

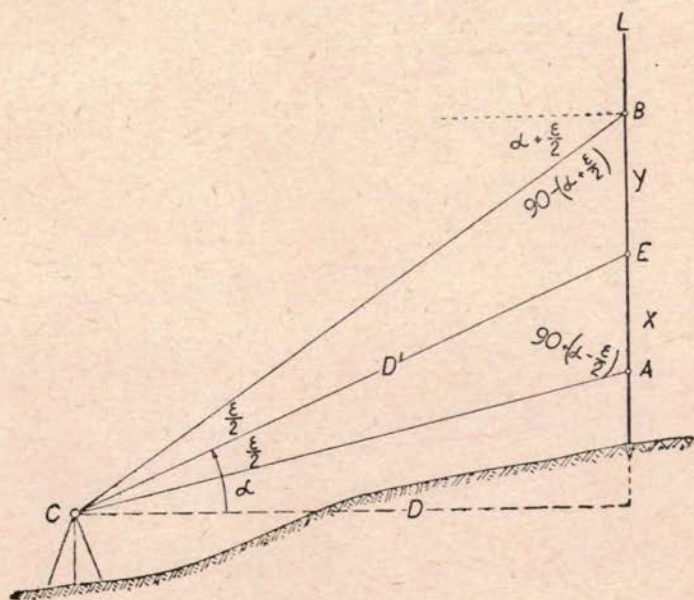
ČITANJE PREKO SREDNJE NITI KOD REICHENBACHOVOG MJERENJA DUŽINA

Pravilnik za državni premjer II dio, Beograd 1958, u članu 47 među ostalim propisuje:

“(2) Sva čitanja na letvi vrše se na milimeter. Pri čitanju sa tri konca vrijednost pročitana srednjim koncem mora biti jednaka aritmetičkoj sredini čitanja gornjim i donjim koncem; odstupanje od ovoga može da iznosi 1 milimeter.»

Dakle, propisano je, da se čitanje preko srednje niti mora do na jedan milimeter slagati. Taj propis je odviše strog.

Pretpostavimo, da je srednja vodoravna nit nitnoga križa posve egzaktno, posve točno, na sredini između gornje i donje niti. I uz



Sl. 1

ovakovu pretpostavku citirani je propis prestrog. Ne uzima, izgleda, u obzir činjenicu, da je teoretski samo kod vodoravne vizure čitanje preko srednje niti (s) točno jednako sredini preko gornje (g) i donje (d) niti t. j. $s = \frac{g + d}{2}$.

Kod nagnute vizure to nije i ne može biti posve strogo.

Neka je (sl. 1) vizura nagnuta spram horizontale za kut α , a paralaktički kut $\varepsilon = 34'23'' = 2063''$ t. j. multiplikaciona konstanta $K = 100$. Srednju nit zamislimo, kako je rečeno, posve točno u sredini između gornje i donje. Dakle vizure preko gornje i donje niti neka su odmaknute strogo za $\frac{\varepsilon}{2}$ od srednje vizure. Letvu L zamislimo sasvim točno vertikalnom. Onda je kut kod B u trokutu CAB jednak $90^\circ - \left(\alpha + \frac{\varepsilon}{2}\right)$, a kut kod A u istome trokutu $90^\circ + \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2}\right)$. Donji odsječak letve $AE = x$ nije posve jednak gornjem odsječku $EB = y$ usprkos tome, što je paralaktički kut ε pretpostavljen točno raspolovljen.

Kosu dužinu od instrumenta (C) do točke E , u kojoj vizura preko srednje niti pogađa letvu, nazovimo D' . Ako je vodoravna dužina D , kosa je $D' = D : \cos\alpha$.

