

## TRANSFORMACIJA KOORDINATA IZMEĐU SUSJEDNIH KOORDINATNIH SISTEMA KOD GAUSS-KRÜGEROVE PROJEKCIJE

Transoformacija koordinata iz jednog koordinatnog sistema u drugisusjedni spada u one zadatke, koji se redovno javljaju pri prikazivanju većih dijelova Zemljine površine u jednoj kartografskoj projekciji uz neku unaprijed određenu tačnost projekcije. Kako se danas postavljaju relativno strogi zahtjevi na tačnost projekcije, ako se radi o primjeni projekcije za potrebe državnog premjera u krupnim mjerilima, to su vrlo rijetki slučajevi da se područja i manjih država mogu prikazati u jednom koordinatnom sistemu, odnosno u jednoj ravnini projekcije. Danas se, gotovo redovno, traži da deformacija dužina (greška projekcije) kod izabrane projekcije ne bude veća od 1 dm na 1 km, odnosno da ne bude veća od 0,000<sup>1</sup> dotične dužine. Pored toga se, gotovo redovno, primjenjuju projekcije koje zadržavaju jednakost kutova, što ima za posljednicu veliku sličnost geometrijskih likova konačnih veličina i apsolutnu sličnost beskonačno malih likova u prirodi i u projekciji.

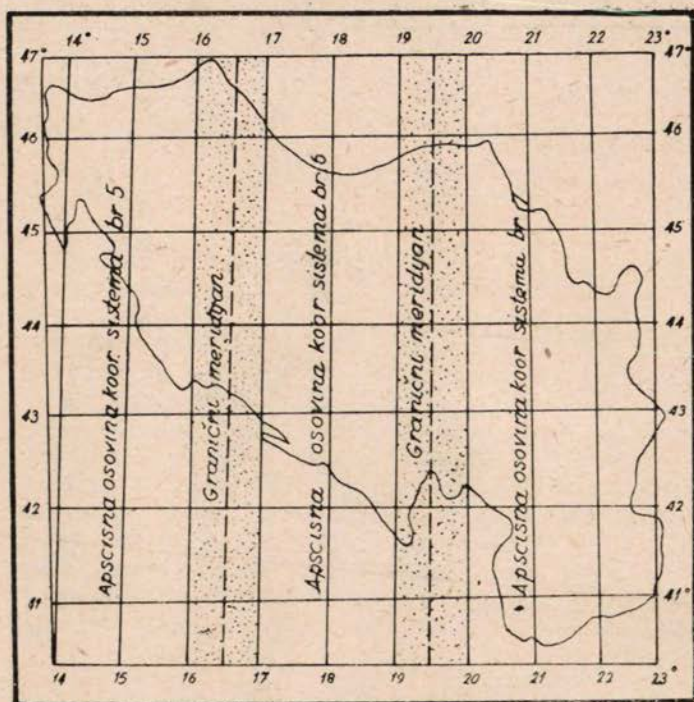
Ispitujući mogućnost prikazivanja našeg državnog područja u jednom koordinatnom sistemu, došlo se do zaključka, da ne postoji nijedna kartografska projekcija u kojoj bi se to područje moglo prikazati u jednom koordinatnom sistemu s deformacijom dužina manjom od 0,0006 neke dužine, odnosno s greškom projekcije manjom od 6 dm na 1 km. Do sličnog rezultata došlo se i ranije, u periodu između dva posljednja rata, kada se je postavilo pitanje izbora projekcije za naše državno područje, iako tada unutar naših državnih granica nije bilo Istre i nekih dalmatinskih otoka.

Daljnijim računanjima i ispitivanjima došlo se do takvih rezultata i prema njima do zaključka, da za naše državno područje trebaju tri koordinatna sistema, pa da deformacija dužina ne bude veća od 1 dm na 1 km. Tako, mi danas imamo tri koordinatna sistema, čije apscisne osi predstavljaju projekcije meridijana od 15°, 18° i 21° geografske dužine. Prema tome vidimo, da naš jedan koordinatni sistem zahvata područje od 3° geografske dužine (Sl. 1).

Da bismo postigli vezu između pojedinih koordinatnih sistema, odnosno da bismo mogli granično područje između dvaju sistema prikazati

u jednom koordinatnom sistemu, potrebno je naći što jednostavnije formule i načine za transformaciju koordinata iz jednog koordinatnog sistema u drugi-susjedni.

Rješenje ovog problema je od velike važnosti u geodetskoj kartografiji, i od što povoljnijeg njegovog rješenja zavisi često i sam izbor projekcije za potrebe državnog premjera.



Sl. 1

Kad se radi o ovome zadatku kod Gauss-Krügerove projekcije, onda je potrebno naglasiti, da je od 1912. godine do danas nađeno vrlo mnogo načina za njegovo rješenje, koji se međusobno bitno ne razlikuju. Posebnu pažnju ovome problemu posvetio je bugarski učenjak prof. dr. Vladimir Hristov, čiji se teoretski izvodi odlikuju originalnošću i kratkoćom, iako su i kod njega konačne formule i rezultati ostali u granicama poznatih rješenja.

Svi ti poznati načini ove transformacije koordinata mogli bi se razvrstati u ove četiri grupe:

1. pomoću prelaza na geografske koordinate;
2. posredstvom jedne pomoćne tačke i redukcije dužina i pravaca;
3. prelazom na Soldnerove koordinate; i



## Drugi način

Zadata je tačka  $P_1$  sa svojim pravokutnim Gauss-Krügerovim koordinatama  $x_1$  i  $y_1$  u koordinatnom sistemu, čija je apscisna os projekcija meridijana koji ima geografsku dužinu  $L$ . Potrebno je odrediti pravokutne koordinate za tu istu tačku u susjednom koordinatnom sistemu, čija je apscisna os projekcija meridijana koji ima geografsku dužinu  $L'$ .

Pretpostavimo li da su koordinatni sistemi od po  $3^0$  geografske dužine, onda je

$$L' = L + 3^0.$$

U ovome slučaju zadatak riješavamo posredstvom jedne pomoćne tačke  $p$ , koju biramo na  $x$ -osi zadanog koordinatnog sistema, i to u neposrednoj blizini tačke  $p_1$ , koja predstavlja projekciju tačke  $P_1$ , koju transformiramo (Sl. 2).

