

Poseban način ustanovljivanja ekscentričnosti značaka za preciznu poligonometriju

Slaba strana običnih poligonskih vlakova, koji se mjere teodolitom, svakako je u pogreškama centriranja. Te pogreške ne ostaju na mjestu, gdje su učinjene. Automatski prouzrokuju sve veće i veće linearno odstupanje, što duži je daljni dio vlaka, jer teodolitni vlakovi imaju nepovoljan zakon pri- raščivanja pogrešaka. Pogreške centriranja instrumenta s jedne i centriranja signala (trasirki, značaka) s druge strane djeluju kod toga na podjednak način. Ali redovno su opasnije pogreške centriranja signala, jer se instrument u pravilu finije i savjesnije centriraju nego li trasirke (značke).

Pogreške centriranja to su opasnije, što su poligonske stranice kraće, a čitav poligonski vlak duži.

Za razliku od teodolitnih, kod busolnih vlakova upliv pogrešaka centriranja razmjerno je malen, jer busolni vlakovi imaju povoljniji zakon gomilanja pogrešaka. Ako se busolni vlak mjeri t. zv. metodom na preskok, pogreške centriranja ostaju na mjestima, gdje su učinjene, lokalizirane, što je velika prednost u usporedbi s teodolitnim vlakovima. Ali, nažalost, busola je u pojedinostima znatno netočnija od teodolita. Čitanja su na njoj gruba, a položaj magnetske igle manje-više nesiguran.

Moderno naše doba karakteristično je po tome, što nastoji jasno uočavati slabe strane pojedinih postupaka, odstraniti ih i na taj način proširiti područja upotrebe. Sa priborom za preciznu paralaktičnu poligonometriju s jedne strane znatno je proširena mogućnost teodolitnih poligonskih vlakova. S druge strane konstrukcijom na pr. Wildove busole (odnosno busolnog teodolita) TO povećana je mogućnost busolnih vlakova.

Čovječanstvo intenzivno teži proširivanju granica svojih mogućnosti (granica vlasti nad prirodom) pa tako i ovdje.

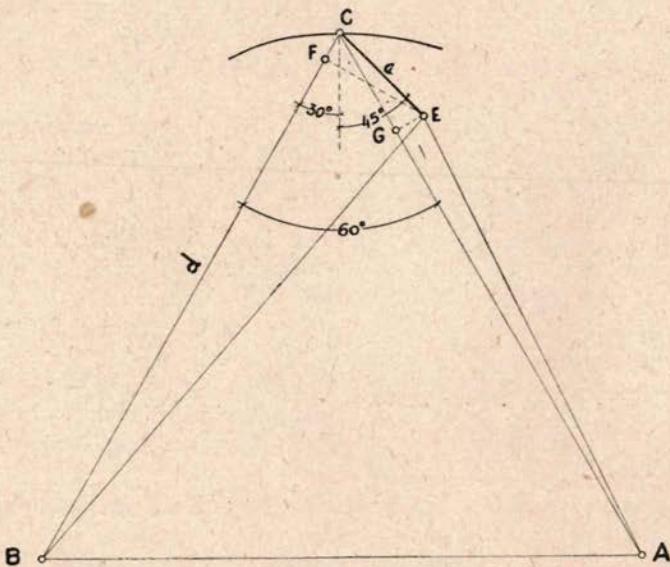
Zavod za geodeziju na Poljoprivredno-šumarskom fakultetu u Zagrebu raspolaže s nekoliko stativa Wild, invarnom letvom Wild 2m te teodolitom Wild T2. Da pribor kompletira, Zavod je kod Geomehanike u Zagrebu dao izraditi signalne značke za preciznu poligonometriju.

Značke, koje je Geomehanika isporučila, želio sam ispitati. Pogreške eventualne nedovoljne centričnosti njihove izgradnje uočiti će se to bolje, što su vizure kraće. Zamislio sam stoga ispitivanje s posve kratkim vizurama. U fakultetskoj šumi Zalesina u Gorskom Kotaru, predjelu zvanom Belevine,

nedaleko šumarije, postavio sam najprije stative na 3 točke. Taj trokut je bio vrlo približno istostraničan sa stranicama 4,5 m. Mjerio sam kutove u tome trokutu. Na stativima mijenjale su se značke i instrument. Izmjerena sva tri kuta dala su pogrešku sume (odstupanje od 180°) u iznosu $\pm 37''$.

