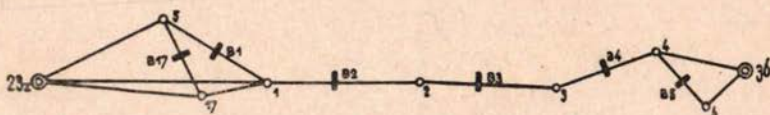


## INDIREKTNO ODREĐIVANJE PRAVACA POLIGONOMETRIJSKOM METODOM

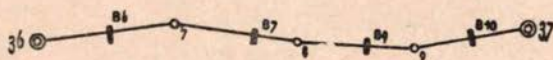
Geodetska Uprava N. R. Hrvatske organizirala je u jeseni 1950 godine poligonometrijska mjerenja u cilju indirektnog određivanja pravaca i uspoređivanja rezultata postignutih različitim instrumentarijem. Zbog toga je na području Zagreba izabran teren, između Savskog mosta i Resnika, na kojem je već postojala razvijena trigonometrijska mreža, u kojoj su pravci, koje je trebalo indirektno odrediti, bili neposredno opažani, a i u toku samog ispitivanja su direktno mjereni. Čitav potez, od Savskog mosta do Resnika, je bio podijeljen na tri dijela, postojećim trigonometrijskim točka-



Sl. 1

ma i to 23—36 (Savsi most — Jakuševački most) slika 1, 36—37 (Jakuševački most — Radnička cesta) slika 2, 37—32 (Radnička cesta — Resnik) slika 3. (Na slikama 1, 2 i 3 su shematski označene simetrične ili nesimetrične baze). — Sama mjerenja su bila podijeljena na 2 dijela tako da je prvi dio obuhvaćao opažanja instrumentom Redta. U tom su dijelu dužine pomoćnih baza bile opažane direktno, na uobičajan način, koincidencijom i pomoću paralaktičnih kuteva, koji su mjereni na marke nanese na krajevima Redta letava. Na svim poligonometrijskim točkama između trig. 23—36—37 opažan je i pravac prema trig. 173 — Katedrala.

Drugi dio mjerenja je obuhvaćao opažanja instrumentom Zeiss Th-II. Dužine pomoćnih baza su određivane mjerenjem paralaktičkih kuteva na

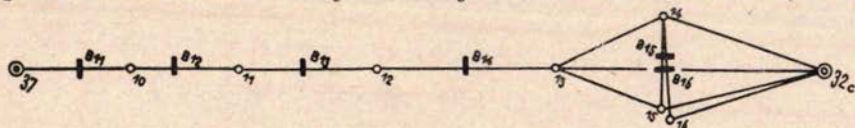


Sl. 2

bazisnu letvu proizvodnje Wild i direktno invarnom žicom. Radi toga dužine baza iznose približno 24, 36 ili 48 metara. U ovom slučaju nije opažan trig. 173.

Baze su postavljene u sredini poligone strane, simetrično ili nesimetrično prema terenskim okolnostima.

Kao što se vidi iz slika 1, 2, 3 vlakovi su ispruženi koliko god su to dozvoljavale terenske prilike. Stranice nisu podjednake dužine tamo, gdje to nije bilo moguće izvesti uslijed različitih zapreka, na primjer kod Savskog mosta (izgrađeni blokovi kuća) i crkve u Resniku. U tim su slučajevima razvijene posebne mreže. Nažalost, velika je šteta što je stabilizacija poligonih točaka izvedena koljcem, u kojem se nalazio čavao tako, da su te



Sl. 3

točke kasnije uništene odnosno izgubljene. Međutim, to je bilo uvjetovano prilikama pod kojima su izvadani radovi. Vlak 23—36, ima 4 točke, vlak 36—37, ima 3 točke, a vlak 37—32, 4 točke. Taj zahtjev za manjim brojem točaka, postavljen je a priori zbog težina indirektno određenih pravaca. Prema, Janković: Poligonometrija, strana 103, težina indirektno određenog pravca je izražena formulom:

$$p \cong \frac{4.5 n}{2n^2 + 1} \quad \text{gdje je } n \text{ broj strana u vlaku.}$$

Ako je:

$$n = 5 \quad p = 0,46$$

$$n = 4 \quad p = 0,55$$

pa bi u tim slučajevima težina indirektno određenih pravaca mogli približno smatrati jednakim težinama direktno mjerenih pravaca.

Ovako veliki opažački materijal nije služio samo za studij indirektnih pravaca nego i u prosuđivanju točnosti određivanja točaka poligonometrijskom metodom.

U terenskim su radovima sudjelovali osim pisca: Mato Balen, Marijan Božičnik, Miloš Dašić, Dragutin Dolčić, Vladislav Ferenc, Dalibor Hodovski, Vinko Prkić, Jaroslav Vistrička i Zvonko Tišljar, a čitav je terenski rad izvršen u 27 kalendarskih dana između 10. 10. 1950. i 17. 11. 1950. Radovi su obavljani u tako dugom vremenskom intervalu zbog brojnih poteškoća, od kojih su bile najvažnije: nedostatak prevoznog sredstva, nestalni radnici, magle i često slaba vidljivost.