Iz slike vidimo da su koordinate pomoćne tačke  $p$  u koordinatnom sistemu  $L$

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= X, \end{aligned}$$

gdje  $X$  biramo dovoljno blizu apscisi tačke  $P_1$ , čije se koordinate transformiraju.

Pošto sad imamo koordinate dviju tačaka u istom koordinatnom sistemu, možemo između njih izračunati dužinu i azimut geodetske linije. Prema oznakama na sl. 2 dužinu i azimut geodetske linije odredit ćemo po ovim formulama:

$$\operatorname{tg} \nu_1 = \frac{y_1}{x_1 - X} \quad d = \frac{x_1 - X}{\cos \nu_1} = \frac{y_1}{\sin \nu_1} \quad \log s = \log d - u$$

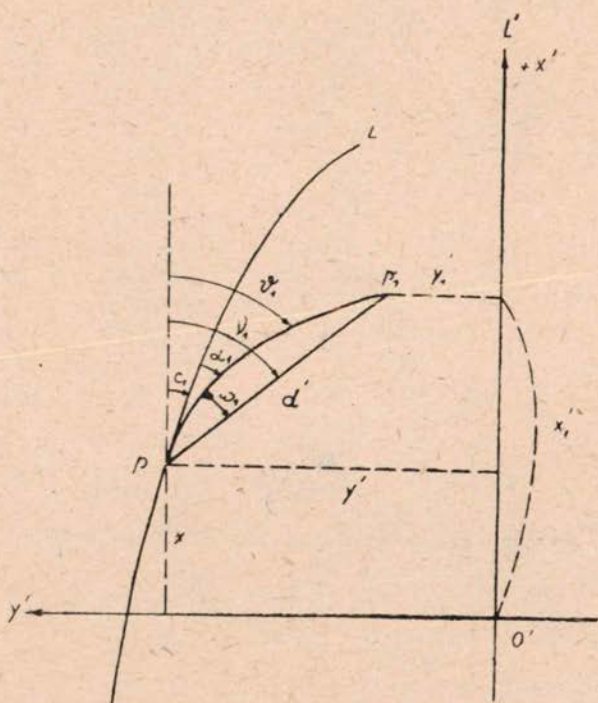
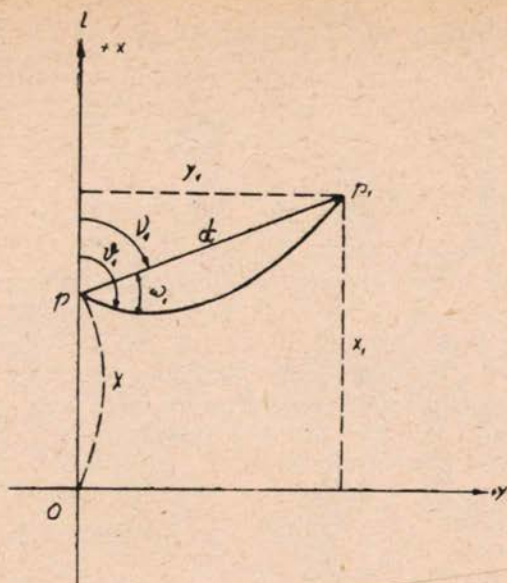
$$u = \frac{\operatorname{Mod} y_1^2}{8R_n^2} + \frac{\operatorname{Mod} y_1^2}{24R_m^2} = \frac{\operatorname{Mod} y_1^2}{6R_m^2}$$

$$\omega''_1 = \varrho'' \frac{x_1 - X}{6R_m^2} (2y_1 + y_2) = \varrho'' \frac{x_1 - X}{6R_m^2} y_1 \quad \alpha_1 = \theta_1 = \nu_1 + \omega_1$$

Ovdje se srednji radius krivine  $R$  odnosi na apscisu

$$X + \frac{x_1 - X}{2} = \frac{X + x_1}{2}$$

Sad dolazi do izražaja uloga pomoćne tačke  $P$ . Prema uslovima pod kojima smo je birali i njenim pravokutnim koordinatama  $(X, 0)$ , njezine su geografske koordinate  $\varphi$  i  $\lambda$ , gdje širina  $\varphi$  odgovara apscisi  $X$ , a  $1 = -3^0$ , s obzirom na koordinatni sistem br.  $n+1$ . Za ove geografske koordinate možemo izračunati pravokutne koordinate u koordinatnom sistemu br.  $n+1$  po poznatim formulama za Gauss-Krügerovu projekciju. Neka su te koordinate  $y'$  i  $x'$  (Sl. 2). Zadatak je sad doveden do stanja iz koga se već može vidjeti konačno rješenje. Naime, sada u novom koordinatnom sistemu imamo koordinate pomoćne tačke  $P(x', y')$  i dužinu i azimut prema tački  $P_1$ , a traže se koordinate tačke  $P_1(y'_1, x'_1)$ .



Sl. 2

Prema poznatim formulama,<sup>1)</sup> a držeći se oznaka sa slike 2, tok računanja je slijedeći:

Najprije izračunamo konvergenciju meridijana  $c_1$  u točki p po formuli

$$c''_1 = (c_1)''y' + (c_2)''y'^3 + (c_3)''y'^5 \quad \dots \quad (2)^2$$

$$\text{ili } \log c_1 = (\epsilon \text{tg} \varphi) - \tau_1 + 2\mu_1; \quad \epsilon = \rho'' \frac{y'}{N}$$

Za izračunavanje konvergencije meridijana  $c$  po ovim formulama potrebna nam je geografska širina  $\varphi$  tačke P, koja odgovara apscisi X, a nju dobivamo na poznati način.<sup>3)</sup>