Pribor bi morao biti tako građen, da što preciznije teodolit dolazi na ista mjesta, na kojima su bile značke i obratno. Što preciznija identičnost centriranja da bude osigurana. Nije toliko važna točnost centriranja nad terenskom točkom, jer eventualna pogreška tog centriranja ostaje na mjestu, na kome je počinjena. Važno je, kad instrument leti sa stativa na stativ, da sa svojom glavnom osi dođe što preciznije na ona mjesta, na kojima je bila marka značke i obratno. Uzmimo, da ne dolazi na isto mjesto i da pogreška iznosi recimo 1 mm. Na dužinu od 4,5 m upliv te pogreške na jednu vizuru u najnepovoljnijem slučaju (ekscentričnost okomita na vizuru) iznosi $0'' : 4500 = 46''$, a u najpovoljnijem O'' (ekscentričnost u pravcu vizure).

To je kod jedne vizure. Kod izmjere kuta a , kad je ovaj ispružen (približno 180°) najnepovoljnija je transverzalna ekscentričnost. Ona duplicira najnepovoljniju pogrešku jedne vizure (uz pretpostavku, da su vizure natrag i naprijed jednako dugačke). Ako kut nije ispružen, već je na pr. cca 60° kao u našem slučaju, upliv ekscentričnosti na veličinu izmjerenog kuta jednak je nuli onda, kad se ekscentar nalazi na krugu, opisanom oko trokuta, što ga definiraju sve tri točke t. j. obe točke cilja A i B i točka centra C (sl. 1), a



Sl. 1.

najnepovoljniji okomito na taj položaj (radijalno na opisani krug). Dakle kod istostraničnog trokuta ekscentričnost u pravcu simetrale kuta razmjerno je najnepovoljnija. Srednja vrijednost između najpovoljnijeg i najnepovoljnijeg položaja jeste, kad ekscentričnost sa spomenutim već lukom ili pako simetralom kuta zatvara 45° . Nazovimo linearnu ekscentričnost s e , a mjesto

ekscentra za opisani slučaj sa E . Onda je za srednji položaj pogrešno izmjeren kut AEB , a ispravan ACB . Pogreška u kutu za takav srednji slučaj iznosi (vrlo približno):

$$\Delta = \frac{EF}{d} \varrho - \frac{EG}{d} \varrho = \frac{e \sin(45^\circ + 30^\circ)}{d} \varrho - \frac{e \sin(45^\circ - 30^\circ)}{d} \varrho \dots \dots (1)$$

Pogreška srednjeg slučaja može se uzeti da odgovara i srednjoj pogreški kuta. Dalo bi se to po svoj prilici i teoretski dokazati. Ako se, naime, E (uz pretpostavku stalnog ekscentriciteta e) kreće oko točke C po krugu ekscentričnosti polumjera e , svaki položaj na tome krugu jednako je vjerojatan. Za opći slučaj trebalo bi onda izračunati upliv pogreške na kut, integrirati kvadrante tih upliva i odatle izračunati srednju pogrešku kuta. Analogan račun izveden je za ispružen poligonski kut u knjizi Osnovi geodezije III, Zagreb 1953, str. 146 (vidi i u knjizi Solovjev: Kurs nižei geodeziji, Moskva 1908).

Izraz (1) za naš slučaj ($d = 4,5$ m) iznosi za e u mm:

$$\Delta = \frac{e \cdot 0,97}{4500} 206\,265'' - \frac{e \cdot 0,26}{4500} 206\,265'' = e \cdot 32,6''.$$

Dakle za $e = 1$ mm iznos od $32,6''$, za $e = 0,1$ mm iznos $3,3''$ i slično.

To je upliv na jedan kut samo ekscentričnosti instrumenta. Ako su i signali, na koje se vizira, isto toliko ekscentrični i uz iste pretpostavke, njihov upliv na kut uzmimo da iznosi isto toliko, pa prema tome srednja pogreška jednog kuta u našem trokutu vjerojatno iznosi cca $32,6'' \sqrt{2}$, a srednja pogreška zbroja svih triju kutova u trokutu:

$$32,6'' \cdot e \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = e \cdot 80'' \dots \dots (2)$$

Dakle iznosi ekscentričnosti instrumenta i signala od $e = 1$ mm prouzrokuju vjerojatno u srednjem u zbroju kutova već $80''$. Naravno za naš trokut i dužinama strana od 4,5 m.

