

Dr NIKOLA NEIDHARDT, Zagreb :

APROKSIMACIJA FORMULA ZA DOZVOLJENA ODSTUPANJA KOD OBIČNOG DIREKTOG MJERENJA DUŽINA POLIGONSKIH STRANICA

Pravilnik o katastarskom premjeravanju iz 1930 g. propisao je za maksimalno dozvoljena odstupanja kod direktnog mjerenja dužina poligonskih stranica izraze:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= 0,01 \sqrt{4d + 0,005 d^2} \\ \Delta_{II} &= 0,01 \sqrt{6d + 0,0075 d^2} \\ \Delta_{III} &= 0,01 \sqrt{8d + 0,01 d^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (A)$$

Kod toga su iznosi Δ_I , Δ_{II} i Δ_{III} maksimalno dozvoljene razlike između dva mjerenja iste dužine d na I, II i III kategoriji terena. Kategorije su bile definirane I.: »kada se mjere dužine pod povoljnim prilikama tj. na terenu bez prepreka«, II.: »pod srednje povoljnim prilikama tj. na terenu sa malim preprekama« i III. kad se: »mjere dužine pod nepovoljnim, teškim prilikama tj. na terenu sa velikim preprekama«.

Formule A bile su propisane za lanac (pantljiku) od 20 m, dok za lanac 50 m »razlika između dva mjerenja ne smije prijeći više od 2/3 dopuštenog odstupanja«, a »kod mjerenja varoši i varošica te vrijednosti se smanjuju za 50%« dok »pri mjerenju optičkim putem na terenu III. kategorije dozvoljeno odstupanje se može povećati za 50%.«

Ne ulazim u to, kako su nastale i k nama prenesene citirane formule. Osvrnuti ću se samo na jedno vanjsko obilježje. Na oko, naime, izgleda, da su kategorije terena ekvidistantne tj. da je srednja kategorija (II) baš u sredini između I i III kategorije. Stvarno su faktori pod korjenom ekvidistantni. Prvi je u prvome izrazu 4, u drugom 6, trećem 8, drugi u prvome 0,005, drugome 0,0075, trećem 0,0100. Ali razlike između I i II kategorije terena su ipak nešto veće nego između II i III kategorije, jer je po srijedi još i korjenovanje. Na pr. za $d = 100$ m izračuna se $\Delta_I = 21,2$ cm, $\Delta_{II} = 25,9$, a $\Delta_{III} = 30,0$ cm, dakle razlike $\Delta_{II} - \Delta_I = 4,7$ cm, dok $\Delta_{III} - \Delta_{II} = 4,1$ cm, analogno za $d = 300$ m, $\Delta_{II} - \Delta_I = 9,1$, a $\Delta_{III} - \Delta_{II} = 7,6$ cm.

Novi Pravilnik za državni premjer II, Beograd 1958, propisao je nova dozvoljena odstupanja. Ona su znatno stroža od formula A. Za obično mjerenje poligonskih stranica i lanac od 50 m glase:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= 0,0070 \sqrt{d} \\ \Delta_{II} &= 0,0090 \sqrt{d} \\ \Delta_{III} &= 0,0120 \sqrt{d} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (B)$$

Srednja kategorija još vidljivije nije posve u sredini između I. i III. kategorije. Ali, dok je kod starih formula bila razlika između Δ_{II} i Δ_I veća nego između Δ_{III} i Δ_{II} , ovdje je obratno. Na pr.:

d	Δ_I	Δ_{II}	Δ_{III}	$\Delta_{II} - \Delta_I$	$\Delta_{III} - \Delta_{II}$
100 m	10,5	13,5	18,0	3,0	4,5
200 m	14,8	19,2	25,4	4,4	6,2
300 m	18,2	23,4	31,1	5,2	7,7

Možemo se pitati, kolike bi se razlike mgole tolerirati?

Kod običnog rada (razred zemljišta D, vangrađevinski reoni) na lancu se procijenjuju parni centimetri. Znači, razlika između dva mjerenja može biti također samo u parnim (duplim) a ne pojedinačnim centimetrima. Prema tome iznosi Δ u tablici za dozvoljena odstupanja 4-1 Pravilnika iz 1958, str. 87, ne bi za razred D zemljišta morali biti na svaki centimetar. Dovoljno je, da su u stepenicama od po 2 cm. Dakle i razlike unutar 2 cm između Δ_{II} i Δ_I naprama Δ_{III} i Δ_{II} možemo smatrati beznačajnima. Naročito, ako doprinose pojednostavljenju formula i njihove upotrebe. U izrazima B lakše je pamtiti i upotrebljavati na pr. $0,007 \sqrt{d}$, $0,009 \sqrt{d}$ i $0,012 \sqrt{d}$ nego da je za Δ_{II} $0,0095 \sqrt{d}$, što bi bila aritmetička sredina između Δ_I i Δ_{III} .

Ali naravno, dozvoljena odstupanja mogu biti i znatno drugačije propisana. Kod nas se za dozvoljene granice obično uzimaju trostruka srednja odstupanja. Po teoriji vjerojatnosti i uz pretpostavku samo slučajnih pogrešaka, takav iznos ima vjerojatnost 997% da ne će biti prekoračen. Zbog tako visokog procenta se i uzima trostruko srednje kao maksimalno odstupanje. Ali na pr, u Francuskoj ne uzimaju trostruko srednje kao maksimalno, već srednje odstupanje množeno samo sa 2,5. Da takova granica ne će biti prekoračena postoji vjerojatnost od 988%, dakle još uvijek vrlo velika vjerojatnost, premda je 3,0 za punih 20% veće od 2,5. Hoću s time da kažem, da je propis granice, propis tolerancije, nešto, što je doduše neophodno potrebno, ali nije posve teoretski fundirano da granica ne bi mogla biti i niža ili viša. Prema tome formule dozvoljenih odstupanja mogu se i aproksimirati, ako se s time olakšava primjena. Aproksimacije su poželjne naročito u strukama, u kojima se mjerenja vrše samo povremeno i pojedinačno, pa na terenu nije pri ruci tablica dozvoljenih odstupanja ni Pravilnik, na pr. u šumarstvu, građevinarstvu i slično.