Po sinusovom pravilu iz trokuta CAE i trokuta CEB imamo:

$$x : D' = \sin \frac{\varepsilon}{2} : \sin \left\{ 90^\circ + \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\} \quad (1)$$

$$y : D' = \sin \frac{\varepsilon}{2} : \sin \left\{ 90^\circ - \left(\alpha + \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\} \quad (2)$$

i odatle:

$$x = \frac{\sin \frac{\varepsilon}{2}}{\cos \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2} \right)} D' = \frac{\sin \frac{\varepsilon}{2}}{\cos \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2} \right)} \frac{D}{\cos \alpha}$$

$$x = \frac{D}{\cos^2 \alpha \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \quad (3)$$

odnosno:

$$y = \frac{D}{\cos^2 \alpha \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2} - \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \quad (4)$$

Za $D = 100 \text{ m}$ i $\epsilon = 34'23'' = 2063''$ izračuna se:

α	5°	10°	20°	30°
x	503,61	515,09	565,21	664,75
y	504,05	516,00	567,27	668,60
$\Delta = y - x$	0,44	0,91	2,06	3,85 mm

Razlika Δ između y i x iznosi dakle $\alpha = 30^\circ$ čak 3,85 mm.

Kod depressionih kuteva biti će $x > y$ a ne $y > x$, a razlike $y - x$ iste samo obrnutog predznaka.

Ako su čitanja preko gornje i donje niti nitnog križa (sl. 1) A i B , aritmetička sredina je:

$$\begin{aligned} \frac{A+B}{2} &= \frac{A}{2} + \frac{B}{2} = \frac{A}{2} + \frac{A+x+y}{2} = A + \frac{x+y}{2} = A + \frac{x}{2} + \frac{x+\Delta}{2} = \\ &= A + x + \frac{\Delta}{2} = E + \frac{\Delta}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Znači, da kod nagnute vizure čitanje na srednjoj niti nije aritmetička sredina između čitanja preko donje i gornje niti. Razlika je $\frac{\Delta}{2}$ odnosno kod $D = 100 \text{ m}$ i $K = 100$ za

$\alpha = 5^\circ$	10°	20°	30°
$\frac{\Delta}{2} = 0,22$	0,46	1,03	1,92 mm

Kod cca 20° razlika dosiže 1 mm. To nije slučajna nego sistematska pogreška.

A šta je s ostalim izvorima pogrešaka?

Na cm-letvi milimetre procijenjujemo. Neka je srednja pogreška toga procjenjivanja $\pm m$. Njena veličina ovisi o povećanju durbina, o sposobnostima opservatora, o letvi, a naročito o dužini D . Vidi raspravu Ing. N. Svečnikov »O uticaju nekih činilaca na tačnost određivanja odstojanja običnim tahimetrom«, Geodetski Glasnik, Beograd 1946, str. 85.

Ako je srednja pogreška pojedinog procjenjivanja $\pm m$, srednja pogreška aritmetičke sredine iz čitanja A i B je $\frac{m}{\sqrt{2}}$. Pošto je srednja pogreška čitanja preko srednje niti također $\pm m$, srednja pogreška razlike između $(A+B):2$ i E izlazi:

$$\sqrt{m^2 + \frac{m^2}{1}} = m\sqrt{1,5} = 1,225 m \quad (6)$$

Ako bi m bilo cca $\pm 1 \text{ mm}$, srednja pogreška razlike između aritmetičke sredine $(A+B):2$ i čitanja E preko srednje niti bila bi već preko 1 mm, a maksimalna trostruko (ili 2,5 puta) tolika.

Ing. N. Svečnikov u citiranoj radnji navodi formulu Dr. Eggerta, po kojoj je srednja pogreška procjenjivanja podjele na letvi:

$$m_e = \pm (0,136 \frac{d}{u} + 0,0292 T)$$

gdje je d dužina u metrima, u povećanje durbina, T interval letve u $T = 10$ mm i $u = 20$ izlazi $m = \pm 0,97$ mm. Za letvu s podjelom u obliku milimetrima, a m također u milimetrima. Odatle za $d = 100$ m, klinova Ing. Svečnikov je dobio za dužinu od 100 m polovicu tolike vrijednosti. Možemo dakle svakako uzeti, da m iznosi na 100 m od 0,5 do 1 mm, a po formuli (6) 1,22 m od 0,6 do 1,2 mm, dok trostruko (maksimalno) od 1,8 do 3,6 mm.

Još razne druge uplive nismo uzeli u obzir. Na pr. nagnutost letve, titranje zraka, refrakciju, srednja nit da nije točno u sredini i t. d. Analitički te uplive ne ću ni razmatrati. Radije ću pokušati iz konkretnih mjerenja statistički donekle izvući, kolike se razlike mogu očekivati između aritmetičke sredine čitanja preko gornje i donje i čitanja preko srednje niti. Iz dosadanje analize već izlazi, da je granica od samo 1 mm svakako prestroga.

