Ing. ĐURO BERKOVIĆ — Beograd

PRILOG TEMI »OTKRIVANJE PODZEMNOG CENTRA TRIGONOM. TAČKE, ČIJA JE GORNJA BELEGA NESTALA«

Mehanizacijom naše poljoprivrede a naročito dubokim oranjem traktorima, gornje belege trig. tačaka izložene su uništenju — pogotovo kada se nalaze u njivama a nisu obeležene visokim belegama. Trigonom. tačke se obično postavljaju pored puteva, no komasacijom, tabliranjem velikih državnih ili zadružnih imanja, mreža puteva se često menja, tako da će gornje belege ovih tačaka, usled obrade zemljišta na kome se nalaze vremenom nestati. A kada ove tačke ponovo treba da služe za podlogu novim geodetskim radovima, njihovo otkrivanje, odnosno otkrivanje njihovih podzemnih centara nije uvek jednostavan posao, jer su podaci o njihovom položaju u trig. obr. broj 27 usled promene situacije često zastareli.

Tada se primenjuju razne metode da bi se mesto centra trig. tačke odredilo barem do na $1/2$ metra tačno, jer je svako kopanje bez dovoljno tačno određenog mesta neopravdan gubitak vremena.

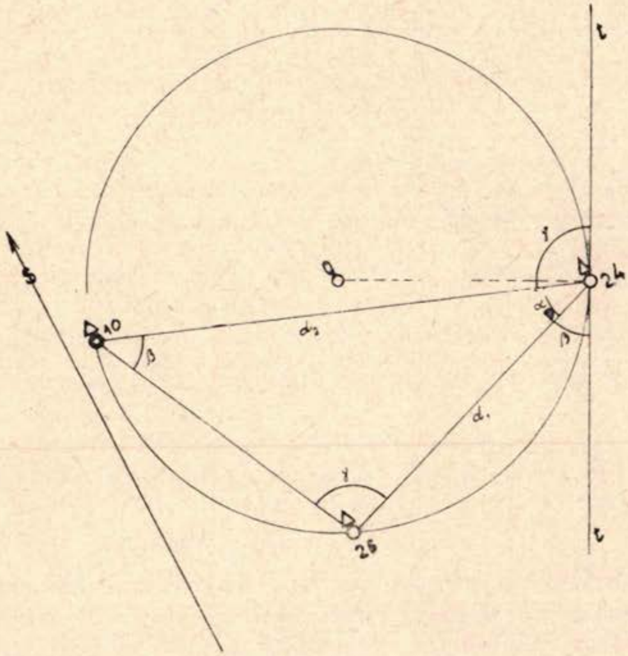
Najviše se primenjuju sledeći načini otkrivanja:

1. pomoću orijentisanog pravca sa najbliže, već otkrivene tačke i odmeranjem otstojanja do tražene tačke, zatim
2. presecanjem napred i
3. presecanjem sa strane a na posletku i
4. presecanjem nazad.

1. način je primeljiv samo na ravničastom terenu a ima tu nezgodnu stranu, kao i svi ostali načini po kojima se operiše sa spoljnim pravcima, da u doba vegetacije treba krčiti vizure kroz visoke kulture žita, kukuruza i raznog industr. bilja, što redovno vodi do nemilih rasprava sa sopstvenicima. Prema tome u doba vegetacije treba više primeniti 4. način, bilo računanjem koordinata ekscentrične stanice instrumenta ili po postupku koji je pisac ovoga članka opširno izneo u »Geom. i geod. glasniku« 1937 g. u svesci broj 5 (presecanjem lukova). No preduslov za ovaj način jeste, da se sa približnog mesta traženog centra vide barem tri trig. tačke, visoki na daleko vidljivi objekti, kao što su visoke piramide, crkveni tornjevi ili fabrički dimnjaci, čije su koordinate već ranije određene, i da vizure na njih međusobno ne zaklapaju uglove manje od 30^0 odnosno ne veće od 150^0.

Čest je slučaj, po gotovo na početku radova oko otkrivanja tačaka, da su sa mesta tražene tačke uočljive samo dve, nepristupačne tačke. Ako su one vidljive pod uglom od 30 do 150°, zadatak se može rešiti merenjem jednog malog bazisa, povoljno izabranog u blizini tražene tačke i merenjem uglova na krajnjim tačkama bazisa (svega 4 ugla). Iz ovih elemenata i koordinata vizurnih tačaka određuju se koordinate krajnjih tačaka bazisa, a preko njih i mesto traženog centra. (Ovo je u suštini jedna varijanta Hansen-ovog zadatka).

No, zadatak se može jednostavnije rešiti i na drugi način koji će se ovde opisati.