Zatim prelazimo na računanje približnih koordinatnih razlika, koje će nam omogućiti izračunavanje redukcija pravaca i dužina u novom koordinatnom sistemu. Kao što je poznato, te koordinatne razlike moraju biti određene za tačke triangulacije I reda sa tačnošću od 0,1 km, a kod triangulacije II i III reda sa tačnošću od 1 km. Prema sl. 2, te koordinatne razlike računat ćemo po ovim formulama:

$$\Delta y_0 = y'_1 - y' = s \sin(\alpha_1 - c_1);$$

$$\Delta x_0 = x'_1 - x' = s \cos(\alpha_1 - c_1);$$

a zatim srednje apscise i ordinate

$$y_m = y' + \frac{\Delta y_0}{2}$$

$$x_m = x' + \frac{\Delta x_0}{2}$$

Pošto sad imamo koordinatne razlike i srednje apscise i ordinate, prelazimo na računanje redukcija dužina i pravaca po poznatim formulama. Ako geodetska linija predstavlja stranu triangulacije I reda, onda redukciju pravaca računamo po formuli:

$$\omega_1 = \psi_1 - \psi_2 \quad \dots \quad (4)$$

gdje su:

$$\psi_1 = k_1 y_m \Delta x_0 - k_2 y_m^3 \Delta x_0 + k_3 y_m^2 \Delta y_0 \quad \psi_2 = k_4 \Delta y_0 \Delta x_0 \quad \dots \quad (5)$$

Koeficijente  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  i  $k_4$ , koji su zavisni od argumenta  $x_m$ , uzimamo iz tablica.<sup>4)</sup>

Ako se radi o triangulaciji II ili III reda, onda veličine  $\psi_1$  i  $\psi_2$  uzimamo iz tablica za argumente  $y_m \Delta x_0$  i  $\Delta y_0 \Delta x_0$ .

<sup>1)</sup> B. Borčić: Gauss-Krügerova projekcija, str. 107

<sup>2)</sup> idem str. 108

<sup>3)</sup> B. Borčić: Gauss-Krügerova projekcija, str. 145

<sup>4)</sup> idem str. 108

Pri računanju veličina  $\psi_1$  i  $\psi_2$  po formulama (5), računamo proizvode

$$a \quad \begin{array}{l} y_m \Delta x_0 \text{ i } \Delta y_0 \Delta x_0 \text{ na } 0.01 \text{ km}^2, \\ y_m^3 \Delta y_0 \text{ i } y_m^2 \Delta y_0 \text{ na } \text{km}^4, \text{ odnosno na } \text{km}^3 \end{array}$$

Zatim izračunavamo redukciju dužina  $u$  po formuli:

$$u = k_5 y_m^2 + k_6 \Delta y^2 - k_7 y_m^4, \quad (6)$$

ako strana triangulacije pripada mreži I reda, a inače po formuli:

$$u = \frac{10^7 \text{ Mod } y_m^2}{2 R_m^2} + \frac{10^7 \text{ Mod } \Delta y^2}{24 R_m^2} \quad (7)$$

Članove na desnoj strani ovoga izraza uzimamo iz tablica na poznati način. Veličine  $y_m^2$  i  $\Delta y^2$  u prednjim izrazima računaju se na  $0,01 \text{ km}^2$ , a  $y_m^4$  na  $1 \text{ km}^4$ .

Kad smo izračunali redukciju dužina  $u$ , onda dužinu tetive  $d'$  dobijemo po formuli:

$$\log d' = \log s + u$$

Prema sl. 2 vidimo da je smjerni kut  $v_1$  tetive  $d'$  određen izrazom

$$v_1 = \alpha_1 - c_1 - \omega_1 \quad (8)$$

Sad imamo sve podatke za računanje definitivnih koordinatnih razlika po formulama:

$$\begin{array}{l} \Delta y = d' \sin v_1 \\ \Delta x = d' \cos v_1 \end{array}$$

a zatim su koordinate točke  $P_1$  u novom koordinatnom sistemu dobivamo:

$$\begin{array}{l} y'_1 = y' + d' \sin v_1, \\ x'_1 = x' + d' \cos v_1. \end{array}$$

S ovim je završen računski postupak oko transformacije koordinata tačke  $P_1$  u susjedni koordinatni sistem.

Ovaj zadatak znatno se skraćuje, ako imamo unaprijed izračunate koordinate  $y'$  i  $x'$  i konvergenciju meridijana  $c_1$  za pomoćnu tačku  $p$ , i to za svaki stepen (ili pola stepena) geografske širine, a za dužine  $1 = \pm 3^\circ$ . Međutim, i u tome slučaju zadatak je opterećen još uvijek velikim brojem računskih operacija.

Primjer: Date su pravokutne Gauss-Krügerove koordinate tačke Kloštar Ivanić u koordinatnom sistemu br. 5, a traže se koordinate za tu istu tačku u koordinatnom sistemu br. 6. Koordinate u zadanom koordinatnom sistemu imaju ove brojne vrijednosti:

$$y = + 110\ 832,253\ \text{m}$$

$$x = + 5067\ 536,203\ \text{m}.$$

Pomoćna tačka P neka bude na širini  $\varphi = 45^{\circ} 30'$ . Toj širini odgovara apscisa  $X = 5\ 040\ 001,427\ \text{m}$ . Kako se tačka nalazi na x-osi, njena ordinata je  $y = 0$ . Sad je najprije u ovom (starom) koordinatnom sistemu potrebno odrediti dužinu i azimut između pomoćne tačke P i tačke  $P_1$ , koju transformiramo. To računanje se vrši, prema našem Pravilniku za državni premjer u trigonometrijskom obrascu br. 30 a (Vidi prilog br. 3).

Pošto smo sad odredili odnos između date i pomoćne tačke, odnosno pošto smo između njih izračunali dužinu i azimut geodetske linije, prelazimo na računanje koordinata pomoćne tačke P iz njezinih geografskih koordinata u novom koordinatnom sistemu, čiji srednji meridijan ima geografsku dužinu  $L'$ .

Kao što se vidi iz sl. 2, geografske koordinate pomoćne tačke P, s obzirom na koordinatni sistem dužine  $L'$ , iznose:

$$\varphi = 45^{\circ} 30' 00''$$

$$l = -3^{\circ} 00' 00''.$$

Sad kad su nam poznate geografske koordinate pomoćne tačke, onda njene pravokutne Gauss-Krügerove koordinate računamo po poznatim formulama. Po našem Pravilniku za državni premjer to računanje vršimo u trig. obrascu br. 29 (Vidi prilog br. 4).

