

KONSTRUKCIJA DIAGRAMA VISINA I AZIMUTA SUNCA

I. UVOD

Među elemente, koji neposredno utiču na smještaj i projekat neke građevine, ubraja se i orijentacija prema suncu. Od orijentacije građevine prema suncu zavisi, koliko će vremena u pojedinom danu tokom godine, cijela građevina ili njeni pojedini dijelovi, biti izloženi sunčevom svjetlu, kao i pod kojim će uglovima sunčeve zrake padati u pojedine sate tokom dana. Za praktične potrebe kod projektovanja dovoljno je znati ove podatke za četiri najkarakterističnija dana u godini, i to za:

21. mart, dan proljetnog ekvinokcija, kad su dan i noć jednaki,
22. juni, dan ljetnog solsticija, kad je dan najduži,
23. septembar, dan jesenjeg ekvinokcija, kad su dan i noć jednaki,
22. decembar, dan zimskog solsticija, kad je dan najkraći.

II. KOORDINATE SUNCA

Položaj sunca u dato vrijeme određen je njegovim koordinatama. Sunce može imati tri vrste koordinata i to: horizontske, ekvatorske i ekliptičke. Ekvatorske koordinate mogu biti lokalne i nebeske.

Za razmatranje ovoga problema dovoljno je upoznati se samo sa horizontskim i ekvatorskim koordinatama.

1. *Horizontske koordinate.*

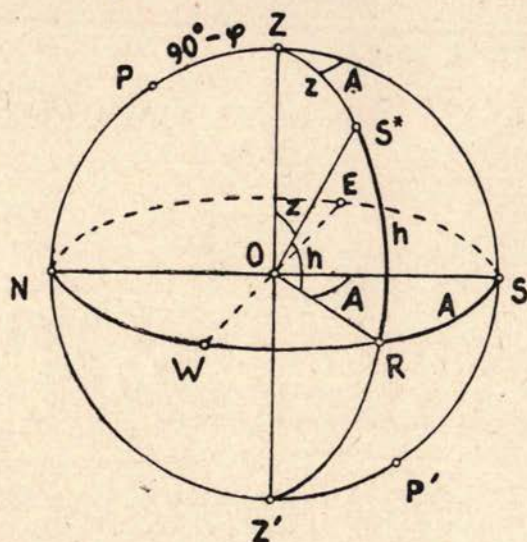
Treba zamisliti ogromnu kuglu u svemiru sa radiusom $r=1$, čije središte se nalazi u središtu zemlje 0. Radi neznatnih dimenzija zemlje u odnosu na svemir, zemlju možemo smatrati tačkom 0, koja pada u njeno središte. Vertikala u mjestu u kome se mi nalazimo, prolazi kroz to mjesto i kroz centar zemljine kugle 0. Ta vertikala u produžetku probada zamišljenu svemirsku kuglu u tački Z. Stoga se pravac OZ naziva *vertikala* mjesta promatranja,, a tačka Z naziva se *zenitom* toga mjesta.

Horizontalna ravnina kroz mjesto promatranja, koja je u stvari okomita na vertikalu OZ, siječe svemirsku kuglu po krugu ESWN, koji se naziva *horizont* mjesta promatranja.

Tačka P na svemirskoj kugli pretstavlja sjeverni nebeski pol, koji pada u neposrednu blizinu zvijezde polarnice, a tačka P' južni pol.

Ravnina koja prolazi kroz vertikalnu mjestu promatranja OZ i kroz nebeske polove P i P', siječe svemirsku kuglu po krugu PZSP'Z'N, koji se naziva *meridijanski krug* ili *meridijan* mjesta promatranja.

Tačka S* na nebeskoj sferi pretstavlja sunce u momentu promatranja.



Slika 1

Ravnina koja prolazi kroz vertikalnu OZ i kroz sunce S*, siječe svemirsku kuglu po krugu ZS*ZR'Z', koji se naziva *vertikalni* ili *zenitni krug*. I vertikalni krug i meridijanski krug okomiti su na horizont. Meridijanski krug je u stvari samo jedan od vertikalnih krugova, kojih ima beskonačno mnogo. U *horizontskom koordinatnom sistemu* meridijan se uzima kao početni ili *nulti vertikalni krug*.

Vertikalni krug ZS*ZR'Z' zatvara se meridijanskim krugom ZSP'Z'NP ugao A, koji se naziva *azimut sunca* u momentu promatranja. Taj se azimut A definiše kao horizontalni ugao SOR u ravnini horizonta, ili kao luk SR horizontalnog kruga SRWNE. On se također definiše i kao *sferni ugao A* u tački zenita Z, između lukova ZR i ZS.

Pravac od sunca S* do tačke promatranja, zraka S*O, zatvara sa vertikalom OZ ugao z, koji se naziva *zenitni ugao* ili *zenitna daljina z* sunca, a sa ravninom horizonta ista zraka S*O zatvara ugao h, koji se naziva *visinski ugao* ili *visina sunca*. Uglovi z i h definišu se ili kao uglovi ZOS* u ravnini vertikalnog ili zenitnog kruga, ili kao lukovi ZS* odnosno RS* istoga kruga.

Azimut A i zenitni ugao z, ili azimut A i visina h nazivaju se *horizontske koordinate* sunca. Obe ove koordinate su promjenljive veličine, u zavisnosti od geografskog položaja mjesta promatranja (geografskih koordinata) i od momenta promatranja. Radi toga one se ne mogu dati za svako mjesto na zemaljskoj kugli u katalogima, nego se moraju računati.

Pravac OS^* , od mjesta promatranja prema suncu, zatvara s ravninom ekvatora $QR\gamma Q'$ ugao δ , koji se naziva *deklinacioni ugao* ili *deklinacija sunca*. Pravac OS zatvara s polarnom osi OP ugao Δ koji se naziva *polarni ugao* ili *visina pola sunca*. Oba ova ugla definišu se kao ravni uglovi POS^* u ravnini deklinacionog kruga sunca, ili kao lukovi PS^* i RS^* deklinacionog kruga.

Deklinacija δ i visina pola Δ su dva komplementarna ugla, koji se nadopunjavaju na 90° .