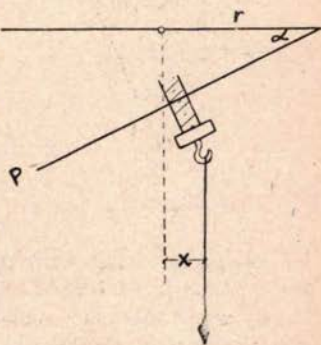
Iz pogreške zbroja konkretno od $37''$ izračunao bi se srednji e sa cca $0,46$ mm.

Nisam bio zadovoljan s tim rezultatom misleći, da konkretan прибор može davati i bolje rezultate. Prvi moj dojam je bio, da možda nagnutosti u glavama stativa mogu prouzrokovati tu ekscentričnost.

Teren, na kome sam izvršio prvo opažanje kuta, bio je nagnut. Na nagnutom terenu nije sasvim lako glavu stativa odoka horizontirati. Uslijed nagnutosti terena nastupa optička varka u određivanju horizontale. A sprave su građene tako, da to ima izvjestan upliv na centriranje.

Zamislimo ploču stativa P (sl. 2) nagnutu prema horizontali za neki kut α . Udaljenost središta centralnog vijka odnosno viska na njemu od onog vijka, s kojim se horizontira instrument ili značka, neka iznosi r . Onda glavna os horizontiranog instrumenta ne pada kroz visak na centralnom vijku. Odstupanje iznosi cca:

$$x = r(1 - \cos \alpha).$$



Sl. 2.

Kod $\alpha = 10^\circ$ i $r = 60$ mm je to već $0,9$ mm. Ali ta pogreška ostaje na točki, na kojoj je učinjena i ne upliva na gomilanje pogrešaka u poligonskom vlaklu. Kod centriranja s optičkim viskom osim toga ona uopće otpada. Međutim, optički visak nisam upotrebio, već sam radio s običnim viskom.

Usprkos tome, što nepoklapanje glavne osi i viska uslijed nehorizontiranja glave stativa nije baš jako opasno, držim da bi ipak bilo dobro u poligonometriji uvesti stative, čije glave se mogu same od sebe lako i brzo horizontirati bez obzira na noge stativa. Tvrtka Kern već proizvodi takove stative. Kad na stativ dolazi naročito letva za preciznu poligonometriju, koja je dosta teška, a svaka njena polovica po metar (ili metar i pol) dugačka, kod zaokretnosti letve i nagnute ploče stativa lako nastaje pomicanje letve na stativu i decentriranost. Ta se decentriranost prenosi onda i na značku odnosno instrument, kad se ovi premještaju na stativ, na kome je bila letva.

Nakon prvog pokusa izmjere istostraničnog trokuta sa stranicama $4,5$ m, mjerio sam pokusno novi takav trokut ABC sa stranicama $4,0$ m. Svaki kut u 3 girusa i u svakom girusu po 3 puta. Pojedine kutove dobio sam

$$\sphericalangle C = 60^\circ 02' 10,5'' \pm 0,74''; \sphericalangle A = 59^\circ 58' 24,0'' \pm 0,97'' \text{ i}$$

$$\sphericalangle B = 60^\circ 00' 20,3'' \pm 1,18''.$$

Srednje pogreške tih pojedinih kutova izašle su nešto različite. Točka C bila je prema sjeveru, A prema istoku a B prema zapadu. Usprkos tome, što se je trokut za vrijeme opserviranja uglavnom nalazio pod poluzastorom jelovih stabala a vizure bile sasvim kratke, ipak je viziranje u pravcu sunca netočnije, što se vjerojatno odražuje na srednje pogreške. Osim toga je točka C za čitave opservacije bila najbolje u zasjeni, dok je na točke A i B povremeno dolazilo sunce.