Ovdje je potrebno napomenuti, da bi ovaj način računanja trebalo tako pripremiti da se za izvjesno područje, na pr. za jednu državu, izračunaju koordinate i konvergencije meridijana za pomoćne tačke za svakih  $30'$  ili za svaki stepen geografske širine. Tada bi kod konkretnih zadataka otpadalo ovo računanje, koje je pokazano u prilogu br. 4, a potrebni podaci uzimali bi se iz pripremljenih tablica.

Najzad prelazimo na završni dio računanja. Iz pravokutnih koordinata pomoćne tačke, koje smo izračunali u Prilogu br. 4, i dužine i azimuta geodetske linije prema tački  $P_1$ , koje smo izračunali u Prilogu br. 3, računamo koordinate za točku  $P_1$  u novom koordinatnom sistemu. To računanje vršimo u trig. obr. br. 30 (Vidi Prilog br. 5). Koordinate  $y_b$  i  $x_b$  u tome prilogu predstavljaju koordinate u novom koordinatnom sistemu.



### Treći način

Kod ovog načina transformaciju koordinata iz jednog koordinatnog sistema u drugi vršimo pomoću tzv. Soldnerovih koordinata. Ponajprije Gauss-Krügerove koordinate preračunavamo u Soldnerove. Zatim Soldnerove koordinate transformiramo u susjedni koordinatni sistem, pa ih poslije transformacije ponovo preračunavamo u Gauss-Krügerove.

Između konformnih Gauss-Krügerovih koordinata ( $y, x$ ) i sferoidnih Soldnerovih ( $Y, X$ ) postoje slijedeći odnosi:

$$\begin{aligned}
 y &= Y + \frac{Y^3}{6 R_x} + \frac{Y^5}{24 R_x^4}; \\
 Y &= y - \frac{y^3}{6 R_x} + \frac{y^5}{24 R_x^4} = y - d y; \\
 x &= X + \frac{e'^2 \sin 2 \varphi_x Y^4}{12 R_x^3}; \quad \dots \dots \dots (1) \\
 X &= x - \frac{e'^2 \sin 2 \varphi_x Y^4}{12 R_x^3} = x - d x.
 \end{aligned}$$

Ovdje širina  $\varphi_x$  i srednji radius krivine  $R_x$  odgovaraju krajnjoj tački apscise  $X$ , odnosno  $x$ .

Za transformaciju Soldnerovih koordinata iz sistema br.  $n$  u sistem br.  $n+1$  služe ove formule:

$$\begin{aligned}
 Y_{n+1} &= Y_H + v + E + G + I + L \\
 X_{n+1} &= X_H + u + F + H + K + M \quad \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

gdje su:

$$\begin{aligned}
 v &= Y + A + C \\
 u &= x_H + B + D \\
 x_H &= X - X_H \quad \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= Q_1 x_H; \quad B = Q_1 Y; \quad C = Q_2 Y; \quad D = Q_2 x_H Y; \quad F = Q_1 E; \\
 G &= Q_4 Y^2 x_H; \quad H = Q_5 G; \quad I = Q_3 u^2 v; \quad K = Q_3 u v^2; \\
 L &= Q_6 Q_7 u^3; \quad M = Q_7 u Y_{n+1}^2.
 \end{aligned}$$

Logaritmi koeficijenata  $Q$ , koordinate  $Y_H, y_H$  iz dužinu luka meridijana  $X_H$  uzimaju se iz tablica za izabratu pomoćnu tačku, koja se bira tako da njezina apscisa bude što bliže zadatoj apscisi koja se transformira.

Predznaci korekcionih članova  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L$  i  $M$  određuju se prema priloženoj tablici, koju vidi na strani 270.

TABLICA ZA ODREĐIVANJE PREDZNAKA

1. slučaj. Ordinata $Y_H$ je pozitivna				Transformacija iz sistema br. n u sistem br. n - 1			
$Y_n$ pozitivno (+) $X_H$ pozitivno (+)		$Y_n$ pozitivno (+) $Y_H$ negativno (-)		$Y_n$ negativno (-) $X_H$ negativno (-)		$Y_n$ negativno (-) $X_H$ pozitivno (+)	
A -	B +	A +	B +	A +	B -	A -	B -
C -	D -	C -	D +	C +	D +	C +	D -
E +	F +	E +	F +	E -	F -	E -	F -
G +	H -	G -	H +	G -	H +	G +	H -
I ima predznak suprotan od predznaka v				K ima predznak suprotan od predznaka u			
L ima predznak negativan (-)				M ima predznak isti sa predznakom u			
2. slučaj. Ordinanta $Y_H$ je negativna				Transformacija iz sistema br. n u sistem br. n + 1			
$Y_n$ pozitivno (+) $X_H$ pozitivno (+)		$Y_n$ pozitivno (+) $X_H$ negativno (-)		$Y_n$ negativno (-) $X_H$ negativno (-)		$Y_n$ negativno (-) $X_H$ pozitivno (+)	
A +	B -	A -	B -	A -	B +	A +	B +
C -	D -	C -	D +	C +	D +	C +	D -
E +	F -	E +	F -	E -	F +	E -	F +
G -	H -	G +	H +	G +	H +	G -	H -
I ma predznak suprotan od predznaka v				K ima predznak suprotan od predznaka u			
L ima predznak pozitivan (+)				M ima predznak isti sa predznakom u			

Pošto smo pomoću formula (2) transformirali Soldnerove koordinate u susjedni koordinatni sistem, prelazimo na njihovo preračunavanje u Gauss-Krügerove koordinate (razumije se u susjednom koordinatnom sistemu) pomoću ovih formula :

$$y_{n+1} = Y_{n+1} + dY \quad x_{n+1} = X_{n+1} + dX \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

gdje su:

$$dY = \frac{Y_{n+1}^3}{6 R_x^2} + \frac{Y_{n+1}^5}{24 R_x^4}$$

$$dX = \frac{e^{\lambda} \sin 2 \varphi_x Y_{n+1}^4}{12 R_x^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ove formule za preračunavanje Gauss-Krügerovih koordinata u Soldnerove i obratno vrijede samo u tome slučaju ako im je zajednički glavni meridijan, koji se kod jednih i drugih koordinata predstavlja kao x-os.

Postupak računanja vidi se u Prilogu br. 6, strana 277.

