

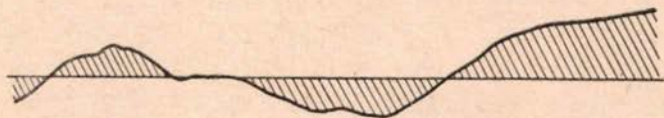
PRILOG PITANJU REDUKCIJA POSMATRANIH VREDNOSTI SILE ZEMLJINE TEŽE

SUMMARY: The accuracy of the corrections to the observed gravity values, especially Bouguer'elevation correction is investigated. The comparison between the infinite horizontal plate, spherical calotte and spherical segment formulas is made. It is shown that infinite horizontal plate formula gives reliable results if the complementary term due to the spherical form of the earth surface is considered.

It is shown that the anomalies of gravity obtained by the routine computation methods belong to the different levels. Therefore if the gravity survey has been made in the hilly country with considerable elevation differences, it will be necessary to reduce all the observed anomalies to some common datum-plane prior to the start of the interpretation. The Kuzivanov's method of such a reduction is explained.

Kako je poznato merenim vrednostima sile zemljine teže dodaju se izvesne popravke, da bi se reducirale na neku zajedničku ravan svodenja, najčešće na morski nivo. Te popravke su:

1. *Popravka za topografski reljef*, koja uzima u obzir uticaj površinskog reljefa na silu teže a pomoću koje se rezultati merenja reduciraju na takve, koje bismo dobili merenjem na potpuno horizontalnoj površini zemlje. Uz pomoć te popravke mi tobože uklanjamo sa lica zemlje sva uzvišenja i punimo sva udubljenja.



Sl. 1 — Ravnanje zemljine površine

Za izračunavanje popravke za topografski reljef koriste se analitičke formule ili odgovarajuće pomoćne tablice, naprimer tablice Hamera, Kasinija, Ležaja, Lukovčenka i dr. Osim analitičkih formula i tablica postoje također i različiti nomogrami, koje znatno uprošćuju određivanje uticaja topografskog reljefa.

Ovde se nećemo udubljivati u neku analizu tih formula, jer neophodnost uzimanja u obzir uticaja reljefa zemljine površine je očigledna i logična i ne izaziva nikakve prigovore. Što se tiče izbora tih ili drugih formula ili nomograma za određivanje tih popravaka, to zavisi uglavnom od tačnosti sa kojom želimo odrediti te popravke.

Sušтина svih formula i tablica za izračunavanje popravaka za reljef je skoro ista. Obično se sav predeo unaokolo tačke posmatranja deli pomoću radialnih linija i koncentričnih krugova na zone i parcele. Za svaku zasebnu parcelu određuje se po topografskoj karti ili pomoću nivelmana, srednja visina u odnosu na visinu tačke posmatranja. Zatim se izračuna uticaj svake parcele zasebno. Zbir svih pojedinih uticaja daje konačno traženu popravku za reljef za datu tačku posmatranja.

Popravka za reljef je uvek pozitivna, jer kako postojanje uzvišenja iznad tačke posmatranja, tako i postojanje udubljenja ispod toga horizonta prouzrokuje smanjenje normalne vrednosti sile teže. Tako u oba slučaja topografska popravka mora povećati posmatranu vrednost sile teže do vrednosti, koja bi postojala u slučaju horizontalne površine zemlje.

Pitanje, do kojeg otstojanja od tačke posmatranja treba uzimati u obzir uticaj topografskog reljefa zavisi isključivo od karaktera reljefa. Pri radu na planinskim područjima uzima se popravka za reljef do otstojanja 20 i više kilometara oko tačke posmatranja. Međutim, pri radovima u ravnici te popravke su tako male, da mogu biti potpuno zanemarene. Još pre početka računanja popravaka za reljef, možemo odrediti, uz proučavanje topografske karte i pomoćnih tablica, na kom će otstojanju od tačke posmatranja, uticaj pojedinih delova terena biti manji nego tačnost merenja gravimetrom i da može biti zanemarena. Kao izvesni putokaz možemo koristiti norme, koje daje Dr. A. Schleusener (5). Po Schleuseneru kad najveće razlike nadmorskih visina na terenu ne prevazilaze 200 metara, dovoljno je uzimati popravku za reljef do udaljenosti 5 km oko tačke posmatranja. Kad su razlike visina veće nego 200 m, ali manje nego 800 m treba računati popravku za reljef do otstojanja 20 km, a kad razlike visina pojedinih tačaka prevazilaze 800 m, treba uzimati u obzir topografsku popravku do 50 km.

2. Popravka za uticaj nadmorske visine tačke posmatranja, tzv. popravka Fay'a.

Ta se popravka izračunava po formuli:

$$\Delta g = (0,30857 + 0,00021 \cos 2\varphi) \cdot H \text{ mgl/metar}$$

gde su

H = visina tačke posmatranja iznad nivoa svođenja u metrima.

φ = geografska širina tačke posmatranja.

Ta formula je dobivena uz zamenu g , R , N i ω u formuli:

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = -g \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{N} \right] - 2\omega^2$$

njihovim numeričkim vrednostima.

Ovde g = teoretska vrednost ubrzanja sile zemljine teže za datu geografsku širinu.

R = radius krivine zemlje duž meridijana.

N = radius krivine zemlje duž prvog vertikala.

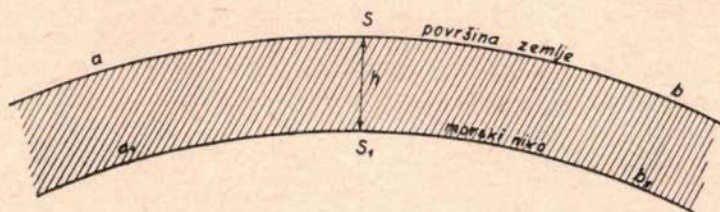
ω = uglovna brzina obrtanja zemlje oko njene osovine.

Zbog postojanja lokalnih anomalija sile zemljine teže navedena gore teoretska formula za izračunavanje popravaka za nadmorsku visinu tačke posmatranja neće biti apsolutno punovažna za svaku tačku posmatranja, ma da razlike između teoretske i stvarne vrednosti popravaka su vrlo male i nemaju praktičkog značaja, tako da se ta činjenica obično ne uzima u obzir. Ipak, ako bi postojala mogućnost jednostavnog određivanja vertikalnog

gradijenta sile zemljine teže $\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}$ bilo bi vrlo poželjno meriti ga na svakoj stanici, jer na taj način dobili bismo anomaliju vertikalnog gradijenta, a poznavanje svih vrsta anomalija igra prvenstvenu ulogu kod primenjene geofizike.