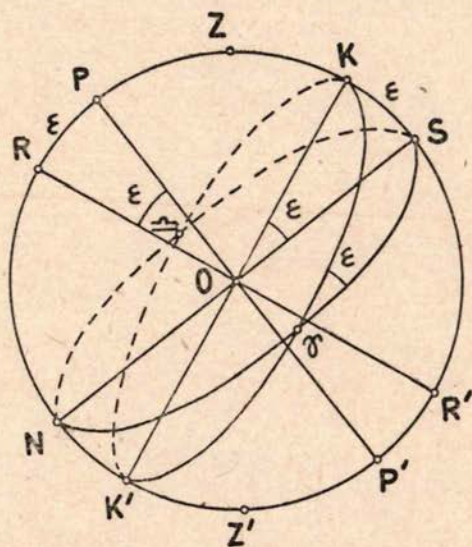
Satni ugao t i deklinacija sunca δ nazivaju se *lokalne* ili *mjesne ekvatorske koordinate sunca*. Kod mjesnih ekvatorskih koordinata, kao početni ili nulti deklinacioni krug uzima se meridijanski krug mjesta promatranja.

Tačka γ na ekvatoru pretstavlja t. zv. »Proljetnu tačku«, a tačka dijagonalno položena »jesensku tačku«. U tim dvjema tačkama sunčeva putanja presijeca nebeski ekvator svake godine.

Deklinacioni krug ove tačke naziva se *ravnodnevnčki* ili *ekvinocijski krug*.

Deklinacioni krug sunca PS^*RP' zatvara sa ekvinocijskim krugom $P\gamma P$ jesenska tačka, ugao α , koji se naziva *rektascenzija sunca* (sl. 2).

Rektascenzija α i deklinacija δ nazivaju se *svemirske ekvatorske koordinate sunca*. Kod svemirskih ekvatorskih koordinata, kao početni ili nulti deklinacioni krug uzima se ekvinocijski krug.



Slika 3

Svemirske ekvatorske koordinate sunca, daju se za pojedine dane u godini, u *astronomskim katalozima i godišnjacima*, uvijek za 0 sati Griničkog ili *Svjetskog vremena*.

Sunce se prividno kreće po krugu $K\gamma K'$ jesenska tačka, koji se naziva *ekliptika*. Ekliptika sa ekvatorom zatvara ugao ϵ koji iznosi $23^\circ 27'$. Tačke

presjeka eleptike i ekvatora γ i jesenske tačke nazivaju se *tačke proljetnog i jesenskog ekvinokcija*, ili kraće proljetna i jesenska tačka. Tačke K i K' na ekliptici, koje su najviše udaljene od ekvatora, nazivaju se tačke *ljetnijeg i zimskog solsticaja*, ili kraće *ljetna i zimska tačka* (sl. 3).

Kroz proljetnu tačku γ sunce prolazi 21. marta, kroz ljetnu tačku K, 22. juna, kroz jesensku tačku 23. septembra, a kroz zimsku tačku K 22. decembra u 0 sati Svjetskog vremena. Radi toga se svemirske ekvatorske koordinate, rektascenzija α i deklinacija δ neprekidno mijenjaju, u zavisnosti od dana i sata u toku godine. U četiri navedena dana u 0 sati Svjetskog vremena, ove koordinate približno iznose:

Datum	Rektascenzija α	Deklinacija δ
21. marta u 0 sati Svj. vr.	0 h = 0°	0° 00'
2. juna	6 h = 90°	+23° 27'
23. septembra	12 h = 180°	0° 00'
22. decembra	18 h = 270°	-23° 27'

Sve tačke na zemlji, koje leže na istom meridijanu, imaju isto vrijeme. Kao početno ili nulto vrijeme uzima se ono vrijeme, koje odgovara Grinwičkom meridijanu. To je t. zv. *Svjetsko vrijeme*.

Vrijeme koje odgovara meridijanu 15° istočne dužine, naziva se *srednje-evropsko vrijeme*. Ono se od Grinwičkog vremena razlikuje za 1 sat. Kad je na meridijanu 15° istočne dužine 12 h, onda je na Grinwičkom meridijanu 11 sati.

Vrijeme koje odgovara meridijanu 30° istočne dužine naziva se *istočno-evropsko vrijeme*.

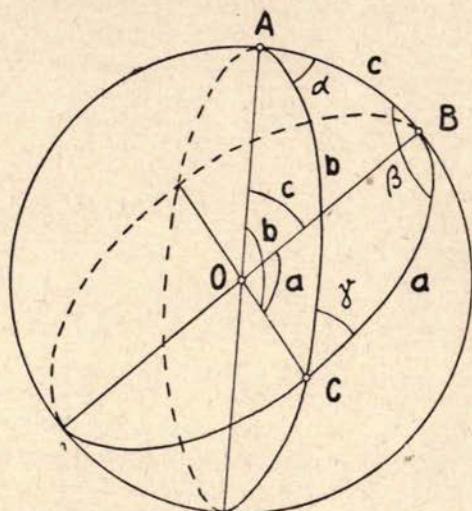
Vrijeme koje odgovara bilo kojem meridijanu, naziva se *lokalno vrijeme*. Lokalno vrijeme nekog mjesta razlikuje se od Grinwičkog vremena tačno za iznos geografske dužine toga mjesta, pretvorene u satnu mjeru. Tako na pr. lokalno vrijeme za grad Sarajevo, razlikuje se od Grinwičkog vremena za iznos $18^{\circ} 25' = 1 \text{ h } 13' \text{ i } 40''$, jer geografska dužina Sarajeva iznosi: $\lambda = 18^{\circ} 25'$. Prema tome lokalno podne u Sarajevu pada tačno u 10 sati 46 minuta i 20 sekundi Grinwičkog vremena, ili u 11 sati 46 minuta i 20 sekundi, srednje-evropskog vremena.

Kad sunce prolazi kroz meridijan mjesta promatranja u svojoj gornjoj kulminaciji, onda je lokalno podne. U lokalno podne satni ugao t iznosi $0^{\circ} 00'$. Radi toga se i koordinate sunca t (satni ugao) i δ deklinacija i nazivaju *lokalne* ili *mjesne ekvatorske koordinate*.