Ovaj način transformacije, iako je opterećen velikim brojem računskih operacija, još uvijek je povoljniji od prva dva načina. Nedostatak mu je, što nema nikakvih kontrola u toku računanja, te se eventualne greške primjećuju tek na kraju računanja, odnosno pri kontrolnom računanju, koje se sastoji u ponavljanju postupka, samo tada iz sistema broj n+1 u sistem broj n, ako je prije toga računanje vršeno iz sistema broj n u sistem broj n+1.

Veliko je olakšanje kod ovog načina transformacije u tome, što znatan broj veličina, koje ulaze u računanje, uzimamo iz tablica bez ikakve interpolacije.

<sup>5)</sup> Pravilnik za državni premjer, I dio, Triangulacija, strana 79 i 80. Vermessungsanweisung, XI., strana 35.

Koordinatni sistem br. 5

Arhiva I reda

Tačka čije se koordinate računaju:

Kloštar Franjić

Formule:  $\log L_{u sek} = \log \frac{\epsilon}{\cos \varphi} + \sigma_1 - \tau_1 - \mu_1$

$\log C_{u sek} = \log (\epsilon \operatorname{tg} \varphi) - \tau_1 + 2\mu_1$

$\log (\varphi' - \varphi)_{u sek} = [7,3678899 - 20] + \log \frac{\rho^2}{N^2} \epsilon^2 + \log \operatorname{tg} \varphi' - \sigma_1 - \frac{3}{4}\tau_1 + \mu_2$

$\epsilon = \frac{\rho^2}{N^2} \bar{y}; \varphi = \varphi_0 - (\varphi' - \varphi); \lambda = \lambda_0 + \lambda; \varphi = C - (C - \varphi)$

$\sigma_1 = [5,23070 - 10] \epsilon^2$

Formule za kontrolno računanje: C i ( $\varphi' - \varphi$ )

$\log 2C_{u sek} = \log (2L \sin \varphi) - \sigma_1 + 3\mu_1$

$\log 2(\varphi' - \varphi) = [7,6689499 - 20] + \log \left( \frac{\rho^2}{N^2} \epsilon C \right) - \sigma_1 + \frac{1}{4}\tau_1 + \mu_3$

$\tau_1 = [5,53181 - 10] \left( \frac{\epsilon}{\cos \varphi} \right)^2 - f \left( \frac{\epsilon}{\cos \varphi} \right)^4 = A - B$

$\mu_1 = [7,8273 - 10] \sigma_1 \cos^2 \varphi'$

$\mu_2 = g_1 \mu_1$

$\mu_3 = g_2 \mu_1$

( $\bar{x}$ )	5 067 536 203	1111	$\bar{y}$	+ 110 832 253	1111	( $N\rho^2 : \rho^2$ )	7 3 67 88990	
$\bar{x}_0$	5 065 932 102	1	$2\bar{y}$	+ 221 664 506	11	$(\rho^2 : N^2)$	7 0 18 07364	58
$\bar{x} - \bar{x}_0$	1 604 101	4		5 345 69620	12	$\epsilon^2$	7 107 40596	20
$\delta_1$	0,3	5	$\bar{y}$	5 044 66616	13	$\operatorname{tg} \varphi'$	0 011 33724	59
$(x - \bar{x}_0)$	3 205 23171	7	$\rho^2 : N^2$	8 509 03682	14	$-\sigma_1$	-	2179
$\Delta 1^\circ$	8 510 45590	3	$\epsilon$	3 553 70298	15	$-\frac{3}{4}\tau_1$	-	6710
$\delta_2$	+ 10	6	$\cos \varphi'$	0 156 25760	17	$+\mu_2$	=	30
$\Delta \varphi'$	1 715 68771	8	$+\sigma_1$	+ 2179	40	$(\varphi' - \varphi)_{u sek}$	504 61815	63
$-\$	51 9622	9	$-\tau_1$	- 8947	41	=	31,9608"	72
$\varphi' \bar{x}_0$	45 44	2	$-\mu_1$	- 7	42	=	31,9622"	73
$\varphi'$	45 44 519622	10	$L_{u sek}$	3 709 892 83	43	$\varphi' =$	45° 44' 51 9622"	75
$10^7 M : 6\rho^2$	5 23 078 -10		=	5127,3484"	44	$\varphi =$	45 44 20,0014	76
$\epsilon^2$	7 10 741	19	$+1^\circ 25' 27,3484"$	45	$(2N\rho^2 : \rho^2)$	7 668 94990		
$\sigma_1$	2 35 819 - 217,87	21	$\lambda_0 =$	15°	1111	$(\rho^2 : N^2)$	7 018 07364	64
$\epsilon^2$	7 82 73 -10		$\lambda =$	16° 25' 27,3484"	74	$\epsilon$	3 553 70298	65
$\cos^2 \varphi'$	9 68 75	22	$\epsilon$	3 553 70298	46	$C$	3 564 95089	66
$\mu_1$	9' 85 30 = 0,7	23	$\operatorname{tg} \varphi'$	0 011 33724	18	$-\sigma_1$	-	2179
$g_1$	0 628	24	$-\tau_1$	- 8947	47	$+\frac{3}{4}\tau_1$	+ 2237	68
$g_2$	0 350	25	$+2\mu_1$	+ 14	48	$+\mu_3$	+ 16	69
$\mu_2$	0 481	27	$C_{u sek}$	3 564 95089	49	$2(\varphi' - \varphi)_{u sek}$	1 805 64815	70
$\mu_3$	0 203	28	=	3 672,4077	55	=	63,9217	71
$10^7 M : 3\rho^2$	5 53 181 -10		$C - \varphi'$	+ 1° 01' 12,4077"	56	$2L$	10254,6968	50
$\epsilon^2 : \cos^2 \varphi'$	7 41 992	29	$\varphi$	+ 01' 12,4052"	77	$2L$	4 010 92282	51
A	2 95 173 = 894,8	31				$\sin \varphi'$	9 855 07964	16
f	4 336	26				$-\sigma_1$	-	2179
$\epsilon^4 : \cos^4 \varphi'$	14 8398	30				$+3\mu_1$	+ 21	53
B	9 1758 = 0,1	32				$2C_{u sek}$	3 865 98088	54
A - B = $\tau_1$	894,7	39				=	7344,8154"	57