Sl. 1

Sa Δ 24 čiji se centar traži (gornja skica) vidi se Δ 10 i Δ 26 pod povoljnjim uglom. Teodolit se postavlja na 10—20 m udaljeno iza ili ispred približnog mesta centra u pravcu prema vidljivim tačkama. Na donjoj skici ovo je mesto označeno sa S — ekscentrična stanica. Zatim se izmeri ugao Δ 26 — ° 24s — Δ 10 koji je na skici označen sa α', sa tačnošću koja odgovara otstojanjima vidljivih tačaka, t. j. ako se one nalaze na srednjem otstojanju od oko 2 km, onda ugao α' treba izmeriti sa tačnošću koja se traži pri merenju uglova u mreži 4. reda. Prema tome u slučaju upotrebe sekundnog teodolita (Zeiss, Wild ili t. slično) ugao se meri u tri girusa, a kada se raspolaže samo noniusnim instrumentom sa podatkom od 20 ili 30″, tražena tačnost može se postići merenjem ugla po repeticionoj metodi.

Razlika direkcionih uglova v_{24}^{10} i v_{24}^{26} daje ugao α koji se razlikuje od merenog ugla α' za $\Delta\alpha$. Otstojanje $\overline{SM} = \frac{\Delta\alpha''}{\varrho''} \cdot \frac{d_1}{\sin\alpha'}$ a $\overline{SN} = \frac{\Delta\alpha''}{\varrho''} \cdot \frac{d_2}{\sin\alpha'}$. Dužine d_1 i d_2 računaju se iz koordinata tačaka. $\overline{SM}$ i $\overline{SN}$ treba računati do na milimetar tačno, pošto ova otstojanja određuju pravac tetive s. Nesigurnost u određivanju ovoga pravca mora da bude manje od $\pm 1'$. Ako je tačka tako izabrana da je dužina tetive s oko 10 m, $d_1 \approx d_2$, $\alpha \approx 30^0$, $\beta \approx \gamma \approx 75^0$ i pod pretpostavkom da su otstojanja $\overline{SM}$ i $\overline{SN}$ sračunata sa nesigurnošću od ± 1 mm, pravac MN će biti nesiguran za

$$\frac{\sqrt{\sin^2\beta + \sin^2\gamma}}{1000} \cdot \varrho'' \approx \pm 28''.$$

Tačke M i N na terenu treba odrediti odmeranjem $\overline{SM}$ i $\overline{SN}$ od viska instrumenta a na odgovarajućim pravcima na 2—3 cm tačno obeležiti značkama. Kada se tačka S nalazi izvan opisanog kruga, odmeranja treba vršiti u pravcu prema datim tačkama, a u suprotnom pravcu, kada se S nalazi unutar opisanog kruga, što je lako ustanoviti: ako je mereni ugao α' manji od sračunatog ugla α, tačka S se nalazi izvan periferije kruga i obratno, S se nalazi unutar kruga kada je $\alpha' > \alpha$.

Iz skice se vidi da tangenta t na opisani krug u Δ 24 zaklapa sa pravcima na Δ 26 i Δ 10 periferne uglove, jednake uglovima β i γ u navedenim tačkama, a uglovi koje zaklapa tetiva s sa pravcima na Δ 26 i Δ 10 označeni sa β_0 i γ_0 da su jednaki naspramnim uglovima u tačkama N odnosno M.

Ugao koji zaklapa tangenta t' u tačci N sa pravcem na Δ 26 označen je sa β' a u tačci M sa pravcem na Δ 10 označen je sa γ'. Uglove β' i γ' treba odrediti sa dovoljnom tačnošću, da bi se tačno mogle odrediti njihove razlike $\Delta\beta$ i $\Delta\gamma$ prema datim uglovima β i γ sračunatim kao razlika direkcionih uglova. Iz ovih (malih) uglova $\Delta\beta$ i $\Delta\gamma$ i odgovarajućih trigonom. strana mogu se računati pomeranja MZ i NZ (radi kontrole) na luku, tako da bi tačke M i N došle dovoljno tačno iznad podzemnog centra Δ 24. Iz karikiranog detalja na skici vidi se, da se luk u ovu svrhu ne može zameniti tetivom s već samo tangentom u tačci M, koja je u ovom slučaju bliža centru Z.