III. PRERAČUNAVANJE LOKALNIH EKVATORSKIH KOORDINATA U HORIZONTSKE

Za preračunavanje koordinata iz jednog sistema u drugi, potrebno je znati rješavanje sfernog trougla. Ne ulazeći u izvođenje formula sferne trigonometrije, potsjećamo na samo dvije od njih, koje su dovoljne za rješenje našeg problema. To su sinusno i kosinusno pravilo sferne trigonometrije. One imaju malo sličnosti sa odgovarajućim formulama ravne trigonometrije.

Na kugli, čiji je radius $r=1$, imamo 3 tačke A, B i C. Tri ravnine, koje prolaze kroz po dvije od ovih tačaka i kroz središte kugle O, presijecaju kuglu po kružnicama, čiji su radiusi također $r=1$, — velikim kružnicama. Lukovi tih kružnica obrazuju na površini kugle *sferni trougao* ABC, čije su stranice a, b i c, i uglovi α , β i γ .

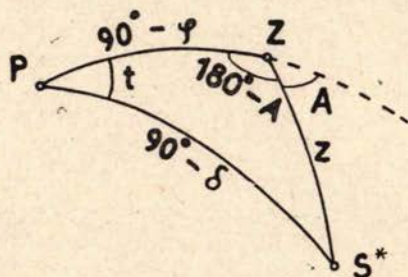


Slika 4

Sinusno pravilo za ovaj sferni trougao glasi:
 $\sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$.

Kosinusno pravilo za isti trougao glasi:
 $\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos \gamma$.

Tačke P, Z i S*, koje predstavljaju sjeverni pol, zenit i sunce na svemirskoj kugli, obrazuju sferni trougao PZS*, čije su stranice $(90^\circ - \varphi)$, z i $(90^\circ - \delta)$ i uglovi t $(180^\circ - A)$.



Slika 5

Ako su nam zadate veličine φ (geografska širina mjesta), t (satni ugao) i δ (deklinacija sunca), a želimo sračunati z (zenitni ugao) i A (azimut sunca), onda to možemo izvršiti pomoću formula:

$$\cos z = (90^\circ - \varphi) \cdot \cos (90^\circ - \delta) + \sin (90^\circ - \varphi) \cdot \sin (90^\circ - \delta) \cdot \cos t$$

ili $\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$ (1)

$$\text{ili } \sin (180^\circ - A) : \sin (90^\circ - \delta) = \sin t : \sin z$$

$$\text{ili } \sin A : \cos \delta = \sin t : \sin z$$

$$\text{a odatle imamo } \sin A = \frac{\sin t}{\sin z} \cdot \cos \delta \quad (2)$$

Prema tome ako su nam poznate lokalne ekvatorske koordinate sunca satni ugao t i deklinacija δ , možemo pomoću navedenih formli (1) i (2) sračunati horizontske koordinate sunca, zenitni ugao z i azimut A . Razumije se samo po sebi, da je potrebno znati i geografsku širinu mjesata φ , koja također ulazi u formulu (1).

Po ovoj formuli (2) računaju se azimuti A za svaki zadati satni ugao t i njemu odgovarajući, po formuli (1) sračunati, zenitni ugao z .

Za momenat izlaska i zalaska sunca, zenitni ugao iznosi $z = 90^\circ$. Na osnovu toga, može se taj momenat sračunati tako, da se u formuli (1) uvrsti vrijednost $z = 90^\circ$, odnosno $\cos z = 0,00000$. Tako se dobije:

$$\sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t = 0$$

odakle dobijemo formulu (3)

$$\cos t = -\text{tg } \varphi \cdot \text{tg } \delta \quad (3)$$

pomoću koje se izračunava vrijeme izlaska i zalaska sunca.

Formulu za sračunavanje azimuta sunca u momentu izlaska i zalaska dobijemo tako, da u formuli (2) uvrstimo vrijednost $z = 90^\circ$, odnosno $\sin z = 1,00000$. Tako se dobije formula

$$\sin A = \sin t \cdot \cos \delta \quad (4)$$

pomoću koje se sračunava azimut sunca u momentu izlaska i zalaska.

IV. RAČUNANJE ZENITNIH UGLOVA I AZIMUTA

1. Računanje vremena i azimuta izlaska i zalaska sunca

Prvo treba sračunati satni ugao t izlaska i zalaska sunca po formuli (3) u stupanjskoj mjeri, a zatim to preračunati u satnu mjeru. Kod pretvaranja treba imati na umu da je:

$$15^\circ = 1^h, \quad 15' = 1^m, \quad 15'' = 1^s$$

Pomoću ovako sračunatog satnog ugla t odredi se lokalno vrijeme izlaska m_E i lokalno vrijeme zalaska m_W po formulama:

$$m_E = 12^h 00^m - t^h$$

$$m_W = 12^h 00^m + t^h$$

Pomoću lokalnog vremena izlaska sunca m_E i zalaska sunca m_W odredi se zatim srednje-evropsko vrijeme izlaska M_E i zalaska M_W sunca

opšta astronomija» od K. A. Cvetkova i N. P. Polaka, prevod Branislav M. Ševarlić, izdanje Naučna knjiga, Beograd 1952. Te formule glase:

$$\operatorname{tg} N = \frac{\cos t}{\operatorname{tg} \delta} \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin (\varphi - N)}{\operatorname{tg} t \cdot \cos N} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\cos A}{\operatorname{tg} (\varphi - N)} \quad (7)$$

Prvo je potrebno sračunati pomoćni ugao N po formuli (5), a zatim azimut A po formuli (6) i napokon zenitni ugao z po formuli (7).

Po ovim formulama računaju se azimuti i zenitni uglovi za dane 22. juni i 22. decembar kao i za sve ostale dane osim za 21. mart i 23. septembar. Za ova dva dana u godini deklinacija sunca iznosi 0° , a $\operatorname{tg} \delta = = 0,00000$. Radi toga pomoćni ugao $N = 0^\circ 00'$, pa formule (6) i (7) poprimaju ovaj oblik

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin \varphi}{\operatorname{tg} t} \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} \quad (9)$$

Računanje zenitnih uglova i azimuta logaritamskim putem za grad Sarajevo iskazano je za 21. mart i 23. septembar u tabeli 5. Računato je po formulama 8 i 9, pomoću logaritamskih tablica na 5 decimala.