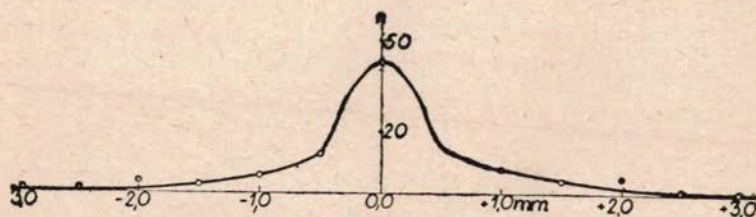
Zavod za geodeziju Šumarskog fakulteta u Zagrebu vršio je 1959 mjerjenja fakultetske šume Zalesina u Gorskom Kotaru. Iz tahimetrijskih zapisnika uzeo sam nasumce jedan svezak (br. 6) i u tome svesku razmotrio prvih 100 optički mjerenih dužina (str. 101 do 110 Zapisnika). Instrument Zeiss Th IV br. 66 606. Od tih 100 mjerjenja bilo je dužina od — do:

0—20m,	20—40m,	40—60m,	60—80m,	80—100m,	100—120m,	120—130m
n: 19	34	19	11	2	11	4

Maksimalni visinski kut bio je 27 centezimalnih stupnjeva na dužini 78 m.

U razmatranih 100 slučajeva razlike između $(A + B) : 2$ i E bile su u slijedećim iznosima i slijedećem broju (n) slučajeva:

mm	-3,0	-2,5	-2,0	-1,5	-1,0	-0,5	0,0	+0,5	+1,0	+1,5	+2,0	+2,5	+3,0
n	1	1	4	3	6	13	43	10	8	4	5	1	1



Sl. 2

Grafički je to prikazano u sl. 2. Distribuciona krivulja je prilično pravilna i simetrična, premda se radi samo o razmjerno malom broju slučajeva. Usprkos dobre optike instrumenta, ipak su se odstupanja kretala čak do 3 mm.

Iz navedenih 100 razmatranih opažanja izračuna se zbroj kvadrata odstupanja $[vv] = 102$, odnosno srednje odstupanje ± 1 mm. Maksimalno bi onda bilo ± 3 mm.

Podatci za sl. 2, usprkos zvonolikosti i simetričnosti distribucije, pokazuju, da po srijedi nisu samo slučajne pogreške. Previsok je broj većih odstupanja. Kod samo slučajnih pogrešaka vjerojatnost da trostruka ne će biti prekoračena, iznosi 997‰, a ovdje na pr. od samo 100 slučajeva već dva puta imamo trostruko srednje odstupanje. Jednom $+ 3$ mm, drugi puta $- 3$ mm. Razlog je (po svoj prilici) u uplivu sistematske pogreške, o kojoj je riječ na početku ovoga članka. Kod elevacionih kuteva taj je upliv na pr. plus, kod depresionih minus, a pošto su elevacije i depresije jednako vjerojatne, predznak toga upliva ima slučajan karakter, premda se radi o tipičnoj sistematskoj pogrešci. Osim toga krivulja na pr. u sl. 2 nekako nema infleksione točke kod srednje pogreške. Vjerojatno iz istoga razloga.

Moram napomenuti, da se čl. 47 Pravilnika iz 1958 zapravo tiče mjerenja poligonskih stranica. Naprotiv sl. 2 je konstruirana uglavnom samo na temelju podataka mjerenja detalja. Možda bi se bolji uvid dobio na temelju mjerenja samo poligonskih stranica. Član 101 Pravilnika za detaljne točke »izuzetno dozvoljava odstupanje do 2 mm“.

Po svemu ipak izgleda, kako s aspekta teoretske analize tako i aspekta praktičnih opažanja, da propisane granice od 1 mm za poligonske stranice i »izuzetno« 2 mm za detalj treba povisiti. Poblježe bi još trebalo istražiti, do koje granice da se izvrši to povećanje. (Možda bi se kod manjih dužina moglo dozvoliti 1 mm, kod većih 2 mm, a kod jače nagnutih vizura još i milimetar više za strminu).

Sretnu Novu Godinu

svim suradnicima i pretplatnicima

Uredništvo