3. *Popravka za uticaj sloja zemlje između tačke posmatranja i ravni svodenja.*

Između tačaka posmatranja na površini zemlje i ravni svodenja (morski nivo) nalazi se sloj zemlje, čija masa povećava silu privlačenja zemljine lopte u odnosu na tačku koja se nalazi na površini i smanjuje ju u odnosu na tačku, koja se nalazi na morskome nivou. Zbog toga, ako mislim, da je tačka posmatranja S (slika 2) premeštena sa površine zemlje u položaj S_1 na morskome nivou, a sve mase unaokolo nisu pretrpele pri tome nikakve modifikacije, to će sila teže na tački S_1 biti jednaka ($g + 0,3086 H$ minus duplo privlačenje sloja aSb $b_1S_1a_1$).



Sl. 2 — Masa zemlje između površine zemlje i morskog nivoa

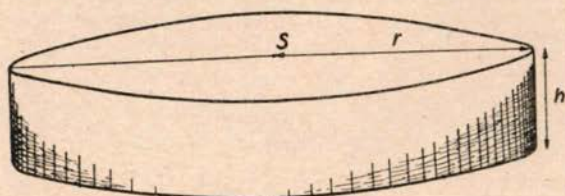
Duplo privlačenje sloja aSb $b_1S_1a_1$ je posledica činjenice, da za tačku posmatranja u položaju S privlačenje sloja je upravljeno nadolje, a u položaju S_1 nagore.

Ali u geodeziji i primenjenoj geofizici prilikom svodenja posmatranih vrednosti sile teže na morski nivo izvode se istovremeno i izvesne modifikacije masa. Naime, pretpostavlja se da je, istovremeno sa premeštanjem tačke posmatranja S na morski nivo, sav površinski sloj zemlje aSb $b_1S_1a_1$ jednostavno uklonjen i više ne postoji. U tom slučaju će biti dovoljno smanjiti posmatranu vrednost sile teže g_s za uticaj površinskog sloja samo jedan put.

Gravimetriski uticaj površinskog sloja između tačke posmatranja i ravni svođenja može biti sračunat u prvom približavanju pomoću jednostavne formule:

$$g = 2\pi k\sigma h$$

Ta formula odgovara privlačenju mase cilindra na tačku S koja se nalazi u centru njegove gornje površine, kad je debljina cilindra jednaka h , a radius $r = \infty$ (vidi slika 3).

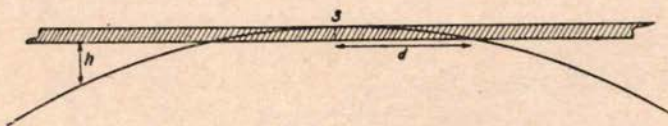


Sl. 3 — Masa cilindra

Tu popravku treba oduzeti od posmatrane vrednosti g_s nakon premeštanja tačke S na morski nivo, da bismo dobili vrednost g_m , koja odgovara vrednosti merenja na morskome nivou uz uslov, da je sav površinski sloj uklonjen.

Dosad se smatralo da tačnost određivanja popravke za uticaj površinskog sloja po formuli $g = 2\pi k\sigma h$ je sasvim dovoljna za potrebe primenjene geofizike. Ali u toku poslednjih godina usled povećanja tačnosti merenja modernim gravimetrima do $\pm 0,01$ mgl korišćenje te formule izaziva niz opravdanih kritičkih primedaba.

Prvo: formula $2\pi k\sigma h$ je tačna uz preduslov, da se horizontalna ploča ispod tačke posmatranja S širi na sve strane do beskonačnosti. Međutim, ako zamislimo takvo širenje horizontalne ploče do beskonačnosti, doći ćemo do zaključka, da usled sferičnog oblika zemljine površine takva ploča bi morala izaći van zemljine lopte na relativno malom otstojanju »d« od tačke posmatranja (vidi sliku 4) tako, da bi postajanje takve ploče bilo nerealno.



Sl. 4 — Snižavanje sferične površine zemlje ispod tangente u tački S

Na takvo tvrđenje mogli bi odgovoriti, da ne treba uzimati reč »beskonačnost« u njenom pravom značenju, jer je dovoljno samo zamisliti, da je radius »r« cilindra dosta velik u upoređenju sa njegovom debljinom »h« (slika 3), da bi računanje po formuli $2\pi k\sigma h$ dalo rezultate zadovoljavajuće tačnosti. Razmotrimo to pitanje nešto detaljnije:

Gravimetriski uticaj mase cilindra na tačku S u centru njegove gornje površine pri konačnom r izražava se formulom:

$$\Delta g = 2\pi k\sigma h \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{h} + \frac{r}{h} \right)$$

Kad je r dosta velik u upoređenju sa h , možemo napisati tu formulu u obliku:

$$\Delta g = 2\pi k\sigma h \left[1 - \frac{r}{h} \left(1 + \frac{h^2}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{r}{h} \right] =$$

$$2\pi k\sigma h \left[1 - \frac{r}{h} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{8} \frac{h^4}{r^4} + \dots \right) + \frac{r}{h} \right]$$

Članove sa $(h)^3$ i višim stepenima možemo zanemariti, kao vrlo male veličine i na taj način dobijemo izraz:

$$\Delta g = 2\pi k\sigma h \left(1 - \frac{h}{2r} \right)$$

odakle će razlika izračunata po formulama sa r konačnim i r jednakim ∞ biti:

$$\Delta = g_{\infty} - g_r = 2\pi k\sigma \frac{h^2}{2r}$$

Pri tačnosti merenja gravimetrom do $\pm 0,01$ mgl poželjno je, da i sve popravke, koje dodajemo merenim vrednostima, budu određene sa istom tačnošću, t. j. $2\pi k\sigma \frac{h^2}{2r}$ mora biti jednaka ili manja nego 0,01 mgl. Kad merimo h u metrima, a gravimetriski uticaj u miligalima, tad je

$$2\pi k\sigma h = 0,04191 \sigma h \text{ mgl}$$

Gustina površinskog sloja je obično bliska vrednosti $\sigma = 2,0$ gr/cm³, što znači, da moramo izabrati uvek takvo r , koje zadovoljava nejednakost

$$0,04191 \frac{h^2}{r} \leq \text{ili } r \geq 4,191 h^2$$

odakle vidimo, da za nadmorsku visinu $h = 100$ metara radius cilindrične ploče r mora biti:

$r \geq 4,191 \times 10.000 = 41.910 \text{ m} \approx \text{oko } 42 \text{ kilometara}$, da razlika izračunavanja po formulama beskonačne i konačne ploče ne bi prevazilazila 0,01 mgl.