Računanje zenitnih uglova i azimuta za dane 22. juni i 22. decembar, izvršeno je pomoću formula (5), (6) i (7), u tabelama 6 i 7, pomoću logaritamskih tablica na 5 decimala.

Rezultati dobiveni računanjem pomoću računске mašine u tabelama 2, 3 i 4, djelimično se razlikuju za male iznose (nekoliko sekundi) od rezultata dobivenih računanjem pomoću logaritamskih tablica, u tabelama 5, 6 i 7. Razlika se pojavila radi toga, što je računanje vršeno sa tablicama na 5 decimala, koje ne osiguravaju tačnost ispod 1 sekunde. Kad bi se računanje izvršilo sa tablicama na 6 ili 7 decimala, do ovih razlika nebi uopšte došlo. Međutim za ovaj zadatak takva tačnost do 1 sekunde nije ni potrebna.

Nakon izvršenih računanja izrađen je u tabeli 8 pregled visinskih uglova i azimuta sunca, za sva četiri pomenuta datuma. Vesinske uglove h ili visine sunca dobijemo oduzimanjem zenitnih uglova z od 90° .

V. CRTANJE DIAGRAMA VISINA I AZIMUTA SUNCA

Pomoću sračunatih visina h i azimuta A sunca, za navedena 4 dana u godini, nacrtan je priloženi diagram, u obliku 3 kruža luka. Radiusi ovih lukova uzimaju se proizvoljne veličine, već prema odabranoj veličini crteža. U našem crtežu ovi radiusi iznose: za 22. decembar 33 mm, za 21.

$$\cos z = (90^\circ - \varphi) \cdot \cos (90^\circ - \delta) + \sin (90^\circ - \varphi) \cdot \sin (90^\circ - \delta) \cdot \cos t$$

$$\text{ili } \cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t \quad (1)$$

$$\text{i } \sin (180^\circ - A) : \sin (90^\circ - \delta) = \sin t : \sin z$$

$$\text{ili } \sin A : \cos \delta = \sin t : \sin z$$

$$\text{a odatle imamo } \sin A = \frac{\sin t}{\sin z} \cdot \cos \delta \quad (2)$$

Prema tome ako su nam poznate lokalne ekvatorske koordinate sunca satni ugao t i deklinacija δ , možemo pomoću navedenih formula (1) i (2) sračunati horizontske koordinate sunca, zenitni ugao z i azimut A . Razumije se samo po sebi, da je potrebno znati i geografsku širinu mjesata φ , koja također ulazi u formulu (1).

Po ovoj formuli (2) računaju se azimuti A za svaki zadati satni ugao t i njemu odgovarajući, po formuli (1) sračunati, zenitni ugao z .

Za momenat izlaska i zalaska sunca, zenitni ugao iznosi $z = 90^\circ$. Na osnovu toga, može se taj momenat sračunati tako, da se u formuli (1) uvrsti vrijednost $z = 90^\circ$, odnosno $\cos z = 0,00000$. Tako se dobije:

$$\sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t = 0$$

odakle dobijemo formulu (3)

$$\cos t = -\text{tg } \varphi \cdot \text{tg } \delta \quad (3)$$

pomoću koje se izračunava vrijeme izlaska i zalaska sunca.

Formulu za sračunavanje azimuta sunca u momentu izlaska i zalaska dobijemo tako, da u formuli (2) uvrstimo vrijednost $z = 90^\circ$, odnosno $\sin z = 1,00000$. Tako se dobije formula

$$\sin A = \sin t \cdot \cos \delta \quad (4)$$

pomoću koje se sračunava azimut sunca u momentu izlaska i zalaska.

IV. RAČUNANJE ZENITNIH UGLOVA I AZIMUTA

1. Računanje vremena i azimuta izlaska i zalaska sunca

Prvo treba sračunati satni ugao t izlaska i zalaska sunca po formuli (3) u stupanjskoj mjeri, a zatim to preračunati u satnu mjeru. Kod pretvaranja treba imati na umu da je:

$$15^\circ = 1^h, \quad 15' = 1^m, \quad 15'' = 1^s$$

Pomoću ovako sračunatog satnog ugla t odredi se lokalno vrijeme izlaska m_E i lokalno vrijeme zalaska m_W po formulama:

$$m_E = 12^h 00^m - t^h$$

$$m_W = 12^h 00^m + t^h$$

Pomoću lokalnog vremena izlaska sunca m_E i zalaska sunca m_W odredi se zatim srednje-evropsko vrijeme izlaska M_E i zalaska M_W sunca

tako, da se od lokalnog vremena oduzme razlika geografske dužine mjesta i meridijana 15° u satnoj mjeri, t. j. razlika

$$\Delta\lambda^{\circ} = \lambda^{\circ} - 15^{\circ}$$

Geografska dužina Sarajeva iznosi:

$$\lambda = 18^{\circ} 25'$$

$$\Delta\lambda = 18^{\circ} 25' - 15^{\circ} = 3^{\circ} 25' = 13^m 40^s$$

Prema tome srednje evropsko vrijeme izlaska sunca za Sarajevo M_E dobije se po formuli:

$$M_E = m_E - 13^m 40^s$$

Isto tako srednje-evropsko vrijeme zalaska M_W dobiće se:

$$M_W = m_W - 13^m 40^s$$

Nakon toga računaju se azimuti izlaska i zalaska sunca po formuli (4).

Cjelokupni tok računanja satnih uglova t , lokalnog vremena m , srednje-evropskog vremena M te azimuta A izlaska i zalaska sunca za grad Sarajevo, prikazan je u priloženoj tabeli 1.

Napomena:

I satni uglovi t i azimuti A jednaki su po apsolutnim vrijednostima za izlazak i za zalazak sunca. Ipak treba imati na umu da su oni suprotnog smjera, t. j. vrijednosti njihove za izlazak imaju smjer prema istoku, a za zalazak prema zapadu, računato od južnog pravca meridijana kroz mjesto promatranja.