Poligonske stranice su redovno između 100 i 300 m. Proširimo to područje na 50 do 300 m i pokušajmo za izraze B naći takove aproksimacije, koje bi bilo lako pamtiti i lako po njima na pamet računati.

Svojevremeno sam pomoću teorije najmanjih kvadrata izraze A aproksimirao sa:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= \frac{d}{1000} + 0,10 \\ \Delta_{II} &= \frac{d}{1000} + 0,15 \\ \Delta_{III} &= \frac{d}{1000} + 0,20 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (E)$$

Te je izraze bilo vrlo lako pamtiti i upotrebljavati. A ako je konkretno odstupanje bilo manje od $\frac{d}{1000}$ mjerenja su svakako već zadovoljavala.

Nova dozvoljena odstupanja B znatno su stroža od odstupanja A. Prvo zato, jer je kod A bio normalni propis za lanac od 20 m, a kod B za lanac od 50 m, a drugo, jer su granice stvarno snažno smanjene.

Po novim propisima za lanac od 20 m dozvoljeno je 50% više nego za 50 m. S time se izračuna:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= 0,0105\sqrt{d} \\ \Delta_{II} &= 0,0135\sqrt{d} \\ \Delta_{III} &= 0,0180\sqrt{d} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (C)$$

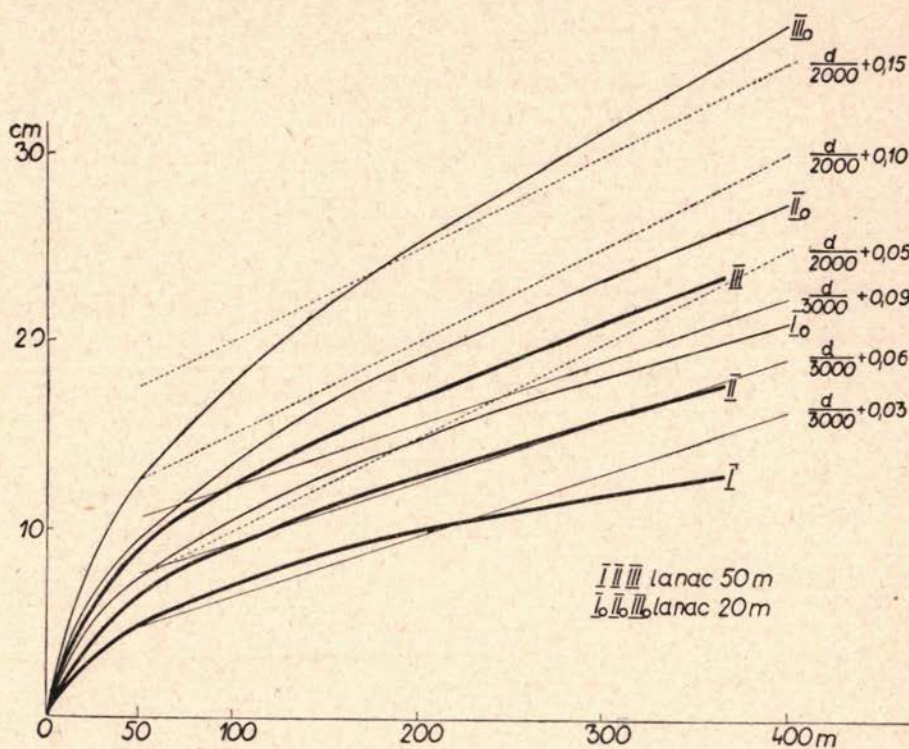
Iznosi C su oko 50% od iznosa A. Efekat postroženja 1958:1930 vrlo je dakle intenzivan.

Držim, da je dovoljno obrazloženo, da se izrazi B i C bar što se tiče rada na zemljištu D razreda, mogu aproksimirati. Aproksimacija može biti manje ili više »stroga«. Dovoljno strogom nazvati ću je, ako je unutar 2 cm,

Aproksimirajmo izraze C sa:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= \frac{d}{2000} + 0,05 \\ \Delta_{II} &= \frac{d}{2000} + 0,10 \\ \Delta_{III} &= \frac{d}{2000} + 0,15 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (D)$$

Ovi izrazi tako su građeni, da se lako pamte i napamet računaju. U sl. 1 ti su izrazi prikazani pravicima uz krivulje za izraze C,



Razlike D—C iznose u cm:

<i>d</i>	I	II	III
50 m	0	+3	+5
100 m	0	+1	+2
200 m	0	+1	0
300 m	+2	+2	-1

Aproksimacija se gotovo može nazvati strogom, osim kod kratkih dužina na slabijim terenima.

Formule B za lanac od 50 m mogu se aproksimirati sa

$$\left. \begin{aligned} \Delta_I &= \frac{d}{3000} + 0,03 \\ \Delta_{II} &= \frac{d}{3000} + 0,06 \\ \Delta_{III} &= \frac{d}{3000} + 0,09 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (F)$$

Odstupanja su u *cm*:

<i>d</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
50 m	0	+1	+2
100 m	-1	0	0
200 m	0	0	-1
300 m	+1	0	-2