo kojim terenskim prilikama, primjena poligonometrije bazisnom letvom daje sasvim zadovoljavajuće rezultate, ako vodimo računa o sistematskim pogreškama letve t. j. adicione konstante, dužine letve, te o ličnim pogreškama opservatora.

Analiziramo li kako djeluju slučajne i sistematske pogreške u poligonskom vlakou, doći ćemo do zaključka, da slučajne pogreške u većem iznosu djeluju na kratke vlakove dok sistematske na dugačke. Ukupno djelovanje slučajnih pogrešaka

opada s dužinom vlaka proporcionalno drugom korijenu iz broja poligonskih strana, dok je ukupno djelovanje sistematskih pogrešaka proporcionalno broju strana. Zato je sa stanovišta tačnosti i ekonomičnosti mjerenja povoljnije postavljati dugačke poligonske vlakove, gdje se korištenjem ove metode mjerenja ne bi pretjerivalo u smanjenju slučajnih pogrešaka mjerenja neracionalnim povećavanjem tačnosti paralaktičkih kuteva, nego ispitanim priborom smanjenju djelovanja sistematskih pogrešaka. Prema našem iskustvu najracionalnije dužine poligonskih vlakova kretale bi se između 7—10 km, kod čega se može sistemom čvornih tačaka osigurati znatna tačnost i homogenost ovakove geodetske osnove. Time se ušteduje postavljanje dopunske triangulacije, koja je u izvjesnim terenskim prilikama teško izvediva, dakle dugotrajna i skupa, a također i manje tačna. To je redovito u ravnom zaraštenom terenu, gradskim područjima, dolinama rijeka, kod postavljanja geodetske osnove za potrebe trasiranja tunela i komunikacija itd.

Osim toga za postavljanje lokalnih triangulacija, u primijenjenoj geod. može ovako primijenjena metoda paralaktičkog mjerenja dužina biti od velike koristi.

Poligonalni pribori, koji proizvode tvornice geodetskih instrumenata su sigurno danas takovih kvaliteta, da se za radove na proglašivanju geodetske osnove danas mnogo više isplati postavljati poligonometriju na spomenuti način. U našoj praksi su to pokazali pribori fy Wild i Zeiss-Jena.

LITERATURA:

- (1) Förstner: Genauigkeit der optischen Streckenmessung mit Theodolit und Basislatte, München 1955.
- (2) Gruber: Optische Streckenmessung und Polygonierung, Berlin 1955.
- (3) Janković: Poligonometrija — Zagreb 1951.
- (4) Janković: Razmatranja o djelovanju sistematskih pogrešaka kod optičkog mjerenja dužina teodolitom i bazisnom letvom, referat na II. Kongresu GIG-a u Ohridu, Geodetski list — Zagreb 1958.
- (5) Janković: Rezultati mjerenja Zeissovim priborom za tačnu poligonometriju Zeissovom invar letvom 3m Geod. List 1947.
- (6) Rudl: Triangulacija i poligonometrija Ljubljane Geod. list 1948.