Za nadmorsku visinu $h = 500$ metara odgovarajući radius r mora biti:

$$r \geq 4,191 \times 250.000 \text{ metra} \approx \text{oko } 1048 \text{ km.}$$

Uz korišćenje formula elementarne geometrije za segment kruga

$$r = R \cdot \sin \frac{\Theta}{2}; \quad l = \frac{2\pi R \cdot \frac{\Theta}{2}}{360} \quad \text{i} \quad h = \sqrt{R^2 - r^2}$$

i uzimajući za radius zemljine lopte njegovu srednju vrednost $R = 6367,8$ km (po Klarku), izračunao sam vrednosti r , h i $\frac{\Theta}{2}$ za različita otstojanja l merena na površini zemlje od tačke posmatranja S . Odgovarajuće vrednosti su date u tablici I.

Tablica I

Otstojanje l na površini zemlje (luka sfere) u km	Odgovarajući centralni ugao $\frac{\Theta}{2}$	Dužina odgovarajuće tetive r	Visina segmenta h jednaka snižava- nju tačke A ispod horizonta tačke posmatranja S
5 km	0° 02' 41.96"	5.00000 km	2 m
10 km	0° 05' 23.92"	10.00000 km	8 m
15 km	0° 08' 05.88"	15.00000 km	18 m
18,80 (zona K)	0° 10' 08.97"	18.00000 km	28 m
20 km	0° 10' 47.84"	20.00000 km	31 m
25 km	0° 13' 29.80"	24.99994 km	50 m
30 km	0° 16' 11.76"	29.99989 km	71 m
35 km	0° 18' 53.72"	34.99981 km	96 m
40 km	0° 21' 35.68"	39.99974 km	125,5 m
45 km	0° 24' 17.63"	44.99962 km	160 m
50 km	0° 26' 59.59"	49.99945 km	196 m
60 km	0° 32' 23.51"	59.99912 km	283 m
70 km	0° 37' 47.43"	69.99858 km	385 m
80 km	0° 43' 11.35"	79.99793 km	502 m
90 km	0° 48' 35.27"	89.99703 km	636 m
100 km	0° 53' 59.20"	99.99600 km	785 m
150 km	1° 20' 58.78"	149.98621 km	1767 m
166,735 (zona O ₂)	1° 30' 00.855"	166.71592 km	2183 m
200 km	1° 47' 58.40"	199.96509 km	2268 m
200 km	2° 41' 57.56"	299.88924 km	7065,5 m
400 km	3° 35' 56.74"	399.73706 km	12559 m
500 km	4° 29' 55.92"	499.48632 km	19620 m
750 km	6° 44' 53.87"	748.26352 km	44117 m
1000 km	8° 59' 51.97"	995.89690 km	78359,5 m

Iz te tablice vidimo, da snižavanje stvarne površine zemlje ispod horizonta tačke posmatranja (tangente u tački S) je na otstojanju $l=40$ km jednako 135,5 metra, a na otstojanju $l=1000$ km to snižavanje iznosi 78,4 km. T. j. da bi izbegli nerealno produženje horizontalne ploče u prostor van zemljine lopte moramo se zaustaviti na otstojanju $r=35$ kilometara (približno), kad je nadmorska visina tačke posmatranja $h=100$ metra, a za nadmorsku visinu $h=500$ m, moramo se ograničiti otstojanjem $r=80$ km (pribl.)

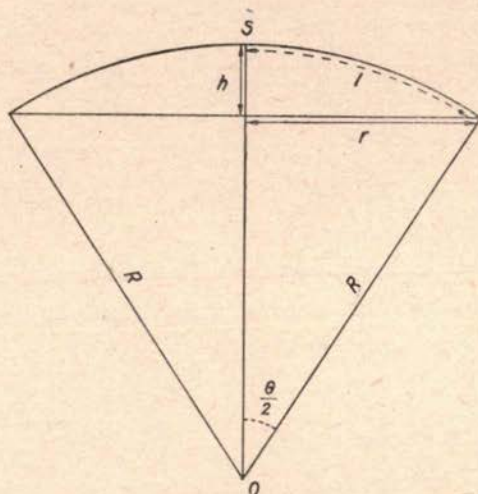
Vrednost popravke izračunate po formuli horizontalne ploče

$$\Delta g = 2\pi k\sigma h \text{ za } h = 500 \text{ m i } \sigma = 2,0 \text{ gr/cm}^3 \text{ iznosi}$$

$$0,04191 \times 2,0 \times 500 = 41,910 \text{ mgl}$$

međutim vrednost te popravke izračunate samo do $r = 80 \text{ km}$ će biti:

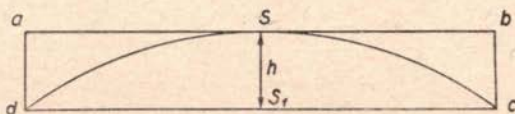
$$0,04191 \times 2,0 \times 500 \left(1 - \frac{500}{160.000}\right) = 41,779 \text{ mgl}$$