#### OPAŽANJA INSTRUMENTOM REDTA br. 60695

Poligoni kutevi su mjereni girusnom metodom, uz prisilno centriranje, u 4 potpuna girusa. Paralaktični su pak kutevi mjereni repeticionom metodom u 4 ponavljanja u dva položaja durbina tako, da se alhidada kreće u prvom položaju durbina uvijek s lijeva na desno zbrajajući kuteve, a u drugom položaju durbina uvijek s desna na lijevo oduzimajući kuteve. Dužine pomoćnih baza mjerene su jedanput direktno, uobičajenim načinom, a drugi puta mjerenjem paralaktičkog kuta između maraka na krajevima letve. U tu svrhu korištene su dvije letve, broj 1 i broj 2. Razumljivo, da je kod tog načina opažanja bilježena i temperatura, pa je kasnije kod račun-

ske obrade podataka uzimana u obzir. Letve i instrumenat su zamjenjivani na krajnjim točkama baze tako, da je u smjeru mjerenja, polig. vlaka, letva 1 bila na desnoj točki baze, a letva 2 na lijevoj točki baze. Kod toga su odmah uočene razlike, u direktno očitanim dužinama odnosno paralaktičnim kutevima, između obiju letava. Nakon malo detaljnijeg pregleda letava konstatirano je, da je podjela popravljena i to veoma slabo, pa su podaci direktnog mjerenja morali biti načelno odbačeni. Marke na krajevima letava nisu bile popravljane. Prema tome su zadržani podaci mjerenja paralaktičnih kuteva, ali je i tu utvrđeno za letvu 2, da nakon svih potrebnih korekcija, ne daje zadovoljavajuće podatke. Na svakoj poligonoj točki najprije su opažani poligoni kutevi, a zatim paralaktični. Potrebne vrijednosti adicijonih konstanti na Redta letve 1 i 2 određene su projiciranjem pomoću instrumenta i iznose za letvu 1:  $c_1 = + 28.1$  mm i za letvu 2:  $c_2 = + 37.4$  mm.

Srednja pogreška kuta određena je po formuli Ferrera iz 3 glavne zatvorene figure: 23—36—23, 36—37—36 i 37—32—37 iznosi:  $m = \pm 6''.5$ .

Ako se k tome doda još preostalih 7 figura, koje su korištene u toku samog mjerenja, dobiva se  $m = \pm 3''.7$ . Prema tome srednja pogreška pravca iznosi  $\pm 4''.6$  odnosno u drugom slučaju  $2''.6$ . U opažanja instrumentom Redta nije bio uključenu točka 17.

Unutarnja točnost određivanja duljina baza računata je po formuli:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{S}{b} m_g \dots (1)$$

(Vidi: Gruber, Optische Streckenmessung, str. 11), a tablica 1 nam daje uvid u postignute rezultate. (U istoj su tablici upisani rezultati mjerenja bazinsom letvom Wild i invarnom žicom br. 857).

U ovoj su tablici upisane i dužine baza, mjerene bazinsom letvom i invarnom žicom, radi kasnijeg lakšeg uspoređivanja. Baze 1, 3, 5, 9, 10, 11, 14 i 17 su simetrične, a ostale su nesimetrične.

Kod baze 10 upisane su dvije različite vrijednosti, jer je ta baza dva puta postavljena i mjerena, a za dalja je računanja korištena vrijednost od 24 m, za obradu podataka Redta letava. Redta letve 1 i 2 su komparirane invarnim lenjirom br. 810, vlasništvo Savezne geodetske Uprave, Beograd. Korekcije zbog utjecaja temperature i komparacije, na dužine pomoćnih baza su računane, na slijedeći način. Poznata formula za računanje dužina, iz poligonometrije, glasi:

$$B = \frac{b_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + c \dots (2)$$

U toj formuli označuje:  $B \dots$  dužine pomoćne baze,  $b_0 \dots$  nominalnu dužinu letve,  $\alpha$  paralaktični kut i  $c \dots$  adicijonu konstantu. Uslijed utjecaja temperature i otpustanja od nominalne dužine ta će formula za neku temperaturu  $t$  glasiti.

$$B_1 = \frac{[b_0 + \Delta b] [1 + k(t - t_0)]}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + c \dots (3)$$

Tablica 1.