Satni uglovi t za 21. mart i za 23. septembar jednaki su i iznose: $t = 90^{\circ} = 6^h$. Njihov zbir iznosi $180^{\circ} = 12^h$.

Satni ugao t za 22. juni veći je od 90° odnosno od 6^h , dok je satni ugao t za 22. decembar manji od 90° odnosno od 6^h . Njihov zbir iznosi $180^{\circ} = 12^h$.

Azimuti A za 21. mart i za 23. septembar jednaki su i iznose po 90° . Njihov zbir iznosi 180° .

Azimut A za 22. juni veći je od 90° , dok je azimut A za 22 decembar manji od 90° . Njihov zbir iznosi 180° .

2. Računanje zenitnih uglova i azimuta sunca za svaki sat

Prvo je potrebno sračunati lokalno vrijeme za svaki cijeli sat srednje-evropskog vremena, u intervalu od momenta izlaska do momenta zalaska sunca. Lokalno vrijeme m dobije se, kad se srednje-evropskom vremenu doda razlika $\Delta\lambda = \lambda - 15^{\circ}$, naravno u satnoj mjeri. Ta razlika $\Delta\lambda$ iznosi za grad sarajevo, kako je to ranije navedeno $13^m 40^s$.

Zatim je potrebno sračunati satni ugao t za svaki cijeli sat srednje-evropskog vremena. Satni ugao t dobije se, kako je to ranije navedeno tako, da se sračuna razlika između lokalnog vremena i 12^h . Za prijepodnevne sate, koji su manji od 12^h , treba od 12 sati oduzeti lokalno vrijeme.

Za poslijepodnevne sate treba od lokalnog vremena oduzeti 12 sati. Za-
pravo opšta formula glasi:

$$t = m - 12^h$$

Po ovoj opštoj formuli dobiće se satni uglovi t , za prijepodnevne sate ne-
gativni, a za poslijepodnevne sate pozitivni. Satne uglove treba izraziti u
stupanjskoj mjeri.

Nakon sračunavanja satnih uglova t na spomenuti način, pristupa se
sračunavanju zenitnih uglova i azimuta, po formulama (1) i (2).

Formule (1) i (2), osobito formula (1) podesne su za sračunavanje po-
moću računске mašine, ili eventualno pomoću logaritmara.

Iz praktičnih razloga najbolje je prethodno sračunati parcijalne iznose
izraza:

$$\begin{aligned} & \sin \varphi \cdot \sin \delta \\ & \text{ i } \cos \varphi \cdot \cos \delta \end{aligned}$$

Računanje ovih parcijalnih iznosa za četiri navedena datuma, za grad
Sarajevo iskazano je u slijedećoj tabeli.

$$\varphi = 43^{\circ} 50', \sin \varphi = 0,69256, \cos \varphi = 0,72146$$

21. mart i 23 septembar	22. juni	22. decembar
$\delta = 0^{\circ} 00'$	$\delta = + 23^{\circ} 27'$	$\delta = - 23^{\circ} 27'$
$\sin \delta = 0,00000$	$\sin \delta = + 0,39795$	$\sin \delta = - 0,37795$
$\cos \delta = 1,00000$	$\cos \delta = + 0,91741$	$\cos \delta = + 0,91741$
$\sin \varphi \cdot \sin \delta = 0,00000$	$\sin \varphi \cdot \sin \delta = + 0,27560$	$\sin \varphi \cdot \sin \delta = - 0,27560$
$\cos \varphi \cdot \cos \delta = 0,72636$	$\cos \varphi \cdot \cos \delta = + 0,66173$	$\cos \varphi \cdot \cos \delta = + 0,66178$

Daljnji tok računanja zenitnih uglova z i azimuta A prikazan je u ta-
belama 2, 3 i 4.

Za ovo računanje upotrebjene su tablice prirodnih vrijednosti trigo-
nometrijskih funkcija na 5 decimala i računska mašina. Sračunate vrijed-
nosti zenitnih uglova i azimuta imaju srednju grešku od nekoliko sekundi.
Ako se želi postići tačnost do 1 sekunde, onda treba upotrijebiti tablice sa
6 ili 7 decimala. Računanje sa logaritmarom imala bi greške od nekoliko
minuta.

U nedostatku računске mašine ili tablica prirodnih vrijednosti trigo-
nometrijskih funkcija od barem 5 decimala, računanje zenitnih uglova i
azimuta može se izvršiti pomoću logaritamskih tablica na 5 odnosno na
6 ili 7 decimala, pomoću istih formula. Ove formule međutim nisu naročito
prikladne za logaritamsko računanje, naročito formula (1). Postoje druge
formule, koje su prikladne za logaritamsko računanje, a dobivene su trans-
formacijom formula (1) i (2). Te transformisane formule dajemo u go-
tovom obliku bez izvođenja, kako nebi prostor suviše opteretili formulama
s napomenom, da se njihov izvod može detaljno vidjeti u djelu: »Sferna i

opšta astronomija« od K. A. Cvetkova i N. P. Polaka, prevod Branislav M. Ševarlić, izdanje Naučna knjiga, Beograd 1952. Te formule glase:

$$\operatorname{tg} N = \frac{\cos t}{\operatorname{tg} \delta} \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin (\varphi - N)}{\operatorname{tg} t \cdot \cos N} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\cos A}{\operatorname{tg} (\varphi - N)} \quad (7)$$

Prvo je potrebno sračunati pomoćni ugao N po formuli (5), a zatim azimut A po formuli (6) i napokon zenitni ugao z po formuli (7).

Po ovim formulama računaju se azimuti i zenitni uglovi za dane 22. juni i 22. decembar kao i za sve ostale dane osim za 21. mart i 23. septembar. Za ova dva dana u godini deklinacija sunca iznosi 0° , a $\operatorname{tg} \delta = 0,00000$. Radi toga pomoćni ugao $N = 0^{\circ} 00'$, pa formule (6) i (7) poprimaju ovaj oblik

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin \varphi}{\operatorname{tg} t} \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} \quad (9)$$

Računanje zenitnih uglova i azimuta logaritamskim putem za grad Sarajevo iskazano je za 21. mart i 23. septembar u tabeli 5. Računato je po formulama 8 i 9, pomoću logaritamskih tablica na 5 decimala.