Sl. 5 — Sferički segment

Razlika računanja dveju formula iznosi $+ 0,13 \text{ mgl}$, t. j. ona je trinaest puta veća nego tačnost merenja gravimetrom. Osim toga usled sferičkog oblika zemljine površine trebalo bi uzimati u obzir umesto uticaja horizontalne ploče $abcd$ uticaj loptinog segmenta $dScS_1$, čiji uticaj je još manji i može biti izračunat po formuli

$$\Delta g = 2\pi k\sigma h \left(1 - \frac{2h}{3r}\right)$$



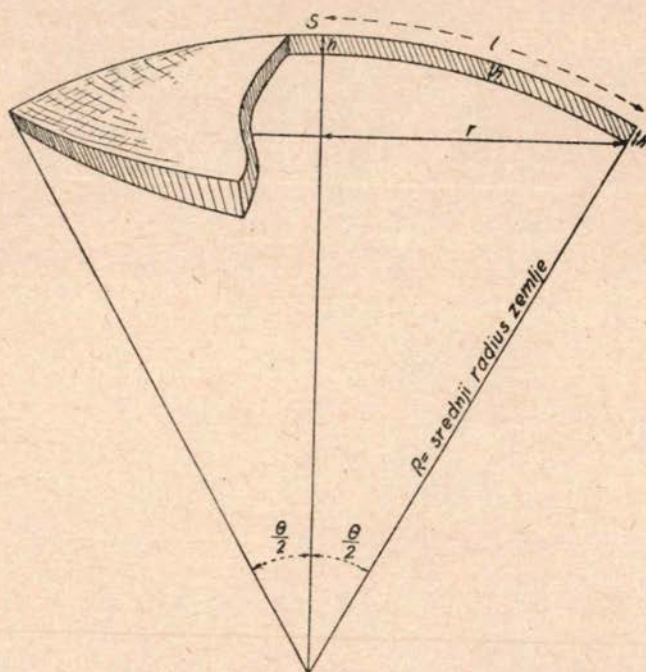
Za gore navedeni slučaj to bi bilo

$$\Delta g = 41,735 \text{ mgl}$$

Na taj način greška prouzrokovana korišćenjem formule beskonačne horizontalne ploče za nadmorsku visinu $h = 500 \text{ m}$ dostiže vrednost

+ 0,175 mgl, što ne može biti tolerisano pri radu sa modernim gravimetrima.

To je razlog zašto se sad kod rešavanja problema više geodezije koristi, za redukciju posmatranih vrednosti sile teže na morski nivo, uticaj sferične kalote, umesto uticaja horizontalne beskonačne ploče.



Sl. 6 — Uticaj sferične kalote

Tačna formula za izračunavanje sferične kalote na tačku S, koja se nalazi na vrhu kalote je:

$$\Delta g = -4\pi K\sigma R \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{h^3}{R^3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{R^3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{R} - \right. \\ \left. - \frac{1}{6} \left\{ 3 - 14 \sin^2 \frac{\Theta}{2} + 12 \sin^4 \frac{\Theta}{2} + \left(3 - 2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} \right\} \sqrt{T} + \right. \\ \left. + 2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} \cdot \cos^2 \frac{\Theta}{2} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \cdot \log \left(2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} + \frac{h}{R} + \sqrt{T} \right) \right] \left| \frac{1 + \frac{h}{R}}{1} \right.$$

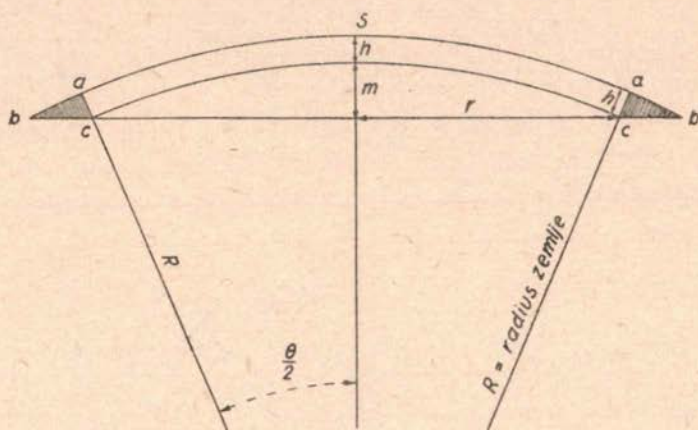
gde je

$$T = [x - \cos \Theta]^2 + \sin^2 \Theta$$

Formula je dosta glomazna i nepodesna za rutinsku obradu rezultata merenja na svim tačkama posmatranja, premda je sad računanje znatno

uproščeno zahvaljujući pomoćnim tablicama Kasinija i Dore. Te tablice su bile izrađene i objavljene po nalogu Međunarodne geodetske i geofizičke Unije i služe za izračunavanje topografskih popravaka i svodenje na morskog nivo posmatranih vrednosti sile zemljine teže. Uz pomoć tih tablica uticaj sferične kalote može biti izračunat jednostavno kao zbir uticaja pojedinih zona Hayforda jednake srednje visine h .

Nešto jednostavniju formulu gravimetričkog uticaja sferične kalote možemo dobiti, ako izračunamo taj uticaj kao razlike privlačenja dvaju loptinih segmenta spoljnog i unutrašnjeg, čija je razlika visina jednaka debljini kalote.



Sl. 7 — Uticaj kalote, kao razlika uticaja dvaju loptinih segmenata

Ta formula je:

$$\Delta g = 2\pi k\sigma \left[h - \frac{2}{3}(m+h) \sqrt{\frac{m+h}{2(R+h)}} + \left\{ \frac{2}{3}m^2 + 2\frac{Rh}{(R+h)} + \frac{4}{3}\frac{h^3}{(R+h)} \right\} \times \sqrt{\frac{m}{2(R+h)} - \frac{Rh^2}{(R+h)^2}} \right]$$

Rezultati računanja po toj formuli poklapaju se do $\pm 0,01$ sa rezultatima računanja po prvoj formuli kad su nadmorske visine h manje nego 400 metara. Za veće vrednosti h skraćene formule daju nešto veće vrednosti g' nego sračunate po tablicama Kasinija. To je posledica činjenice, da prva formula izražava uticaj kalote tačno u granicama od $-\frac{\theta}{2}$ do $+\frac{\theta}{2}$ a skraćena formula obuhvata još i uticaj dopunskog prstena van tih granica, čiji je presek prikazan na slici 7 uz šrafiranje trougla.

Kad želimo izračunati uticaj površinskog sloja po formuli sferične kalote, javlja se ponovo pitanje do kojeg otstojanja oko tačke posmatranja treba uzimati u obzir taj uticaj.