Baza	Redta 1		Redta 2		Wild		Invar	
	dužina	pogreška	dužina	pogreška	dužina	pogreška	dužina	pogreška
1	47.9178	$\frac{1}{5720}$	47.9024	$\frac{1}{5720}$	47.9187	$\frac{1}{13900}$	47.9255	$\frac{1}{1010000}$
2	35.9948	$\frac{1}{15300}$	35.9921	$\frac{1}{5720}$	36.0026	$\frac{1}{13500}$	36.0100	$\frac{1}{822000}$
3	24.0109	$\frac{1}{11400}$	24.0080	$\frac{1}{22800}$	24.0133	$\frac{1}{50600}$	24.0112	$\frac{1}{1280000}$
4	24.0329	$\frac{1}{7640}$	24.0300	$\frac{1}{5720}$	24.0315	$\frac{1}{51800}$	24.0273	$\frac{1}{1280000}$
5	23.9850	$\frac{1}{5720}$	23.9792	$\frac{1}{11400}$	23.9945	$\frac{1}{30000}$	23.9908	$\frac{1}{383000}$
6	35.9963	$\frac{1}{15200}$	35.9924	0	36.0022	$\frac{1}{44100}$	36.0027	$\frac{1}{256000}$
7	23.9855	$\frac{1}{22800}$	23.9753	$\frac{1}{7640}$	23.9845	$\frac{1}{24000}$	23.9840	0
8	47.9659	$\frac{1}{11400}$	47.9588	$\frac{1}{11400}$	47.9735	$\frac{1}{13400}$	47.9752	$\frac{1}{428000}$
9	23.9793	$\frac{1}{11400}$	23.9764	$\frac{1}{22800}$	.	.	.	.
10	35.9732	$\frac{1}{3820}$	35.9770	$\frac{1}{3820}$	35.9853	$\frac{1}{30400}$	35.9831	$\frac{1}{635000}$
11	23.9850	$\frac{1}{11400}$	23.9860	0	23.9907	$\frac{1}{36800}$	23.9870	$\frac{1}{768000}$
12	24.0022	$\frac{1}{22800}$	24.0020	$\frac{1}{11400}$	24.0104	$\frac{1}{29700}$	24.0070	$\frac{1}{350000}$
13	24.0028	$\frac{1}{7640}$	23.9973	$\frac{1}{22800}$	24.0037	$\frac{1}{37400}$	24.0027	$\frac{1}{94000}$
14	47.9925	0	47.9812	$\frac{1}{11400}$	47.9906	$\frac{1}{16200}$	47.9939	$\frac{1}{586000}$
15	24.0035	$\frac{1}{22800}$	24.9986	0	24.0005	$\frac{1}{22600}$	23.9982	$\frac{1}{206000}$
16	24.0444	$\frac{1}{11400}$	24.0373	$\frac{1}{22800}$	24.0437	$\frac{1}{18700}$	24.0404	$\frac{1}{1440000}$
17	.	.	.	.	24.0335	$\frac{1}{31800}$	24.0306	$\frac{1}{641000}$

gdje označuje:  $\Delta b$  ... popravak uslijed komparacije,  $k$  ... koeficijent istezanja i  $t_0$  ... temperaturu komparacije. Prema tome utjecaj temperature i komparacije biti će:

$$\Delta B = B_1 - B = \frac{\Delta b + b_0 \cdot k \cdot /t - t_0/ + \Delta bk \cdot /t - t_0/}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \dots (4)$$

Za koeficijent istezanja uzeta je vrijednost prema: Gruber, Optische Streckenmessung, strana 21, 40,  $k = 1.1 \times 10^{-5}$ .

Dakle, veličine  $\Delta B$  glase, za letvu:

$$\text{Redta 1: } \left[ +0.1175 + 0.0110 (t-13^0) + 0.000001293 (t-13^0) \right] \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Redta 2: } \left[ -0.0105 + 0.0110 (t-13^0.6) - 0.000000115 (t-13^0.6) \right] \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

S tako dobivenim dužinama baza, izračunate su dužine poligonskih strana, koje su reducirane na nivo plohu mora i ravninu projekcije. Tablica 2 daje nam pregled dužina strana određenih ne samo Redta letvama, nego i bazisnom letvom i invarnom žicom.

(U upisane vrijednosti su uključene redukcije na nivo plohu mora i ravninu projekcije).

Nakon završenih mjerenja instrumentom Redta bio je uništen polig. 10, i nakon toga obnovljen, pa su zbog toga nastale tako velike razlike, u dužinama: 37—10 i 10—11, između pojedinih načina rada. Kao što se vidi iz slika 1 i 3, neke dužine nisu dobivene direktno nego indirektno, kao što je slučaj kod trig. 23, 36 i 32. U prva dva slučaja potrebna dužina strane dobivena je iz trokuta, nakon izjednačenja kuteva, a kod trig. 32 je izvršeno izjednačenje, nakon kojeg su dobivene najvjerojatnije vrijednosti za odgovarajuće elemente.

Izjednačena je figura: 13—14—32—15 i 14—32—16 za dvije mjerene dužine, posebno za pojedine letve, po uvjetnim opažanjima. Srednje pogreške pravca, mjenjenog u 4 girusa, dobivene nakon izjednačenja, iznose za letvu:

$$\text{Redta 1, } m = \pm 2''.8$$

$$\text{Redta 2, } m = \pm 5''.8$$

Iako su u oba slučaja korišteni isti podaci mjerenja kuteva vidimo, da je srednja pogreška kod letve broj 2 dvostruko veća od pogreške kod letve 1. To proizlazi odatle što je kod izjednačenja za svaku letvu sastavljen i poseban uvjet računanja dužine: 14—32 iz mjerenih dužina: 14—15 i 14—16, kod čega je nesuglasica za letvu 2 bila cca 2.5 puta veća od nesuglasice letve 1. Do neznatnog povećanja srednje pogreške pravca i kod letve broj 1 došlo je uslijed uvjeta strana, u odnosu na srednju pogrešku dobivenu iz zatvorenih figura.