Računanje zenitnih uglova i azimuta za dane 22. juni i 22. decembar, izvršeno je pomoću formula (5), (6) i (7), u tabelama 6 i 7, pomoću logaritamskih tablica na 5 decimala.

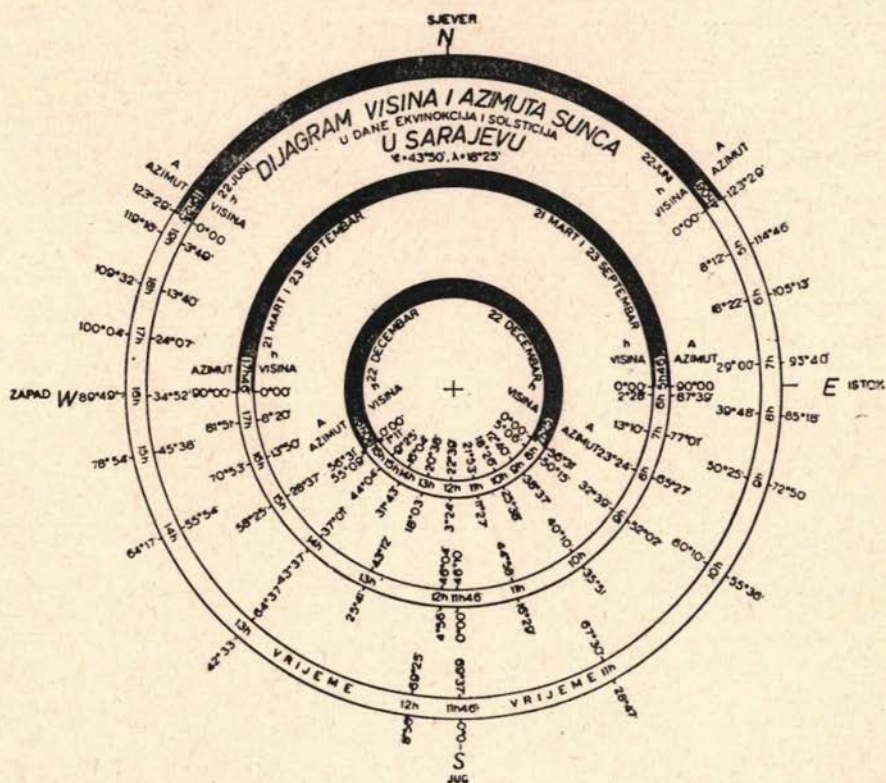
Rezultati dobiveni računanjem pomoću računске mašine u tabelama 2, 3 i 4, djelimično se razlikuju za male iznose (nekoliko sekundi) od rezultata dobivenih računanjem pomoću logaritamskih tablica, u tabelama 5, 6 i 7. Razlika se pojavila radi toga, što je računanje vršeno sa tablicama na 5 decimala, koje ne osiguravaju tačnost ispod 1 sekunde. Kad bi se računanje izvršilo sa tablicama na 6 ili 7 decimala, do ovih razlika nebi uopšte došlo. Međutim za ovaj zadatak takva tačnost do 1 sekunde nije ni potrebna.

Nakon izvršenih računanja izrađen je u tabeli 8 pregled visinskih uglova i azimuta sunca, za sva četiri pomenuta datuma. Vesinske uglove h ili visine sunca dobijemo oduzimanjem zenitnih uglova z od 90° .

V. CRTANJE DIAGRAMA VISINA I AZIMUTA SUNCA

Pomoću sračunatih visina h i azimuta A sunca, za navedena 4 dana u godini, nacrtan je priloženi diagram, u obliku 3 kruža luka. Radiusi ovih lukova uzimaju se proizvoljne veličine, već prema odabranoj veličini crteža. U našem crtežu ovi radiusi iznose: za 22. decembar 33 mm, za 21.

mart i 23. septembar 66 mm a za 22. juni 100 mm. Iz središta zajedničkog središta ovih lukova povučena su po dva okomita pravca, koji obilježavaju strane svijeta — istok, zapad, sjever i jug. Na presjeku pravca prema jugu sa lukovima označeni su azimuti $0^{\circ} 00'$. Od toga pravca nanešeni su na svakom luku uglomjerom odgovarajući azimuti, na lijevu stranu za poslijepodnevne, a na desnu stranu za prijepodnevnne sate. Ujedno su radialno ispisane i numeričke vrijedosti tih azimuta, ali zaokružene na cijele minute (sl. 6).



Slika 6

Nakon svakog ispisanog azimuta, s druge strane luka, ispisani su iznosi visina sunca h , također zaokružene na cijele minute.

Radi preglednijeg ispisivanja vremena kojemu odgovaraju pojedini azimuti i visine, ucrtani su u stvari dvostruki lukovi na razmaku od 5 mm. Odgovarajući sati ispisani su između dvostrukih lukova.

Na temelju izloženog može se, bez naročitih udublivanja u teoriji sferne astronomije, izvršiti sračunavanje visina i azimuta sunca, za bilo koje mjesto na zemlji, i na osnovu njih nacrtati diagram.