Kad bismo proširili izračunavanja uticaja sferične kalote na sve strane od tačke posmatranja do 180° ; t. j. na svu površinu zemljine lopte, dobili bismo jednostavni izraz

$$\Delta g' = 4\pi k\sigma h$$

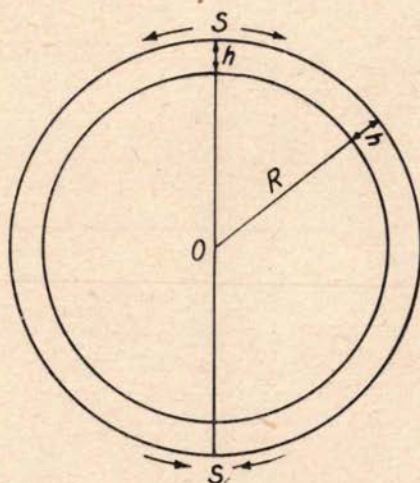
Zbilja, poznato je, da privlačenje punog loptinog sloja debljine h na tačku S na njegovoj površini (slika 8) je jednako privlačenju koje bi prozročovala masa M jednaka masi loptinog sloja, kad bi sva ta masa bila skoncentrisana u centru lopte O . Masa loptinog sloja može biti izračunata kao proizvod površine lopte puta gustina, puta debljina sloja, t. j.

$$M = 4\pi R^2\sigma h.$$

Ako zamislimo, da je ta masa skoncentrisana u tački O (centar lopte), to će privlačenje te mase na tačku S biti:

$$g' = k \frac{4\pi R^2\sigma h}{R^2} = 4\pi k\sigma h, \text{ t. j. jednako je tačno duplom uticaju besko-$$

načne horizontalne ploče.



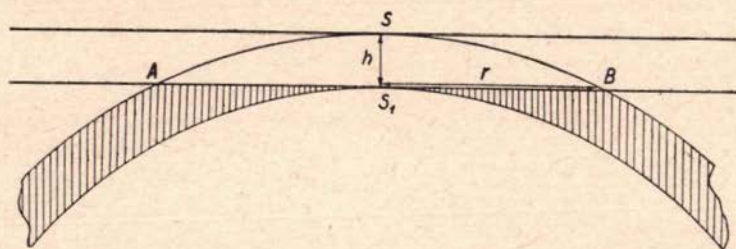
Sl. 8 — Privlačenje loptinog sloja

U prvi mah izgleda, da bi mogli rešiti pitanje popravaka za uticaj površinskog sloja jednostavnom upotrebom duple vrednosti uticaja beskonačne horizontalne ploče, ali praktično to je nemoguće, jer za primenu takve popravke potrebno bi bilo eliminisati prethodno sva uzvišenja i ispuniti sva udublenja za svu zemljinu loptu. Očigledno je, da takvo teoretsko izravnjavanje zemljine površine nije moguće, jer je reljef zemljine kore suviše raznovrstan i postoje ogromni prostori gde taj reljef još nije dosta proučen, osobito dno okeana. Zbog toga teoretsko izravnjavanje zemljine površine za svu zemljinu loptu ne bi moglo biti sračunato sa zadovoljavajućom tačnošću. Osim toga takav postupak bi izazvao znatnu modifikaciju raspodela masa zemljine kore zbog različitih vrednosti de-

bljine kalote h za različite tačke posmatranja. Tako, da i za slučaj sferične kalote moramo uzimati taj uticaj samo do nekog relativno malog otstojanja unaokolo tačke posmatranja.

Viša je Geodezija sad usvojila dogovorno kao spoljnu granicu izračunavanja uticaja sferične kalote spoljni radius 0_2 Hayforda. Taj radius je jednak 166,735 kilometra. Centralni ugao, koji odgovara tomu otstojanju na površini zemlje je jednak $\frac{\Theta}{2} = 1^\circ 30' 00'' 86$.

Medutim za primenjenu geofiziku otstojanje od 166,735 km oko tačke posmatranja je suviše veliko, jer bi izračunavanje popravke za topografski reljef do takvog otstojanja zahtevalo mnogo vremena i rada, a bilo bi u suštini beskorisno, jer na takvom udaljenju gravimetrski uticaj topografskog reljefa je skoro isti za sve tačke na prostoru od nekoliko desetina kvadratnih kilometara, t. j. drugim rečima nema skoro nikakvog uticaja na merenje anomalija sile zemljine teže, jer te anomalije određujemo kao razlike merene vrednosti na dvema tačkama. Osim toga po tablici 1 vidimo, da za otstojanje $l = 166,735$ km snižavanje zemljine površine ispod horizonta tačke posmatranja usled sferičkog oblika zemlje je jednako 2183 metara, t. j. kad izvodimo redukciju na morski nivo, a nadmorska visina tačke posmatranja ne prevazilazi nekoliko stotina metara (a to je u većini slučajeva), šrafirani deo sferične kalote (slika 9) će se nalaziti ispod horizonta tačke S_1 . Znači posle premeštaja tačke posmatranja S u položaj S_1 na morskome nivou, taj šrafirani deo sferične kalote vrši privlačenje u pravcu na dolje i nema razloga oduzimati njegov uticaj od posmatrane vrednosti sile teže.



Sl. 9 — Sferična kalota i sferični segment (radi preglednosti vertikalni razmer je mnogo puta veći nego li horizontalni)

Tako je, po mom mišljenju, logično u ovom slučaju određivati uticaj površinskog sloja ne samo po formuli sferičke kalote, nego po formuli loptinog segmenta. Ta formula je:

$$\Delta g' = 2\pi k \sigma h \left(1 - \frac{2h}{3r}\right), \text{ gde je } h \text{ nadmorska visina tačke posmatranja,}$$

a odgovarajuće r nalazimo po formuli elementarne geometrije:

$$r^2 = h(2R - h).$$

Dolje dajem tablicu vrednosti popravaka $\Delta g'$ izračunatih po formuli loptinog segmenta za različite nadmorske visine h . Računanje je izvedeno

sa korišćenjem gustine $\sigma = 1,0 \text{ gr/cm}^3$, tako da je za praktičnu upotrebu neophodno množiti tablične vrednosti sa odgovarajućom gustinom.

U svrhu upoređenja, u tablici II su date također i vrednosti popravaka izračunate po formuli beskonačne horizontalne ploče.