Uspoređujući vrijednosti dobivene Redta letvama 1 i 2 odmah uočavamo, da su vrijednosti letve Redta 2, u svim slučajevima osim jednoga, manje od vrijednosti letve Redta 1, što upućuje na zaključak o pogrešnoj komparaciji ili pogrešno određenoj vrijednosti adicione konstante letve.

Tablica 2.

Strana	Redta 1	Redta 2	Redta-173		Wild	Invar	Relativne pogreške u odnosu na invar	
			s izjedna- čenjem	bez izjed- načenja			Redta 1	Wild
23—1	1220.811	1220.418	1221.091	1221.209	1221.126	1221.144	$\frac{1}{3660}$	$\frac{1}{68000}$
1—2	815.267	815.206	815.464	815.526	815.328	815.316	$\frac{1}{16700}$	$\frac{1}{67900}$
2—3	729.728	729.640	729.365	729.429	729.658	729.614	$\frac{1}{6400}$	$\frac{1}{16600}$
3—4	512.135	552.069	552.150	552.225	552.196	552.114	$\frac{1}{26500}$	$\frac{1}{6760}$
4—36	512.489	512.365	512.528	512.665	512.560	512.519	$\frac{1}{17100}$	$\frac{1}{12500}$
36—7	722.536	722.456	722.633	722.655	722.621	722.650	$\frac{1}{6350}$	$\frac{1}{24900}$
7—8	656.530	656.252	656.396	656.815	656.489	656.495	$\frac{1}{18700}$	$\frac{1}{109000}$
8—9	622.437	622.344	622.203	622.507	622.523	622.562	$\frac{1}{4980}$	$\frac{1}{16000}$
9—37	630.565	630.488	631.066	631.388	630.656	630.636	$\frac{1}{8900}$	$\frac{1}{31600}$
37—10	618.044	618.071	.	.	617.159	617.082	.	.
10—11	576.178	576.172	.	.	577.288	577.219	.	.
11—12	709.261	709.100	.	.	709.324	709.314	$\frac{1}{13400}$	$\frac{1}{70900}$
12—13	926.299	926.080	.	.	926.308	926.397	$\frac{1}{9480}$	$\frac{1}{10400}$
13—32	1418.942	1418.608	.	.	1419.061	1418.937	$\frac{1}{284000}$	$\frac{1}{11500}$

Obzirom na način određivanja adicione konstante, vjerojatnija je pretpostavka o njenoj pogrešnoj vrijednosti.

Radi ilustracije, u tablicu 2 su upisane i vrijednosti dužina strana dobivene samo mjerenjem kuteva, t. j. viziranjem na svake poligone točke na trig. 173, pod naslovom: Redta — 173.

U jednom je slučaju izvršeno izjednačenje između zadanih trigonometrijskih točaka (dva uvjeta), a u drugom su izračunate dužine strana bez izjednačenja. Na trigonometrijskoj strani 37—32 nisu vršena takova mjerenja. Opažani pravci nisu reducirani na ravninu projekcije radi kratkih dužina strana. S tako dobivenim podacima prešlo se na računanje koordinata, poligonih točaka, koje su računane na nekoliko načina ovisno o tome, da li je kutni priključak na zadanim trigonometrijskim točkama izveden pomoću jednog pravca (uobičajeni način računanja poligonih vlakova) ili su za početni i završni smjernjak u vlaku uzeti podaci dobiveni orijentacijom tih stajališta odnosno orijentacijom samo početne-zadane-točke (bez izjednačenja kutova). Na taj način izračunate koordinatne razlike služile su ne samo za računanje definitivnih koordinata poligonih točaka nego i za određivanje vrijednosti indirektnih pravaca, koji su računati po formuli:

$$tg v = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad \dots (5)$$

Kod letve Redta 2, radi ranijeg uočenog sistematskog utjecaja, računane su uzdužne pogreške na jedinicu dužine u sva tri vlaka i s dobivenom aritmetičkom sredinom korigirane su sve mjerene dužine. Izjednačenje u pojedinim vlakovima je izvršeno na osnovu teoretskih zahtjeva (Janković, Poligonometrija str. 187). U tablicama 3, 4, 5 su upisani karakteristični podaci tog računanja.

Tablica 3.

Vlak pravac	Dužina m	$f_{\beta}$	Redta 1				Redta 2			Mjereni — orijentirani pravac
			$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	Indirektni pravac	$f_y$	$f_x$	Indirektni pravac	
23-36	3830	+10'' 3	+0.167	+0.102	$\frac{1}{19200}$	87° 29' 18'' 5	-0.011	+0.009	87° 29' 16'' 5	87° 29' 07'' 9
36-37	2632	+8.0	+0.241	+0.026	$\frac{1}{10900}$	85'' 03 25.9	+0.141	-0.079	85'' 03 21.4	85 03 24.9
37-32	4248	+24'' 2	+0.092	+0.165	$\frac{1}{21200}$	64° 51' 51'' 7	-0.198	+0.026	64° 51' 51'' 6	64° 51' 54'' 7

Podaci u tablici 3 su dobiveni računanjem poligonih vlakova, u kojima je priključak po smjerovima izveden na oba kraja samo s jednim pravcem. Simboli:  $f_{\beta}, f_x, f_y$  označuju nesuglasice mjerenja kuteva i određivanja koordinatnih razlika.