Pošto se uglovi β' i γ' ne mogu odrediti dovoljno tačno direktnim merenjem, to će se njihova veličina odrediti računskim putem kako sledi:

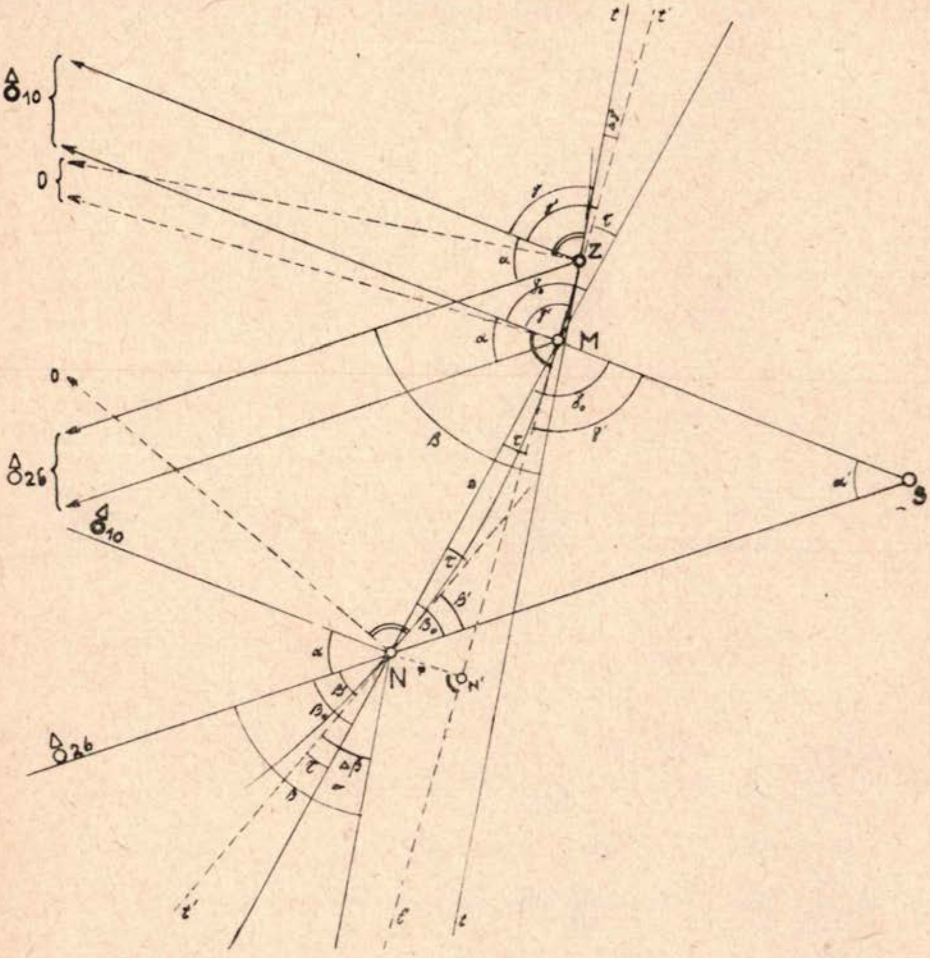
Iz trougla MNS u kome su merene strane SM i SN kao i zahvaćeni ugao α', računaju se uglovi β_0 i γ_0 kao i dužina tetive s (do na milimetar). Zatim se računa magli ugao τ koji zaklapaju tangenta t' i tetiva s po približnoj formuli $\tau = \varrho'' \frac{S}{2R}$ kao i poprečno otstupanje tangente t' od tačke N na tetivi s, naime $p \approx \frac{S^2}{2R}$. R je poluprečnik opisanog kruga $= \frac{a}{2\sin\alpha}$ gde je »a« međusobno otstojanje Δ 26 — Δ 10. Iz skice se vidi da je $\beta = \beta_0 - \tau$ $\gamma' = \gamma_0 - \tau$, a nadalje da je $\Delta\beta = \beta - \beta'$ i $\Delta\gamma = \gamma - \gamma'$. Kada se S nalazi i unutar opisanog kruga, $\beta' = \beta_0 + \tau$ a $\gamma' = \gamma_0 + \tau$.

Kako su uglovi β' i γ' dovoljno oštro određeni to će i njihova razlika prema uglovima β i γ biti dovoljno tačna za računanje otstojanja $\overline{MZ}$ I $\overline{NZ}$.

$$\overline{MZ} \approx \frac{\Delta\gamma''}{\varrho''} \cdot \frac{d_2}{\sin\gamma'} \quad \text{a} \quad \overline{NZ} \approx \frac{\Delta\beta''}{\varrho''} \cdot \frac{d_1}{\sin\beta'}$$

Pravci S—Δ 10 i S—Δ 26 dobijaju popravke $\Delta\gamma$ odnosno $\Delta\beta$ te će u slučju kada je pravac tetive s nesiguran za ± 28″ kako je ranije izloženo, lokacija za podzemni centar biti nesigurna za $\frac{28'}{\varrho''} \cdot d_2 \approx \pm 23$ cm. Međutim ova nesigurnost nije značajna, pošto se na terenu rupa ionako kopa sa većim prečnikom (oko ½ m).