Tablica II

Vrednosti popravaka izračunate po formulama loptinog segmenta i beskonačne horizontalne ploče

Nadm. visina h u m	Uticaj loptinog segmenta mgl.	Uticaj besk. hor. ploče	Nadm. visina h u metrima	Uticaj lopt. segm mgl.	Uticaj besk. hor. ploče	Nadmorska visina h u metrima	Uticaj lopt. segm. mgl.	Uticaj besk. hor. ploče
25	1.050	1.050	600	25.030	25.145	1800	74.838	75.436
50	2.093	2.095	700	29.191	29.336	1900	78.978	79.627
75	3.138	3.143	800	33.350	33.527	2000	83.117	83.818
100	4.183	4.191	900	37.507	37.718	2100	87.255	88.009
150	6.272	6.286	1000	41.661	41.909	2200	91.392	92.199
200	8.360	8.382	1100	45.814	46.100	2300	95.527	96.390
250	10.446	10.447	1200	49.966	50.291	2400	99.661	100.581
300	12.532	12.573	1300	54.115	54.482	2500	103.793	104.772
350	14.617	14.668	1400	58.262	58.672	2600	107.925	108.963
400	16.701	16.764	1500	62.408	62.863	2700	112.055	113.154
450	18.784	18.859	1600	66.553	67.054	2800	116.185	117.385
500	20.867	20.954	1700	70.696	71.245	2900	120.313	121.536
						3000	124.440	125.726

Kako vidimo iz te tablice, za nadmorske visine manje nego 100 m uticaj beskonačne horizontalne ploče je praktično jednak uticaju loptinog segmenta, jer je razlika manja od 0,01 mgl. Sa povećanjem nadmorskih visina razlike rastu i za nadmorsku visinu od 3000 metara razlika vrednosti popravaka izračunata po obim formulama dostiže — 1,29 mgl. Ipak razlike su relativno male, što daje geofizičarima mogućnost koristiti i dalje za određivanje uticaja površinskog sloja formulu beskonačne horizontalne ploče $2 \pi k \sigma h$, na koju su već navikli, uz dodatak malih korekcija za sferički oblik zemlje. Te korekcije su jednake razlikama uticaja beskonačne horizontalne ploče i loptinog segmenta.

Nije teško izraditi tablicu takvih korekcija za različite nadmorske visine h, ili skoistruisati za tu svrhu odgovarajući grafikon, sličan pokazanom na slici 10.

Tablične vrednosti korekcije moraju biti množene sa odgovarajućim gustinama σ .

Druga ozbiljna teškoća kod određivanja uticaja površinskog sloja javlja se zbog neophodnosti tačnog poznavanja gustine σ .

Privlačenje beskonačne horizontalne ploče na tačku posmatranja je jednako

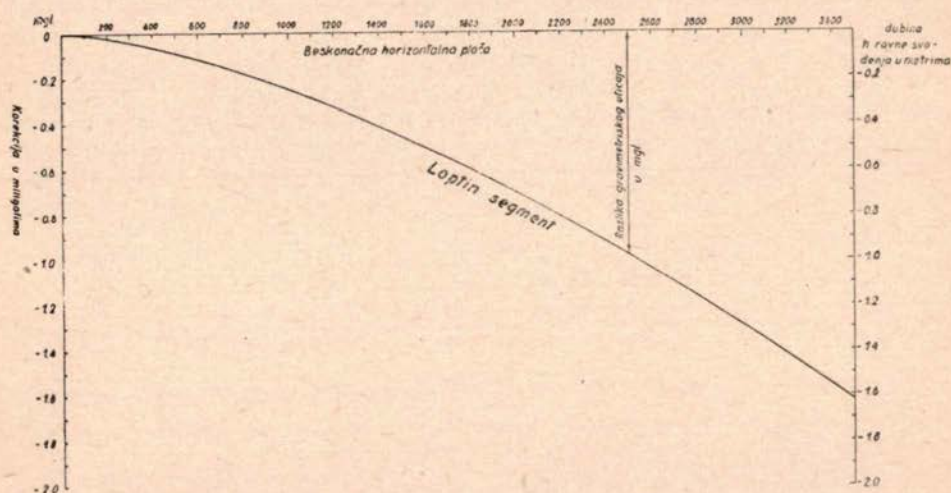
$$\Delta g' = 2 \pi k \sigma h = 0,04191 \cdot \sigma h$$

TABLICA III

Korekcije koje treba dodati vrednostima privlačenja beskonačne horizontalne ploče, da bi dobili vrednosti privlačenja loptinog segmenta.

h u met.	Korekcije u mgl	h met.	Korek. mgl	h met.	Korek. mgl	h met.	Korek. mgl	h met.	Korek. mgl
25	-0.001	350	-0.051	1000	-0.248	1800	-0.598	2600	-1.038
50	-0.003	400	-0.062	1100	-0.286	1900	-0.648	2700	-1.098
75	-0.005	450	-0.075	1200	-0.325	2000	-0.700	2800	-1.160
100	-0.008	500	-0.088	1300	-0.367	2100	-0.753	2900	-1.223
150	-0.014	600	-0.115	1400	-0.410	2200	-0.808	3000	-1.287
200	-0.022	700	-0.145	1500	-0.455	2300	-0.864	3100	-1.351,5
250	-0.031	800	-0.177	1600	-0.501	2400	-0.921	3200	-1.417
300	-0.041	900	-0.211	1700	-0.549	2500	-0.979	3300	-1.484
								3400	-1.552
								3500	-1.621

Privlačenja sferičke kalote i loptinog segmenta razlikuju se od te vrednosti samo neznatno i zbog toga proučavanje toga pitanja, za slučaj horizontalne ploče, će važiti i za kalotu i za segment.



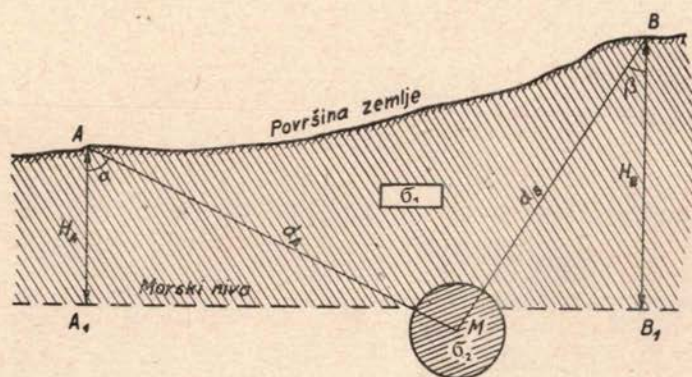
Sl. 10 — Razlike privlačenja beskonačne horizontalne ploče i loptinog segmenta

Iz izraza $\Delta g' = 0,04191 \sigma h$ vidimo, da pogrešno znanje gustine σ od 0,1 gr/cm³ izaziva grešku određivanja popravke jednaku $\pm 0,0042$ mgl na 1 metar nadmorske visine h. Na taj način, za nadmorsku visinu h = 100 m, greška će biti jednaka $\pm 0,42$ mgl, što je očigledno suviše mnogo kad merimo silu zemljine teže savremenim gravimetrom sa tačnošću $\pm 0,01$ mgl.