Tablica 4.

Vlak pravac	Dužina m	$f_{\beta}$	Redta 1				Redta 2			Mjereni — orijentirani pravac
			$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	indirektni pravac	$f_y$	$f_x$	indirektni pravac	
23-36	3830	+14.'' 9	+0.172	+0.032	$\frac{1}{22500}$	87° 29' 14.'' 6	-0.006	-0.043	87° 29' 13.'' 7	87° 29' 07.'' 9
36-37	2632	+8.'' 1	+0.245	+0.006	$\frac{1}{10500}$	85° 03' 24.'' 5	+0.134	-0.083	85° 03' 21.'' 1	85° 03' 24.'' 9
37-32	4248	+18.'' 7	+0.040	+0.279	$\frac{1}{15200}$	64° 51' 57.'' 7	-0.250	+0.140	64° 51' 57.'' 7	64° 51' 54.'' 7

Podaci u ovoj tabeli su dobiveni računanjem poligonih vlakova, kod kojih su zadani smjerovi dobiveni orijentacijom obaju krajnjih točaka. Broj orijentacionih vizura iznosi na trig. 23: četiri, trig. 36: pet, trig. 37: pet i trig. 32: dva pravca.

Tablica 5.

Pravac	Redta 1	Redta 2	Redta—173		Mjereni orjentirani pravac
	Indirektni pravac				
23—36	87° 29' 08." 8	87° 29' 07." 9	87° 29' 02." 2	87° 29' 08." 1	87° 29' 07." 9
36—37	85° 03' 20." 4	85° 03' 17." 0	85° 03' 18." 4	85° 03' 15." 3	85° 03' 24." 9
37—32	64° 51' 46." 1	64° 51' 45." 9	. . .	. . .	64° 51' 54." 7

Podaci u rubrikama Redta 1, Redta 2 predstavljaju rezultat računanja poligonih vlakova, u kojima su zadani smjerovi dobiveni orijentacijom početnih točaka, u prvom vlakcu: 23, u drugom: 36, u trećem: 37. Broj orijentacionih vizura je isti kod tablice 4.

U rubrici Redta — 173 su upisani podaci dobiveni kod kombinacije opažanja na trig. 173; samo lijevo (prvo) upisani podaci se odnose na kutni priključak početne točke s jednim pravcem, a desno upisani podaci se odnose na računanja dobivena orijentacijom početne točke, u prvom vlakcu: 23, u drugom: 36, a broj orijentacionih vizura je isti kao ranije.

Kao što se vidi iz tablica 3 i 4 postignuta je relativno visoka točnost u poligonim vlakovima. Ako pak usporedimo direktno mjereni — orjentirani smjer — sa indirektno dobivenim podacima, utvrdit ćemo, da razlika: (orjentirani pravac — indirektni pravac) u jednom slučaju prelazi četverostruki iznos srednje pogreške mjerenog pravca, u četiri slučaja se nalazi između trostrukog i četverostrukog iznosa srednje pogreške, u 5 slučajeva se nalazi između dvostruke i trostruke srednje pogreške, u 7 slučajeva se nalazi između jednostruke i dvostruke srednje pogreške i u 5 slučajeva poprima iznos manji od srednje pogreške direktno mjerenog pravca. Prema tome, maksimalna razlika od 10' je manja od dvostrukog podatka procjenjivanja na instrumentu.

#### OPAŽANJA INSTRUMENTOM Th II br. 46071

Drugi dio ispitivanja se odnosio na opažanja instrumentom Th II, određivanje duljina pomoćnih baza pomoću bazisne letve firme Wild, duljine 2 m, odnosno direktno mjerenje pomoćnih baza invarnom žicom odnosno vrpcom. Mjerenja su obavljena na ranijim poligonim točkama jedino je još naknadno uključena pol. točka 17, a dosljedno tome i baza 17. Na taj je način kod trig. 23 formirana mala trig. mreža, slično kao kod trig. 32, pomoću koje su nakon izjednačenja dobiveni jednoznačni rezultati na tražene elemente.

Poligoni su kutevi mjereni u 4 potpuna girusa, s tim što je svaka koincidencija prigodom čitanja izvršena dvostruko, s lijeva i s desna.

Paralaktični su kutovi mjereni u dva položaja durbina na slijedeći način. U jednom je položaju durbina red opažanja bio slijedeći: lijeva marka



— desna marka, pomak limba, desna marka — lijeva marka i ponavljanje istog postupka još jednom tako, da se dobiju 4 vrijednosti za paralaktični kut. Isti se postupak ponavljao u drugom položaju durbina, pa je ukupan broj ponavljanja bio 8. Kod svih čitanja je vršena dvostruka koincidencija, s lijeva i s desna. Srednja pogreška mjerenog kuta, određena po formuli Ferrera, iznosi za tri glavne figure  $\pm 1''.26$ , a iz 13 zatvorenih figura  $\pm 1''.72$ , analogno tome srednja pogreška pravca  $\pm 0''.89$  odnosno  $\pm 1''.21$ . Pomoću dvostrukih koincidencija računati su srednje pogreške pojedinog čitanja  $m_0$  i srednje pogreške aritmetičke sredine  $\mu$ , op poznatim formulama za dvostruka mjerenja:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} \quad i \quad \dots \dots (6)$$

$$\mu = \frac{m_0}{\sqrt{2}}$$

Po opažaćima, dobiveni su slijedeći rezultati:

Vladislav Ferenc, 714 koincidencija,  $m_0 = \pm 0.83''$

$$\mu = \pm 0.59''$$

Dalibor Hodovski, 359 koincidencija,  $m_0 = \pm 0.82''$

$$\mu = \pm 0.58''$$

ili ukupno 1073 koincidencija, koje daju:  $m_0 = \pm 0.82''$

$$\mu = \pm 0.58''$$

Iz materijala opažanja paralaktičnih kuteva, samo na marke bazisne letve, izračunate su srednje pogreške mjerenih kuteva u 2, 4, 6, 8, ponavljanja. (Jedna polovina ponavljanja je izvršena u jednom položaju, a druga polovina u drugom položaju kruga). Ti su podaci:

Broj ponavljanja	2	4	6	8
Prosječna srednja pogreška	$\pm 0''.98$	$+ 0''.75$	$\pm 0''.60$	$\pm 0''.53$
Broj mjernih kuteva	16	16	16	15

Koristeći ostale podatke mjerenja paralaktičnih kuteva, dobiveni su ovi rezultati:

Broj ponavljanja	2	4	6	8
Prosječna srednja pogreška	$\pm 1''.45$	$\pm 1''.10$	$\pm 0''.82$	$\pm 0''.72$
Broj mjernih kuteva	50	50	46	46

Uzevši u razmatranje sve mjerene paralaktične kutove, dobivamo:

Broj ponavljanja	2	4	6	8
Prosječna srednja pogreška	$\pm 1.''34$	$\pm 1.''01$	$\pm 0.''76$	$\pm 0.''68$
Broj mjerenih kuteva	66	66	62	61

Kao što se vidi iz ovog pregleda, paralaktični kutevi mjereni na pomoćnim bazama su točniji, nego ostali što je i posve razumljivo. Za sva dalja računanja su korišteni podaci mjerenja paralaktičnih kuteva u 8 ponavljanja, pa su s takvim podacima izračunate dužine baza i polig. strana. Bazisna letva firme Wild je također komparirana s lenjirom br. 810, pa je jednadžba popravka pojedine baze, analogno formuli (4) glasi:

$$\Delta B = [+0.114 + 0.00160(t - 13.^\circ 6) + 0.000000182(t - 13.^\circ)] \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

Za koeficijent rastezanja je uzeta vrijednost:  $k = 0.0000016$ . Za temperaturno područje  $0^\circ - 100^\circ\text{C}$ , prema Rühmann-Schmiedel: Vierstellige Logarithmen und Zahlentafeln, strana 91. Dužine baza su upisane u tablici 1, sa izračunatim relativnim pogreškama (unutarnja točnost). Uspoređujući relativne pogreške kod određivanja dužina baza Redta letvama i Wildovom bazisnom letvom vidimo, da su ove potonje u prosjeku manje od pogrešaka dobivenih kod Redta letava.

Dužine baza su također direktno mjerene invarnom žicom br. 857 i invarnom vrpcom br. 2567, vlasništvo Geodetskog Zavoda AGG fakulteta. Rezultati tih mjerenja su upisani u tablici 1, sa relativnim pogreškama mjerenja. Način mjerenja je bio takav, da je svaki raspon mjereno na taj način što su oba opažача po dva puta »vukla« i »gurala« žicu, a nakon toga se izmjenio njihov položaj i ponovio isti postupak.

Iz same je tablice odmah vidljivo, da je relativna pogreška određivanja dužina baza invarnom žicom u prosjeku 10 puta manja od iste pogreške kod Wild letve. Kod numeričke obrade podataka mjerenja invarnom žicom uključene su sve potrebne teoretske korekcije (relativna korekcija za deformaciju lančanice, redukcija zbog geografske širine, utjecaj temperature, sezonska korekcija, redukcija zbog netočnog postavljanja na 24 m i redukcija na horizont). Dužina invarne žice br. 857 uzeta je iz komparacije koju je izvršio H. Kovačević, a dužina vrpce br. 2567 prema certifikatu.

Ako bismo željeli uspoređivati rezultate dobivene invarnom žicom i ostalim načinima mjerenja, onda je to u teoretskom smislu, obzirom na način izvođenja mjerenja, moguće jedino s podacima Wild letve. Taj se uvjet postavlja zbog toga što su mjerenja Redta letvama vršena kod jednog postava stativa, a razmak marki na stativima i glava čavala na koju nije određivan projiciranjem pomoću instrumenata. (Centriranje stativa nad koljem krajnjih točaka baze je vršeno pomoću viska). Ipak je izvršeno

uspoređivanje pojedinih metoda pretpostavljajući, da je mjerenje invarom bespogrešno po formuli:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[ww]}{n}} \dots (7)$$

gdje je  $w \dots$  prava pogreška odnosno razlika mjerenja invarom i kojim drugim načinom. Na taj su način izračunate srednje pogreške iznosile kod letve

$$\text{Redta 1: } m = \pm 5.6 \text{ mm} \\ (n = 15)$$

$$\text{Redta 2: } m = \pm 9.9 \text{ mm} \\ (n = 15)$$

$$\text{Wild: } m = \pm 3.1 \text{ mm} \\ (n = 16)$$

Do relativno velike srednje pogreške kod Wild letve, došlo je naročito zbog veće razlike, koja je nastala na bazi 1. (Vjerojatno pomak).