$\overline{MZ}$ i $\overline{NZ}$ treba odmeriti od tačke M odnosno N na pravcu tetive u odgovarajućem smeru, a kod većih iznosa na pravcu tangente t′ u tačci M,



Sl. 2

koji se pravac dobije obeležavanjem tačke N' pomoću poprečnog otstupanja p.

Algebarski zbir vrednosti $\overline{MZ}$ i $\overline{NZ}$ mora biti jednak pozitivnoj vrednosti dužine tetive s (do na 2—3 cm), te prema tome isključen je slučaj, da oba odmeranja imaju predznak minus. No treba odmah napomenuti da je ovo samo kontrola njihovog računanja iz gore navedenih formula, ali da ova proba ne kontroliše računanje samih popravaka $\Delta\beta$ i $\Delta\gamma$.

Radi ilustracije, računski deo postupka izneće se na konkretnom primeru, šematizovano, sa numeričkim podacima. Računanja u trig. obrascima broj 8, 13 i 14 izostavljena su radi uštede mesta.

Date (vidljive) tačke:

Δ 10	$y = 73\,92846{,}40_6$	$x = 500\,7995{,}25_1$
Δ 26	$y = 73\,93338{,}17_7$	$x = 500\,7024{,}68_0$

Tražena tačka:

Δ 24	$y = 73\,94428{,}52_7$	$x = 500\,7024{,}68_0$

Gornja slika pokazuje položaj trigonom. tačaka (u razmeri 1:25000)

Ugao α kao razlika direkcionih uglova $= 39^0\ 42'\ 43''$
Mereni ugao α' . . . . $= 39^0\ 26'\ 30''$

$\Delta\alpha = \alpha - \alpha' = +\ 16'\ 04''$

$d_1 = 1155{,}8$, $d = 1688{,}2$

$$\overline{SM} = \frac{\Delta\alpha''}{\varrho''} \cdot \frac{d_1}{\sin\alpha'} = 8{,}451 \qquad \overline{SN} = \frac{\Delta\alpha''}{\varrho''} \cdot \frac{d_2}{\sin\alpha'} = 12{,}349\text{ m}$$

koje su vrednosti sračunate logaritmima (5 dec. mesta) jer tačnost logaritmara ne zadovoljava.

$\beta_0 = 42^0\ 40'\ 43''$
$\gamma_0 = 97^0\ 52'\ 47''$
$s = 7{,}920$ m

ove su vrednosti dobivene rešavanjem trougla MNS u trig. obr. broj 14

2 R = 1703 m (iz trig. obr. broj 13)

$$\tau = \varrho'' \frac{2R}{S} = 16{,}00'' \qquad p = \frac{S^2}{2R} = 00{,}37\text{ m}$$

sračunato logaritmarom.

β = (razlika direkcionih uglova) $= 42^0\ 42'\ 53''$
$\beta' = B_0 - \tau$ . . . . $= 42^0\ 24'\ 43''$

$\Delta\beta = \beta - \beta' = +\ 18'\ 10''$

γ = (razlika direkcionih uglova) $= 97^0\ 34'\ 33''$
$\gamma' = \gamma_0 - \tau$ . . . . $= 97^0\ 36'\ 47''$

$\Delta\gamma = \gamma - \gamma' = -\ 02'\ 14''$

$$\overline{MZ} = \frac{\Delta\gamma''}{\varrho''} \cdot \frac{d_2}{\sin\gamma'} = -1{,}10 \text{ m}$$

ove su vrednosti sračunate logaritmarom

$$\overline{NZ} = \frac{\Delta\beta''}{\varrho''} \cdot \frac{d_1}{\sin\beta'} = +9{,}00 \text{ m}$$

$$\Sigma = +\ 7{,}90 \text{ m}$$ (treba da je 7,920)

Pri odmeranju $\overline{MZ}$ i $\overline{NZ}$ treba voditi računa o njihovom smeru. Kada se pravac Δ 10 — Δ 24 okreće oko Δ 10 u smislu kretanja skazaljke na satu, pravac Δ 26 — Δ 24 se okreće u istom smeru a veličina ugla β se smanjuje dok veličina ugla γ raste i obratno: kretanjem označenih pravaca u suprotnom smislu skazaljke na satu ugao β raste, dok se ugao γ smanjuje. No, lakše i očiglednije se mogu smerovi odmeranja $\overline{MZ}$ i $\overline{NZ}$ odrediti iz skica.

Ukoliko bi odmeranja $\overline{SM}$ i $\overline{SN}$ bila mnogo veća od dužine tetive s, mesto centra neće biti dovoljno tačno određeno, te će biti korisno ceo postupak ponoviti sa onoga mesta, koje je prvobitnim određivanjem dobiveno kao približno mesto centra Z.