Tabela 1
Računanje azimuta i vremena izlaska i zalaska Sunca

$\varphi = 43^{\circ} 50'$	$\text{tg } \varphi = 0,96008$	Formule:	$\cos t = - \text{tg } \varphi \cdot \text{tg } \delta$
$\Delta \lambda = 13^{\text{m}} 40^{\text{s}}$			$\sin A = \sin t \cdot \cos \delta$
21. mart i 23. septembar	22. juni	22. decembar	
δ	$\text{tg } \delta$	$\cos \delta$	δ
$0^{\circ} 00'$	0,00000	1,00000	$+ 23^{\circ} 27'$
			0,43378
			0,91741
			$- 23^{\circ} 27'$
			-0,43378
			0,91741
$\cos t = 0^{\circ},00000$	$\cos t = - 0,41646$	$\cos t = + 0,41646$	
$t = 90^{\circ} 00' 00''$	$t = 114^{\circ} 36' 40''$	$t = 65^{\circ} 23' 20''$	
$t = 6^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$	$t = 7^{\text{h}} 38^{\text{m}} 26,7^{\text{s}}$	$t = 4^{\text{h}} 21^{\text{m}} 33,3^{\text{s}}$	
$m_1 = 12^{\text{h}} - t = 6^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$	$m_1 = 4^{\text{h}} 21^{\text{m}} 33,3^{\text{s}}$	$m_1 = 7^{\text{h}} 38^{\text{m}} 26,7^{\text{s}}$	
$m_z = 12^{\text{h}} + t = 18^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}$	$m_z = 19^{\text{h}} 38^{\text{m}} 26,7^{\text{s}}$	$m_z = 16^{\text{h}} 21^{\text{m}} 33,3^{\text{s}}$	
$M_1 = m_1 - \Delta \lambda = 5^{\text{h}} 46^{\text{m}} 20^{\text{s}}$	$M_1 = 4^{\text{h}} 07^{\text{m}} 53^{\text{s}}$	$M_1 = 7^{\text{h}} 24^{\text{m}} 47^{\text{s}}$	
$M_z = m_z - \Delta \lambda = 17^{\text{h}} 46^{\text{m}} 20^{\text{s}}$	$M_z = 19^{\text{h}} 24^{\text{m}} 47^{\text{s}}$	$M_z = 11^{\text{h}} 07^{\text{m}} 53^{\text{s}}$	
$\sin t = 1,00000$	$\sin t = - 0,90915$	$\sin t = 0,90915$	
$\sin A = 1,00000$	$\sin A = - 0,83406$	$\sin A = 0,83406$	
$A = 90^{\circ} 00' 00''$	$A = 123^{\circ} 28' 56''$	$A = 56^{\circ} 31' 04''$	

Tabela 2
Zenitni uglovi i azimuti Sunca 21. III. i 23. X. u Sarajevu
Formule (1) i (2)

V R I J E M E			Zenitni ugao Z			Azimut A								
Srednje-evropsko			Lokalno			Satni ugao t								
h	m	s	h	m	s	o	'	''	o	'	''	o	'	''
5	46	20	6	00	00	90	00	00	90	00	00	90	00	00
6			6	13	40	86	35		87	32	10	87	38	00
7			7	13	40	71	35	00	76	49	35	77	00	51
8			8	13	40	56	35		66	35	32	65	26	35
9			9	13	40	41	35		57	20	45	52	01	40
10			10	13	40	26	35		49	49	44	35	51	10
11			11	13	40	11	35		45	02	08	16	29	09
11	46	20	12	00	00	0	00		43	50	00	0	00	00
12			12	13	40	3	25		43	56	21	4	55	37
13			13	13	40	18	25		46	48	40	25	40	42
14			14	13	40	33	25		52	58	44	43	36	40
15			15	13	40	48	25		61	23	42	58	25	40
16			16	13	40	63	25		71	10	02	70	53	06
17			17	13	40	78	25		81	40	19	81	55	24
18	46	20	18	00	00	90	00		90	00	00	90	00	00

Tabela 3
Zenitni uglovi i azimut Sunca za 22. VI. u Sarajevu
Formule (1) i (2)

V R I J E M E									Zenitni ugao Z			Azimut A		
Srednje-evropsko			Lokalno			Satni ugao t								
h	m	s	h	m	s	o	'	"	o	'	"	o	'	"
4	07	53	4	21	33	114	36	42	90	00	00	123	29	03
5			5	13	40	101	35		81	47	41	114	46	00
6			6	13	40	86	35		71	38	13	105	13	22
7			7	13	40	71	35		61	00	31	95	40	00
8			8	13	40	56	35		50	12	13	85	19	00
9			9	13	40	41	35		39	35	32	72	49	27
10			10	13	40	26	35		29	50	36	55	35	15
11			11	13	40	11	35		22	29	49	28	46	42
11	46	20	12			0	00		20	23	00	0	00	00
12			12	13	40	3	25		10	34	36	8	57	00
13			13	13	40	18	25		25	22	50	42	32	51
14			14	13	40	33	25		34	06	30	64	17	18
15			15	13	40	48	25		44	22	15	78	54	00
16			16	13	40	63	25		55	07	40	89	46	
17			17	13	40	78	25		65	53	27	100	04	10
18			18	13	40	93	25		76	20	24	109	32	12
19			19	13	40	108	25		86	11	08	119	15	56
19	24	47	19	38	27	114	36	42	90	00	00	123	29	03

Tabela 4
Zenitni uglovi i azimuti Sunca za 22. XII. u Sarajevu

V R I J E M E									Zenitni ugao Z			Azimut A		
Srednje-evropsko			Lokalno			Satni ugao t								
h	m	s	h	m	s	o	'	"	o	'	"	o	'	"
7	24	47	7	38	27	65	23	18	90	00	00	56	30	57
8			8	13	40	56	35		84	54	06	50	14	47
9			9	13	40	41	35		77	19	34	38	36	58
10			10	13	40	26	35		71	34	02	25	38	30
11			11	13	40	11	35		68	07	05	11	27	00
11	46	20	12	00	00	0	00		67	16	58	0	00	00
12			12	13	40	3	25		67	21	22	3	23	48
13			13	13	40	18	25		69	22	24	18	02	26
14			14	13	40	33	25		73	55	56	31	43	14
15			15	13	40	48	25		80	34	56	44	04	29
16			16	13	40	63	25		88	49	21	55	08	42
16	07	53	16	21	33	65	23	18	90	00	00	56	30	57

Tabela 5

Računanje zenitnih uglova i azimuta Sunca za 21. mart i 23. septembar u Sarajevu

Formule: br. (8) i (9)