Na analogan način kao, kod Redta letava, pomoću dobivenih baza i ostalih potrebnih elemenata, izračunate su dužine strana, a nalaze se upisane u tablici 2. Neke dužine strana, kao na primjer: 23—1 i 13—32 su dobivene nakon izjednačenja malih trigonometrijskih mreža. Radi ilustracije navode se srednje pogreške pravca, dobivene nakon izjednačenja četverokuta kod trig. 23:

$$\text{Wild: } m = \pm 20'.5$$

$$\text{Invar: } m = \pm 2'.0$$

Kod trig. 32, ti su podaci:

$$\text{Wild: } m = \pm 4'.6$$

$$\text{Invar: } m = \pm 2'.7$$

Odmah upada u oči izvanredno velika srednja pogreška dobivena u prvom slučaju kod letve Wild. Ona rezultira od velike nesuglasice (104 jedinice šeste decimale) u uvjetu strana. (U četverokutu 1—5—23—17 su mjerene 2 dužine 1—5 i 5—17, pa je i u izjednačenje uključen taj uvjet, uslijed čega je došlo do povećanja srednje pogreške pravca, a da je ipak — slučajno — dužina strane 23—1 poprimila zadovoljavajući rezultat. Do načelnog povećanja srednjih pogrešaka (i kod invara) došlo je uslijed uvjeta strana.

Usvajajući dužine strana određene pomoću invarne žice kao bespogrešne i računajući srednje pogreške dužina polig. strana određenih pomoću letve Redta 1 i Wild letve u odnosu na invar, po formuli (7), dobivamo slijedeće rezultate:

$$\text{Redta 1: } m = \pm 12.0 \text{ cm} \\ (n = 12)$$

$$\text{Wild: } m = \pm 6.3 \text{ cm} \\ (n = 14)$$

Te su veličine nešto veće i to radi odstupanja kod letve Redta 1 na polig. strani 23—1, a kod Wild letve radi odstupanja na polig. strani 13—32. Pomoću istih razlika (invar-Redta 1) i (invar-Wild) izračunate su relativne pogreške u odnosu na invar i unesene u tablicu 2.

Pomoću takovih podataka izvršilo se računanje poligonih vlakova, s orijentacijom na jednu ili više vizura, na jednoj ili obje krajnje točke. Iz-

jednačenje koordinata poligonih točaka je izvršeno po strogo teoretskim zahtjevima. U sljedećim tablicama su uneseni podaci dobiveni na različite načine.

Tablica 6.

VLAK pravac	$f_{\beta}$	W i l d				I n v a r				Mjereni— orijentirani pravac
		$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	indirektni pravac	$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	indirektni pravac	
23-36	-0.8''	-0.261	+0.018	$\frac{1}{14700}$	87°29'14''1	-0.107	+0.041	$\frac{1}{33400}$	87°29'15.''7	87°29'12.''4
36-37	+4.7	+0.026	-0.032	$\frac{1}{62800}$	85°03'22.''9	-0.025	-0.034	$\frac{1}{63000}$	85°03'23.''1	85°03'23.''9
37-32	-0.''2	-0.233	-0.119	$\frac{1}{16300}$	64°51'45.''9	-0.061	-0.036	$\frac{1}{60000}$	64°51'45.''9	64°51'47.''2

Podaci u ovoj tablici su dobiveni, uobičajenim postupkom računanja kod priključka po smjerovima na krajnjim točkama, samo s jednim pravcem.

Tablica 7.

VLAK pravac	$f_{\beta}$	W i l d				I n v a r				Mjereni— orijentirani pravac
		$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	indirektni pravac	$f_y$	$f_x$	relat. pogr.	indirektni pravac	
23-36	+0.''2	-0.260	+0.010	$\frac{1}{14700}$	87°29'14.''4	-0.106	+0.033	$\frac{1}{33400}$	87°29'15.''3	87°29'12.''4
36-37	+5.0	+0.026	-0.051	$\frac{1}{46000}$	85°03'21.''4	-0.027	-0.053	$\frac{1}{44400}$	85°03'21.''6	85°03'23.''9
37-32	+10.''0	-0.294	+0.013	$\frac{1}{14200}$	64°51'53.''0	-0.122	+0.097	$\frac{1}{26500}$	64°51'5.''2	64°51'47.''2

Podaci u tablici 7 su dobiveni računanjem poligonih vlakova, kod kojih je izvršena orijentacija obaju krajnjih točaka. Broj orijentacionih vizura iznosi na trig. 23:4, trig. 36:5, trig. 37:3 i trig. 32:5 pravaca.

Tablica 8.

Vlak pravac	W i l d	I n v a r	Mjereni— orijentirani pravac
	indirektni pravac		
23-36	87° 29' 14''.4	87° 29' 15''.3	87° 29' 12''.4
36-37	85 03 17.1	85 03 17.4	85 03 23.9
37-32	64° 51' 46''.9	64° 51' 47''.1	64 °51' 47''.2

Kod tablice (8), orijentirane su samo početne točke i to: u prvom vlaku : 23, u drugom : 36 i u trećem : 37.