$\cos \varphi' = 9,84376 - 240$



Koordinatni sistem br 5

Međa I. reda

Računanje dužine i azimuta geodet. linije iz ravnih pravouglanih koordinata

Date tačke:  $T_a$ : P (pomocna tačka)  $T_b$ : Kloštar Ivanic

Formule:  $tg v_a^b = \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}}$ ;  $tg(45^\circ + y_a^b) = \frac{\Delta \bar{x} + \Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x} - \Delta \bar{y}}$ ;  $d_{a-b} = \frac{\Delta \bar{y}}{\sin v_a^b} = \frac{\Delta \bar{x}}{\cos v_a^b}$

$\psi_a = k_1 \bar{y}_m \Delta \bar{x} - k_2 \bar{y}_m^3 \Delta \bar{x} + k_3 \bar{y}_m^5 \Delta \bar{x}$ ;  $\psi_b = k_4 \Delta \bar{y} \cdot \Delta \bar{x}$

$w_a^b = \psi_a - \psi_b$ ;  $\theta_a^b = v_a^b + w_a^b$ ;  $u = k_5 \bar{y}_m^2 + k_6 \Delta \bar{y}^2 - k_7 \bar{y}_m$ ;  $\log S_{a-b} = \log d_{a-b} - u$

$\log C_{a-cis} = \log(e \cdot tg \varphi) - \tau + \mu_1$ ;  $\tau = \frac{10^7 M}{3 \rho^2} \frac{e^2}{\cos^2 \varphi} - f \frac{e^4}{\cos^4 \varphi}$ ;  $2\mu_1 = \frac{10^7 M}{3 \rho^2} e^2 (e \cos \varphi)^2$

$\pm \alpha_a^b = \theta_a^b + C_a \pm$

( ) $\bar{y}_b = +110\ 832.253$	$\bar{x}_b = 5\ 067\ 536.203$	$\bar{y}_m = +55\ 416.126$	16
( ) $\bar{y}_a = 0.000$	$\bar{x}_a = 5\ 040\ 001.427$	$\bar{x}_m = 5\ 053\ 768.815$	17
$\bar{y}_b - \bar{y}_a = \Delta \bar{y} = +110\ 832.253$	$\bar{x}_b - \bar{x}_a = \Delta \bar{x} = +27\ 534.776$	$\bar{y}_m^2 = 3\ 070.933$	18
$\Delta \bar{x} + \Delta \bar{y} = +138\ 367.029$	$\Delta \bar{x} - \Delta \bar{y} = -83\ 297.477$	$\bar{y}_m \cdot \Delta \bar{x} = 1525.880$	19
$\Delta \bar{y} \dots 5\ 044\ 666.16$	$(\Delta \bar{x} + \Delta \bar{y}) \dots 5\ 141\ 032.61$	$\bar{y}_m^2 \cdot \Delta \bar{y} = 4\ 686\ 346.0$	20
$\Delta \bar{x} \dots 4\ 439\ 881.55$	$(\Delta \bar{x} - \Delta \bar{y}) \dots 4\ 920\ 631.85$	$\Delta \bar{y} \cdot \Delta \bar{x} = 340\ 881.0$	21
$tg\ v_a^b = 0.604\ 784.61$	$tg(45^\circ + v_a^b) \dots 0\ 220\ 400.76$	$\Delta \bar{y}^2 = 12\ 276.64$	22
$\sin\ v_a^b = 9.986\ 994.86$	$= 121\ 025.163$	$\bar{y}_m^4 = 9\ 431\ 041.0$	23
$\cos\ v_a^b = 9.382\ 210.25$	$\bar{y}_a = 0.000$	$k_1(\bar{y}_m \cdot \Delta \bar{x}) = +3\ 869$	25
$d_{a-b} = 5\ 057\ 671.30$	$\rho' : N' \dots$	$-k_2(\bar{y}_m^3 \Delta \bar{x}) = 0$	26
$u = 2185$	$\epsilon \dots$	$-k_3(\bar{y}_m^5 \Delta \bar{y}) = 0$	27
$S_{a-b} = 5\ 057\ 649.45$	$tg\ \varphi' \dots$	$\psi_a = +3\ 869''$	29
$v_a^b = 76\ 02\ 53\ 161$	$-\tau_1 =$	$k_4 \Delta \bar{y} \Delta \bar{x} = \psi_b = +1\ 288$	28
$+w_a^b = 2\ 581$	$+2\mu_1 =$	$w_a^b = \psi_a - \psi_b = +2\ 581''$	30
$\theta_a^b = 76\ 02\ 55\ 742$	$C_a = 0.000''$	$k_5 \bar{y}_m^2 = +163.94$	31
$\bar{x}_a = 5\ 040\ 001.427$	$\theta_a^b = 76\ 02\ 55\ 742$	$k_6 \Delta \bar{y}^2 = +54.61$	32
$\bar{x}_o =$	$\alpha_a^b = 76\ 02\ 55\ 742$	$-k_7 \bar{y}_m^4 = 0$	33
$\bar{x}_a - \bar{x}_o =$	$\frac{10^7 M}{3 \rho^2} = 5\ 53\ 181$	$u = +218.55$	34
$\dots$	$\epsilon^2 \cos^2 \varphi' \dots$	$\epsilon \dots$	52
$1:\Delta 1' \dots$	$A \dots$	$\cos \varphi' \dots$	53
$+d_2 =$	$f \dots$	$\epsilon \cdot \cos \varphi' \dots$	54
$\Delta \varphi' =$	$\epsilon^4 \cos^4 \varphi' \dots$	$\epsilon : \cos \varphi' \dots$	55
$=$	$B \dots$	$\frac{10^7 M}{3 \rho^2} e^2 \dots 3.359$	
$\varphi' \bar{x}_o =$	$\tau_1 = A - B =$	$(e \cos \varphi')^2 \dots$	65
$\varphi_a^b = 45\ 30\ 00.0000$		$2\mu_1 \dots$	66

Koordinatni sistem br. 6

Mreža I reda

Računanje ravnih pravouglkih koordinata i konvergencije meridijana iz geografskih koordinata