Satni ugao t	Formule: $\text{tg } A = \frac{\text{tg } t}{\sin \varphi}$		$\text{tg } z = \frac{\text{tg } \varphi}{\cos A}$		$\sin \varphi \dots = 9,84046$	
	tg t..	tg A..	A 0 ' "	cos A..	tg z..	z 0 ' "
90 00 00	∞	∞	90 00 00	0	∞	90 00 00
86 35	1,22400	1,38354	87 37 56	8,61609	1,36622	87 32 10
71 35	0,47758	0,63712	77 00 51	9,35162	0,63069	76 49 37
56 35	0,18059	0,34013	65 26 31	9,61869	0,36362	66 35 33
41 35	9,94808	0,10762	52 01 39	9,78908	0,19323	57 20 43
26 35	9,69932	9,85886	35 50 58	9,90869	0,07362	49 50 00
11 35	9,31168	9,47122	16 29 10	9,98177	0,00054	45 02 05
0 00	0,00000	0,00000	00 00 00	0,00000	9,98231	43 50 00
3 25	8,77600	8,93554	4 55 37	9,99839	9,98392	43 56 22
18 25	9,52242	9,68196	25 40 41	9,95484	0,02747	46 48 38
33 25	9,81941	9,97895	43 36 43	9,85976	0,12255	52 58 44
48 25	0,05192	0,21146	58 25 00	9,71911	0,26320	61 23 14
63 25	0,30068	0,46022	70 53 09	9,51515	0,46716	71 10 01
78 25	0,68832	0,84786	81 55 14	9,14782	0,83449	81 40 18
90 00 00			90 00 00	0,00000		90 00 00

Tabela 6

Zenitni uglovi i azimuti Sunca za 22. VI. u Sarajevu

Formule (5), (6) i (7)

Satni ugao t	N			φ - N			A			Z		
0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	0 ' "	
116 36 42	-46 10 00	90 00 00	123 28 54	90 00 00	123 28 54	90 00 00						
101 35	-65 09 38	108 59 38	114 46 00	108 59 38	114 46 00	81 47 40						
86 35	82 10 37	-38 20 37	105 13 23	-38 20 37	105 13 23	71 38 08						
71 35	53 56 00	-10 06 00	95 39 53	-10 06 00	95 39 53	61 00 26						
56 35	38 13 32	5 36 28	85 18 29	5 36 28	85 18 29	50 12 12						
41 35	30 06 35	13 43 25	72 49 31	13 43 25	72 49 31	39 35 28						
26 35	25 52 32	17 57 28	55 35 47	17 57 28	55 35 47	29 50 20						
11 35	23 53 00	19 57 00	28 46 42	19 57 00	28 46 42	22 29 46						
0 00	23 27 00	20 23 00	0 00 00	20 23 00	0 00 00	20 23 00						
3 25	23 29 12	20 20 48	8 56 13	20 20 48	8 56 13	20 34 30						
18 25	24 34 09	19 15 51	42 32 55	19 15 51	42 32 55	25 22 44						
33 25	27 27 37	16 22 23	64 17 24	16 22 23	64 17 24	34 06 29						
48 25	33 10 00	10 40 00	78 53 58	10 40 00	78 53 58	44 22 14						
63 25	44 06 28	- 0 16 28	89 48 31	- 0 16 28	89 48 31	55 07 38						
78 25	65 09 38	-21 19 38	100 03 45	-21 19 38	100 03 45	65 53 26						
93 25	-82 10 37	126 00 37	109 32 20	126 00 37	109 32 20	76 20 14						
108 25	-53 56 00	97 46 00	119 16 00	97 46 00	119 16 00	86 11 07						
114 36 42	-46 10 00	90 00 00	123 28 54	90 00 00	123 28 54	90 00 00						

Tabela 7

Zenitni uglovi i azimuti Sunca za 22. XII. u Sarajevu
Formule (5), (6) i (7)

Satni ugao t			N			δ - N			A			Z		
o	'	''	o	'	''	o	'	''	o	'	''	o	'	''
65	23	18	-46	10	00	90	00	00	56	31	06	90	00	00
56	35		-38	13	32	82	03	32	50	14	42	84	54	07
41	35		-30	06	35	73	56	35	38	37	01	77	19	34
26	35		-25	52	32	69	42	32	25	38	30	71	33	57
11	35		-23	53	00	67	43	00	11	27	00	68	07	05
0	00		-23	27	00	67	17	00	0	00	00	67	17	00
3	25		-23	29	12	67	19	12	3	23	47	67	21	20
18	25		-24	34	09	68	24	09	18	02	39	69	22	25
33	25		-27	27	37	71	17	37	31	43	15	73	55	56
48	25		-33	10	00	77	00	00	44	04	29	80	34	57
63	25		-44	06	28	87	56	28	55	08	38	88	49	24
65	23	18	-46	10	00	90	00	00	56	31	06	00	00	00

Tabela 8

Pregled visina i azimuta Sunca u Sarajevu
u dane ekvinokcija i solsticija

Srednje- evropsko vrijeme	21. mart i 23. septem.		22. juni		22. decembar	
	Visina	Azimut	Visina	Azimut	Visina	Azimut
	o ' ''	o ' ''	o ' ''	o ''	o ' ''	o ' ''
4 07 53			0 00 00	123 28 54		
5			8 12 20	114 46 00		
5 46 20	0 00 00	90 00 00				
6	2 27 59	87 37 56	18 21 52	105 13 23		
7	13 10 23	77 00 51	28 59 34	95 39 53		
7 24 47					0 00 00	56 31 06
8	23 24 27	65 26 31	39 47 48	85 18 29	5 05 43	50 14 42
9	32 39 17	52 01 39	50 24 32	72 49 31	12 40 26	38 37 01
10	40 10 00	35 50 58	60 09 40	55 35 47	18 26 03	25 38 30
11	44 57 55	16 29 10	67 30 14	28 46 42	21 52 55	11 27 00
11 46 20	46 10 00	0 00 00	69 37 00	0 00 00	22 43 00	00 00 00
12	46 03 38	4 55 37	69 25 30	8 56 13	22 38 40	3 23 47
13	43 11 22	25 40 41	64 37 16	42 32 55	20 37 35	18 02 39
14	37 01 16	43 36 43	55 53 31	64 17 24	16 04 04	31 43 15
15	28 36 46	58 25 00	45 37 46	78 53 58	9 25 03	44 04 29
16	18 49 59	70 53 09	34 52 22	89 48 31	1 10 36	55 08 38
16 07 53					0 00 00	56 31 06
17	8 19 42	81 55 14	24 06 34	100 03 45		
17 46 20	0 00 00	90 00 00				
18			13 39 46	109 32 20		
19			3 48 53	119 16 00		
19 24 47			0 00 00	123 28 54		