Uspoređujući razlike mjerenih — orjentiranih pravaca — i indirektno izračunatih iz tablica 6, 7, 8 vidjet ćemo da su te razlike u 4 slučaja manje od jednostruke srednje pogreške pravca, u 6 slučajeva se nalaze između jednostruke i dvostruke srednje pogreške, u 4 slučaja između dvostruke i trostruke srednje pogreške, a samo u dva slučaja poprimaju vrijednost između peterostruke i šesterostruke srednje pogreške mjerenog pravca. Postignuta točnost u poligonim vlakovima za pojedine slučajeve vidi se iz samih tablica.

Prije nego što se stvore zaključci nakon ovakovog ispitivanja potrebno je upozoriti i obazrijeti se na uvjete, okolnosti, pod kojima su radovi izvedeni, pa i na nedostatke i propuste učinjene kod samog mjerenja. Jedan osnovni nedostatak ležao je u upotrebi slabog poligonalnog pribora tako, da su tronošci kadkad bili nestabilni. Kod samog postavljanja tronožaca na stative trebalo je paziti na njihovu stabilnost, a budući da ih je bilo različite proizvodnje, domaćih i stranih, to se kadkad nije moglo postići.

Kod trig. 32 nije razvijena posebna mikrotriangulacija radi određivanja elemenata za centriranje, nego se je za tu svrhu koristila postojeća mreža prema slici 3. Stručnjaci, koji su sudjelovali kod tih radova nisu bili posebno pripremani za ta mjerenja, a često su morali raditi i neke operacije, koje normalno rade figuranti, pa je, naravno, kod takove organizacije kadkad nedostajala potrebna koncentracija i sredenost.

Razmatrajući rezultate postignute Redta letvama i instrumentom Redta (predratni model) vidimo, da je postignuta točnost, koja prelazi norme postavljene na glavnu poligonsku mrežu u gradovima, prema našim današnjim propisima.

Vrijednosti indirektnih pravaca dobivene na taj način posve zadovoljavaju, uzimajući u obzir da je opažanje izvedeno instrumentom podatka 1', s procjenjivanjem 0.1, uz relativno nesiguran poligonalni pribor i loše atmosferske prilike. Vrijednosti indirektnih pravaca su računane i na takve načine, koji se ne će u praksi primjenjivati, (orjentacija na obje krajnje točke s jednom ili više vizura) radi nedovoljno točne orjentacije na traženoj točki.

Uspoređujući rezultate dobivene bazisnom letvom Wild i letvom Redta 1, ne vidi se bitna razlika u postignutoj točnosti poligonih vlakova, što vjerojatno može imati svoj razlog u nedovoljno točno određenoj dužini bazisne letve.

Podaci dobiveni invarnim žicama daleko prelaze točnost postignutu ostalim metodama, a sve metode zadovoljavaju traženu točnost poligometrije III reda, 1:12 000.

Međutim, ako se usporede koordina tepolig. točaka određene sistemom Redta 1 i Invarom, tada dobivamo dva slučaja razliku od 20 cm po osi y, dok u sve ostale razlike u smjeru osi y ispod 7 cm, a u smjeru x iznosi maksimalna razlika 6 cm. Rezultate dobivene sistemom Redta 2 nismo uspoređivali radi ranije iznesenih primjedbi. Koordinate, dobivene sistemom Wild i uspoređene podacima Invara pokazuju najveće odstupanje od 8 cm (dva puta) u smjeru osi y i 4 cm u smjeru osi x. Koordinate pak odre-

đene kod orjentacije zadanih točaka ili priključka na jedan pravac, i ispo-  
redene međusobno, pokazuju najveće razlike od 3 cm.

\*

*Zusammenfassung.* Vor acht Jahren wurden in Umgebung von Zagreb  
einigen Versuchsmessungen, aus dem Gebiete der parallaktischen Polygo-  
nometrie, mit verschiedenen Methoden und Instrumenten, aufgeführt.

In drei Polygonzügen, zwischen den gegebenen trigonometrischen  
Punkten, wurden die Entfernungen mittels Redta-Latten, Basislatte und  
Invardräthen gemessen. Die Winkel wurden mit Th II und Redta gemessen.  
In einigen Tabellen sind die Resultate der einzelnen Methoden, die Ge-  
nanigkeitbetrachtung der gemessenen Winkel und Seiten, eingetragen.

Ausserdem sind die Werte der gebrochenen Strahlen berechnet und  
mit direkten Messungen verglichen.

\*

---

**Ing. N. SVEČNIKOV: VIŠA GEODEZIJA**  
**Određivanje dimenzija i oblika Zemlje**  
**Treća knjiga**

*Može se dobiti u Savezu geodetskih inženjera i geometara  
FNRJ, Beograd, Kneza Miloša 7/II uplatom (dodajući poštan-  
ske troškove) na žiro račun 101-703/3-888 ili pouzećem uz  
naplatu poštanskih troškova. Cijena knjige je 1.000 dinara.*

---