Tačka čije se koordinate računaju:

Prvina tačka P

Formule:  $\log y = \log \left( \frac{M}{\rho''} \cos \varphi \right) - \sigma + \tau + \nu - \kappa l^4$

$\log (\bar{x} - \bar{X}) = \log \left( \frac{M l^2}{4 \rho''^2} \sin 2\varphi \right) - \frac{\sigma}{2} + \frac{3}{2} \tau + \frac{9}{2} \nu$

$\bar{x} = (\bar{x} - \bar{X}) + \bar{X}$

$\sigma = \frac{10^7 M}{6 \rho''^2} \cdot l^2 [5.230783_{10}] \cdot l^2$

$\log \gamma = \log (l \sin \varphi) + \tau + 2\nu$  ili  $\log 2\gamma = \log (2l \sin \varphi) + \tau + 2\nu$

$\tau = \frac{10^7 M}{3 \rho''^2} \cdot l^2 \cos^2 \varphi = 2\sigma \cos^2 \varphi$

Formule za kontrolno računanje  $\sigma, \tau, \nu$  i  $\kappa l^4$

$\nu = \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \cdot \tau = [7.5263] \cos^2 \varphi \cdot \tau$

$\tau = \sigma (1 + \cos^2 2\varphi)$

$\kappa = \frac{M}{180 \rho''^4} (1 + 20 \cos^2 \varphi - 26 \cos^4 \varphi)$

$\nu = \frac{\sigma}{2} \tau^2$

$\kappa l^4 = (10^{-3} \sigma)^2 \cdot 0,20$

( ) $\lambda = 15^\circ$	$\equiv$	$2\lambda = 30^\circ$	1	( ) $\varphi = 45^\circ 30' 00''$	$\equiv$
$\lambda_0 = 18^\circ$	$\equiv$	$2\lambda_0 = 36^\circ$	2	$2\varphi = 91^\circ 00' 00''$	20
$\lambda - \lambda_0 = l = -3^\circ$	3	$2\lambda - 2\lambda_0 = 2l = -6^\circ$	4	$\sigma_1 =$	12
$l$ u sek. = -10800	5	$2l$ u sek. = -21600	6	$\sigma_1' \Delta \varphi =$	10
				$\Delta \bar{x} =$	17
				$\bar{x}_0 =$	9
				$\bar{x} = 5\ 040\ 001,427$	18
$l$ ... 4 033 42376 a	7	$\frac{l}{2\rho''}$ 4 083 5149 0		$\sigma_2 =$	13
$\frac{M}{\rho''}$ 1 490 956890	19	$\frac{M l}{\rho''^2}$ 5 524 3806 5	24	$\Delta \varphi$ ...	14
$\cos \varphi$ ... 9 845 66180 0	22	$l$ ... 4 033 4237 6	63	$\Delta \varphi'$ ...	11
$-\sigma =$ x 80 1660	48	$\sin 2\varphi$ ... 9 999 9338 5	23	$\Delta \bar{x}' =$	15
$\tau =$ 19 4980	49	$-\frac{\sigma}{2} =$ x 007 8	64		16
$\nu =$ 322	50	$+\frac{3}{2}\tau =$ 2924 7	65	$10^7 M : 6\rho''^2$ 5 23 078	
$-\kappa l^4 =$ x 18	51	$+\frac{9}{2}\nu =$ 14 5	66	$l^2$ 8 06 685	25
$\bar{y}$ ... 5 370 039230	52	$\bar{x} - \bar{X}$ ... 3 641 4478 6	67	$\sigma$ ... 3 29 763 - 1984 4	26
$=$ -234 444 058	53	$=$ 4 379,735	74	$2$ ... 0 30 103	
$2y =$ -468 888 116	54	$\bar{X} = 5\ 040\ 001,427$	75	$\cos^2 \varphi$ ... 9 69 132	27
		$\bar{x} = 5\ 044\ 381,162$	76	$\tau$ ... 3 28 998 - 1949 78	28
$2l$ u sek. ... 4 334 45376 n	8	$\frac{l}{2\rho''}$ ... 4 384 5449 0		$e^{i^2} \cdot 2$ ... 7 52 63	29
$\sin \varphi$ ... 9 853 24205	21	$\tau$ ... 3 886 86 14 3	68	$\cos^2 \varphi$ ... 9 69 13	
$\tau =$ 19 498	56	$2\bar{y}$ ... 5 671 06 92 3	55	$\nu$ ... 0 50 76 = 3,22	30
$2\nu =$ 64	57	$+\frac{\sigma}{2} =$ 992 2	69	$\kappa$ ... 3 78 2	31
$2\tau =$ 4 187 89143 n	58	$-\frac{\sigma}{2} =$ x 025 1	70	$l^4$ ... 16 13 4	32
$=$ -15 413,1509	60	$+\frac{3}{2}\nu =$ 48	71	$\kappa l^4$ ... 9 91 6 = 0,82	33
$\tau$ ... 3 886 86 14 2	59	$2(\bar{x} - \bar{X})$ ... 3 942 4777 6	72	$(10^{-3} l) =$ 10,8	38
$=$ -7 706,5755	61	$=$ 8759,469	73	$(10^{-3} l)^2 =$ 116,64	39
$=$ -2 0826,576	62			$\sigma =$ 1984,4	40
				$\tau =$ 0,982 5476	41
				$\tau_2 =$ 1949,8	42
				$\tau_2 =$ 974,9	43
				$\eta^2 =$ 0,003 301	44
				$\nu$ ... 3,22	45
				$(10^{-3} \sigma)^2 =$ 3,94	46
				$\kappa l^4 =$ 0,79	47

Kontrolno računanje tačke (x-bar - X)