Međutim, na žalost, operater na terenu nema mogućnosti određivanja prosečne gustine tačnije nego do $\pm 0,1 \text{ gr/cm}^3$, jer kad bi operator čak i sakupio mnogobrojne uzorke stena na terenu i poslao ih na ispitivanje u laboratoriju, rezultati ispitivanja ne bi mogli da ga potpuno zadovolje, jer operatoru je potrebno poznavanje prosečne gustine tla unaokolo tačke posmatranja, a ne gustine pojedinih primeraka. Osim toga gustine površinskih uzoraka i izdanaka nisu istovetna gustinama istih stena u dubini. Nešto bolji rezultati određivanja gustina dobijaju se pomoću jezgri dubinskih bušotina i laboratoriskog ispitivanja uzoraka, ali takav metod određivanja gustina nije uvek moguć, a osim toga rezultati određivanja gustina u bušotinama važe samo za najbližu okolinu bušotina.

Obično se na terenu prosečna gustina površinskog sloja određuje po metodi Netletona ili pomoću gravimetriskih merenja u dubini šahta obližnjih rudnika. Takvo određivanje gustina ne može osigurati potrebnu tačnost. Osim toga gustine dobijene na taj način odgovaraju gustinama površinskog sloja i mogu biti korišćene samo za izračunavanje popravaka za uticaj topografskog reljefa, ali ne daju podataka o gustinama dubokih formacija, koje su nama potrebne za svodenje na morski nivo.

Kad je već nemoguće eliminisati grešku, prouzrokovanu netačnim poznavanjem prosečne gustine σ , to je potrebno u najmanju ruku smanjiti tu grešku, ukoliko to je moguće. Takvo smanjenje greške može biti postignuto uz smanjenje h , t. j. uz smanjenje razlike visina tačke posmatranja i ravni svodenja. Drugim rečima, umesto svodenja na morski nivo treba izvoditi svodenje na neku arbitražnu horizontalnu ravan, čija se nadmorska visina malo razlikuje se od nadmorskih visina tačaka posmatranja. Najbolje bi bilo izabrati za ravan svodenja ravan, čija je nadmorska visina jednaka srednjoj nadmorskoj visini merenog terena, jer su tad vrenosti h najmanje. Ali u takvom slučaju popravku $0,04191 \sigma h$ morali bi uzimati čas sa znakom $+$, čas sa znakom $-$, i pri nepažnji to bi moglo biti izvorom računskih grešaka. Zbog toga bolje je uzeti za ravan svodenja horizontalnu ravan kroz tačku posmatranja sa najmanjom nadmorskom visinom.



Sl. 11 — Anomalija sile teže prouzrokovana peremećavajućom masom M

Zamena svodenja na morski nivo svodenjem na neku ravan u neposrednoj blizini površine zemlje ne utiče nimalo na konačni rezultat određivanja gravimetriskih anomalija, jer anomalije koje dobijemo uz rutinsko gravimetrisko snimanje i uobičajeni računski postupak, ostaju se bez ikakve promene za ma koju ravan svodenja.

Neke su tačke A i B tačke posmatranja na fizičkoj površini zemlje (vidi sliku 11), a A_1 odnosno B_1 su njihove projekcije na morski nivo. Neka su normalne vrednosti sile zemljine teže u tačkama A_1 i B_1 γ_A i γ_B , a nadmorske visine tačaka posmatranja su H_A odnosno H_B . Pretpostavimo, da u opsegu terena merenja ne postoje nikakve poremećavajuće mase. Tad će se vrednosti sile teže merene na fizičkoj površini zemlje razlikovati od teoretskih normalnih vrednosti γ samo za gravimetriski uticaj nadmorskih visina tačaka posmatranja. Tako da bi sila teže merena u tački A bila

$$g_A = \gamma_A - 0,3086 H_A + 0,0419 \sigma_1 H_A$$

a u tački B

$$g_B = \gamma_B - 0,3086 H_B + 0,0419 \sigma_1 H_B$$

Sad zamislim, da se ispod površine zemlje nalazi još neko poremećavajuće telo, čija je masa jednaka M i čiji je oblik blizak lopti. Vertikalna komponenta poremećavajućeg uticaja toga tela će biti u odnosu na tačku A:

$$k \frac{M}{d_A^2} \cos \alpha$$

a u odnosu na tačku B:

$$k \frac{M}{d_B^2} \cos \beta$$

Tad sila teže merena na tačkama A i B će biti:

$$g_A = \gamma_A - 0,3086 H_A + 0,0419 \sigma_1 H_A + k \frac{M}{d_A^2} \cos \alpha$$

$$g_B = \gamma_B - 0,3086 H_B + 0,0419 \sigma_1 H_B + k \frac{M}{d_B^2} \cos \beta$$

Uobičajeni postupak određivanja gravimetriskih anomalija je sledeći: ka merenoj vrednosti sile teže dodajem popravku za nadmorsku visinu, jednaku $+ 0,3086 H_n$, oduzimamo popravku za uticaj sloja između ravni posmatranja i morskog nivoa $- 0,0419 \sigma_1 H_n$ i oduzimamo normalnu vrednost γ_n tako da konačno dobijamo:

$$\text{Anomalija (A)} = \gamma_A - 0,3086 H_A + 0,0419 \sigma_1 H_A + k \frac{M}{d_A^2} \cos \alpha +$$

$$+ 0,3086 H_A - 0,0419 \sigma_1 H_A - \gamma_A = k \frac{M}{d_A^2} \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{Anomalija (B)} = \gamma_B - 0,3086 H_B + 0,0419 \sigma_1 H_B + k \frac{M}{d_B^2} \cos \beta + \\ + 0,3086 H_B - 0,0419 \sigma_1 H_B - \gamma_B = k \frac{M}{d_B^2} \cos \beta \end{aligned}$$

Ako uz takav postupak zamislimo, da su tačke A i B stvarno premeštene na morski nivo u položaj A_1 odnosno B_1 , a sloj zemlje iznad morskog nivoa je uklonjen, i nacrtamo relativni položaj pronadenih anomalija koristeći za tu svrhu ostojanja d_A odnosno d_B i uglove α i β , vidićemo, da smo uz tobožni premeštaj tačkaka posmatranja na morski nivo istovremeno premestili u vertikalnom pravcu i anomalno telo i to na različite dubine zbog različitih nadmorskih visina tačkaka posmatranja (slika 12). Razumljivo je, da takva situacija nije povoljna za interpretaciju i ne može biti tolerisana. Zbog toga ruski geofizičari raspravljaju nastalu situaciju na sledeći način:

»Zamislimo, da tačke posmatranja sačuvaju stalno njihov položaj na fizičkoj površini zemlje, a za određivanje gravimetriskih anomalija izračunavamo teoretske (normalne) vrednosti sile teže za nivo svake tačke posmatranja. Razlika između posmatrane i teoretske vrednosti sile teže je tražena anomalija za datu tačku.«

Očigledno je, da će »normalna« vrednost sile teže za tačku posmatranja A biti jednaka:

$$\gamma_B - 0,3086 H_A + 0,0419 \sigma H_A$$

a za tačku B:

$$\gamma_B - 0,3086 H_B + 0,0419 \sigma H_B$$

a odgovarajuće anomalije sile teže dobijamo kao razlike između posmatrane vrednosti.

$$\text{Anomalija (A)} = g_A - \gamma_A + 0,3086 H_A - 0,0419 \sigma H_A$$

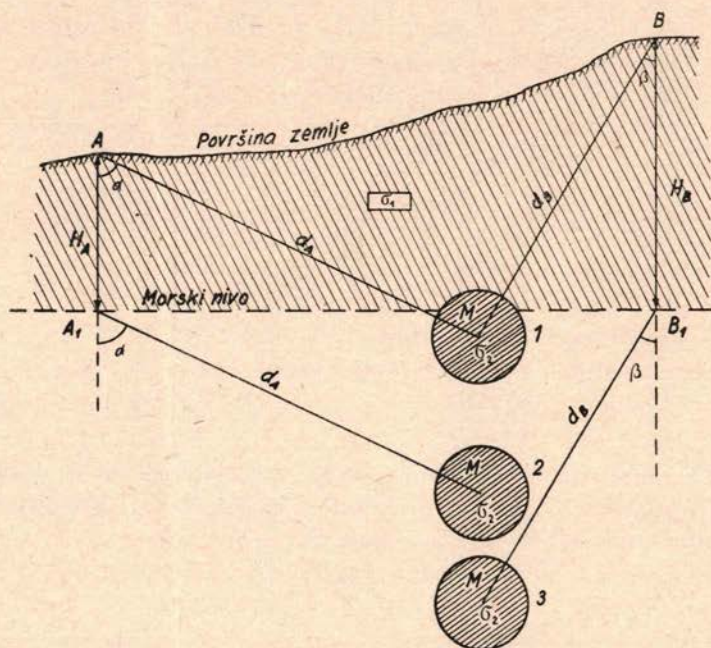
$$\text{Anomalija (B)} = g_B - \gamma_B + 0,3086 H_B - 0,0419 \sigma H_B$$

t. j. računaska radnja i konačni rezultat su iste za obadva tumačenja, samo ako usvojimo rusko tumačenje, vidimo jasno, da kod određivanja anomalija sile teže izbor jedne te ili druge ravni svodenja ne igra nikakvu ulogu, jer anomalije dobijene uz uobičajeni računski postupak, t. j. uz dodatak popravke za visinu tačke posmatranja

$$\Delta g = (0,3086 - 0,0419 \sigma) H$$

važi svaka za tačku posmatranja sa njezinom nadmorskom visinom i nisu svedene na neki zajednički nivo svodenja.

Tu činjenicu treba uvek uzimati u obzir kod kvantitativne intepretacije rezultata gravimetriskih merenja, jer u planinskim područjima, gde postoje velike razlike nadmorskih visina pojedinih tačaka, karta gravimetriskih anomalija dobivena na takav način ne može biti iskorišćena direktno za kvantitativnu interpretaciju rezultata, jer sve teoretske krive i formule koje služe za rešavanje obrnutog gravimetriskog problema, t. j. za određivanje mase, oblika, dubine, gustine i drugih elemenata poremećajućeg tela su razradene uz pretpostavku, da sve anomalije važe za isti nivo.



Sl. 12 — Istiniti i prividni položaj mase M

Što se tiče pitanja redukcija posmatranih gravimetriskih anomalija na neku zajedničku ravan svodenja, to u specijalnoj literaturi već je bilo objavljeno nekoliko članaka o tome, ali autori tih članaka su proučavali to pitanje uglavnom sa tačke gledišta njegove primene za rešavanje nekih specijalnih problema Više Geodezije i praktičku upotrebu kod primenjena geofizike.

Kao interesantni primer takvog proučavanja treba spomenuti članak V. A. Kuzivanova »Ka pitanju redukcija anomalija sile teže« (2). U tom članku autor daje metodu određivanja anomalija sile teže za neku spoljnu tačku, kad imamo na raspolaganju kartu gravimetriskih anomalija $\Delta g''$ nekog terena.

Metoda Kuzivanova oslanja se na formule ruskog geodeta M. S. Molodenskog

$$\Delta g (P) = \iint_S \psi \frac{H - h}{r^3} dS \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$2 \pi \psi \cos \alpha = \overline{\Delta g} + \iint_S \psi \frac{h - h_0}{r^3} dS \quad \dots \dots \dots (2)$$

gde su:

- $\Delta g (P)$ tražena anomalija sile teže za tačku P u spoljnom prostoru.
- $\overline{\Delta g}$ anomalija neke polazne tačke A_0 na fizičkoj površini zemlje S.
- h_0 nadmorska visina te polazne tačke.
- $(h - h_0)$... razlike visina između polazne i ostalih tačaka na fizičkoj površini zemlje.
- r otstojanja između polazne tačke A_0 i drugih tačaka posmatranja.
- r otstojanja između tačke P u spoljnom prostoru i gravimetriskih tačaka na površini zemlje.
- S fizička površina zemlje.
- dS elemenat fizičke površine zemlje
- $(H - h)$... razlike visina između spoljne tačke P i gravimetriskih tačaka na površini S.
- α ugao nagiba fizičke površine zemlje kod tačke posmatranja u odnosu na ravan svodenja. Za ravan svodenja uzimaju obično horizontalnu ravan.
- ψ pomoćna funkcija, koja služi za izračunavanje $\Delta g (P)$.

(Nastavit će se)