Koordinatni sistem št 6

Mreža I. reda

Računanje ravnih pravouglanih koordinata iz dužine i azimuta geod. linije

Data točka:  $T_a$ Točka čije se koordinate računaju:  $T_b$ 

Pomoćna točka P

Kloštar Ivanić

Formule:

$$\varphi'_a = \varphi'_x + \Delta\varphi' = \frac{(\bar{x}_a - \bar{x}_0) - d_x}{d_y}; \quad c_a = (c_1)\bar{y}_a + (c_4)\bar{y}_0^3 + (c_5)\bar{y}_0^5$$

$$\Theta_a^b = \alpha_a^b - c_a^b; \quad \Delta\bar{y}_0 = s_{a3} \sin \Theta_a^b; \quad \Delta\bar{x}_0 = s_{a3} \cos \Theta_a^b; \quad \bar{y}_m = \bar{y}_0 + \frac{\Delta\bar{y}_0}{2}; \quad \bar{x}_m = \bar{x}_0 + \frac{\Delta\bar{x}_0}{2}$$

$$\Psi_a = k_1 \bar{y}_m \Delta\bar{x}_0 - k_2 \bar{y}_m^3 \Delta\bar{x}_0 + k_3 \bar{y}_m \Delta\bar{y}_0; \quad \Psi_b = k_4 \Delta\bar{y}_0 \Delta\bar{x}_0; \quad W_a^b = \Psi_a - \Psi_b$$

$$U = k_5 \bar{y}_m^2 + k_6 \Delta\bar{y}^2 - k_7 \bar{y}_m^4; \quad V_a^b = \Theta_a^b - W_a^b; \quad \Delta\bar{y} = d_{a3} \sin V_a^b; \quad \Delta\bar{x} = d_{a3} \cos V_a^b$$

$$d_{a3} = s_{a3} + U; \quad \bar{y}_b = \bar{y}_0 + \Delta\bar{y}; \quad \bar{x}_b = \bar{x}_0 + \Delta\bar{x}$$

$\bar{x}_0 =$	5 044 381 162	1	(	$\bar{y}_0 =$	- 234 444, 058	≡	(	$\bar{x}_a =$	5 044 381 162	≡
$\bar{x}_0 =$	5 043 705 744	2		$\Delta\bar{y} =$	+ 111 824 656	57		$\Delta\bar{x} =$	+ 23 376 092	58
$x_a - \bar{x}_0 =$	+ 675, 418	4		$\bar{y}_b =$	- 122 619 402	59		$x_b =$	5 067 757 254	60
$-\delta_x =$		5								
$\Delta\varphi' =$	21, 8798	6		$\Delta\bar{y}_0 \dots$	5 048 376 396	27		$J\alpha_a^b =$	76 02 55 742	≡
$\varphi'_x =$	45 32	3		$\sin \Theta_a^b \dots$	9 990 707 282	25		$-c_a =$	+ 2 08 26 597	22
$\varphi'_a =$	45 32 21, 8798	7		$s_{a3} \dots$	5 057 669 114	24		$\Theta_a^b =$	78 11 22 339	23
$(c_1) \dots$	8 517 1279 2	8		$\cos \Theta_a^b \dots$	9 311 064 48 8	26		$-W_a^b =$	+ 11 674	50
$\Delta c_3 =$	+ 920 0	9		$\Delta\bar{x}_0 \dots$	4 368 733 60 2	28		$V_a^b =$	78 11 34 013	51
$\bar{y}_a \dots$	5 370 0392 3	12		$\Delta\bar{y}_0 =$	+ 111 783, 163	29		$k_1 \bar{y}_m \Delta\bar{x}_0 =$	- 10, 581°	40
$(c_2)\bar{y}_a \dots$	3 887 2591 5	15		$\Delta\bar{x}_0 =$	+ 23 374, 030	30		$-k_2 \bar{y}_m^3 \Delta\bar{x}_0 =$	+ 0, 003	41
$(c_4) \dots$	4 73 79	10		$\bar{y}_m = \bar{y}_0 + \frac{\Delta\bar{y}_0}{2} =$	- 178 552, 477	31		$k_3 \bar{y}_m \Delta\bar{y}_0 =$	+ 0, 009	42
$\bar{y}_a^3 \dots$	16 11 01 - 20	13		$\bar{x}_m = \bar{x}_0 + \frac{\Delta\bar{x}_0}{2} =$	5 056 068, 177	32		$\Psi_a =$	- 10, 569	44
$(c_4)\bar{y}_a^3 \dots$	0 84 80	16		$\bar{y}_m^2 =$	+ 31 880, 1	33		$k_4 \Delta\bar{y}_0 \Delta\bar{x}_0 = \Psi_b =$	+ 1, 105"	43
$(c_5) \dots$	1 14 - 30	11		$\bar{y}_m \Delta\bar{x}_0 =$	- 4 172 7	34		$W_a^b = \Psi_a - \Psi_b =$	- 11, 674	45
$\bar{y}_a^5 \dots$	26 85	14		$(\bar{y}_m \Delta\bar{x}_0) \bar{y}_m^2 =$	- 133 035 240	35		$(\omega_a): k_5 \bar{y}_m^2 =$	+ 1701, 49	46
$(c_5)\bar{y}_a^5 \dots$	7, 99 - 10	17		$\bar{y}_m^2 \Delta\bar{y}_0 =$	3 563 546	36		$(\omega_b): k_6 \Delta\bar{y}_0^2 =$	+ 55, 62	47
$(c_3) \bar{y}_a =$	- 7713, 6362	18		$\Delta\bar{y}_0 \Delta\bar{x}_0 =$	+ 2612, 3	37		$-k_7 \bar{y}_m^4 =$	- 0, 22	48
$(c_4) \bar{y}_a^3 =$	+ 7, 0486	19		$\Delta\bar{y}_0^2 =$	+ 12494, 77	38		$U =$	+ 1756, 89	49
$(c_5) \bar{y}_a^5 =$	- 0, 0098	20		$\bar{y}_m^2 =$	1 016 334 400	39		$\Delta\bar{y} \dots$	5 048 53751 1	55
$C_a = \text{sek} =$	- 7706, 5974	21						$\sin V_a^b \dots$	9 990 71 242 0	53
	- 2° 08' 26, 597"							$U =$	175689	52
								$J s_{a3} \dots$	5 057 64 946 2	≡
								$\cos V_a^b \dots$	9 310 94675 9	54
								$\Delta\bar{x} \dots$	4 368 77191 0	56

$$k_1 = 0,00253548 \quad k_4 = 0,00042258 \quad k_5 = 0,0533847$$

$$k_2 = 20778 \quad k_3 = 2671 \quad k_6 = 0,004449 \quad k_7 = 2188$$