Zbroj kutova u trokutu izašao je $180^\circ 00' 54,8''$. Razlika $+ 54,8''$ ima se uglavnom pripisati pogreškama centriranja. Pošto su sada dužine $d = 4,0$ m = 4000 mm, formula (1) odnosno (2) prelazi u:

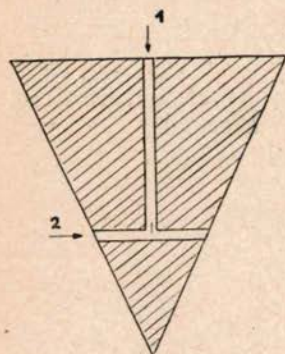
$$\Delta = \frac{0,707 \cdot e \cdot \varrho \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{4000} = e \cdot 127'',$$

odnosno, pošto je Δ ispao $54,8''$, izlazi:

$$e \cdot 127'' = 54,8''$$

odakle bi se izračunao:

$$e = 0,43 \text{ mm.}$$



Sl. 3.

To se prilično slaže s opisanim prvim mjerenjem trokuta (sa stranicama $4,5$ m).

Moram još izložiti kako sam na značke vizirao. Zbog blizine odviše bi bilo grubo viziranje na sredinu između lijevog i desnog crvenog polja, koja je sredina u sl. 3 označena strijelicom 1.

Na presjecištu simetrale vertikalne bjeline 1 i simetrale vodoravne bjeline 2 učinio sam fini znak olovkom i na njega uvijek vizirao. Moguće je, da sam taj znak postavio i za $0,1$ do $0,2$ mm pogrešno. Ipak preostaje kao vjerojatan preostatak za srednju pogrešku centriranja pribora iznos od cca $\sqrt{0,43^2 - 0,1^2} = 0,4$ mm odnosno $\sqrt{0,43^2 - 0,2^2} = 0,38$ mm ili cca $0,4$ mm.

Opisana metoda ispitivanja daje zapravo samo neku grubu, sumarnu i kumulativnu sliku. Za praksu će to redovno biti dovoljno. Osim toga smatram nekako dosta prirodnim, da se prije veće upotrebe novi pribor iskuša na što jednostavnijem poligonu, a jednostavnijeg mnogokutnika od trokuta nema. Uz višestruka opažanja istog trokuta pouzdanost ispitivanja bi se povećala.

Naredni dan 21. VII. 56 ponovno sam (novi postav stativa) izmjerio isti trokut 3 puta, ali uvijek samo u jednome girusu. Odstupanja zbroja kutova od 180° izašla su $+50''$, $+59''$ i $+78''$. Odatle se izračuna ekscentričnost $0,39$ mm, $0,46$ mm i $0,61$ mm.

Značke Geomehanike su tako građene, da mogu služiti za instrumente Wild i za instrumente Zeiss. Značka se utiče u svoje postolje (tronog) i u tome položaju zakači. Rukavac (ležaj), koji prima njenu osovinu, malko je širi od te osovine, pa je to možda također jedan od razloga nađenih ekscentriciteta. Osim toga niti bijela vertikalna crta na znački nije posve vertikalna.

Ekscentričnost od 0,4 do 0,6 mm na udaljenosti, koje kod precizne poligonometrije obično dolaze u obzir, ne igra neku ulogu. Ali mogu doći u obzir i slučajevi posve kratkih vizura, kratkih baza, sa kojih se dužine prenose, pa je poželjno imati značke i instrument što točnije centrirane.

Sve u svemu smatram, da značke domaće proizvodnje posve zadovoljavaju za normalne potrebe. One bi se osim toga lako mogle i usavršiti (umjesto dozne cijevnu libelu, nešto preciznije izraditi bijelu vertikalnu crtu, a eventualno dodati i optičko centriranje).

Značke, koje sam upotrebio kod gornjih ispitivanja, ispitao sam zatim i na način, koji je opisao profesor Ing. M. Janković u članku »Ispitivanje glavnih uslova poligonalnog pribora za mjerenje kutova«, Geodetski List 1950, str. 327—330. Vizirao sam (opet iz udaljenosti od 4 m) na lijevi i desni rub cilindra, na kome počiva pločica značke, zatim na opisanu već marku značke. Sredinu iz vizura na lijevi i desni rub usporedio sam s vizurom na marku i iz te kutne razlike izračunao linearni ekscentricitet. Ovaj je iznosio za prvu ispitanu značku $0,28$ mm s čela a $0,10$ mm s boka (kad je značka zaokrenuta za 90°). Kod druge značke $0,08$ sa čela i $0,60$ s boka. Potonji maksimalni ekscentricitet je u smjeru čela značke t. j. značka je odviše naprijed montirana na valjak. Očito su uslijed toga u gornjim ispitivanjima zbrojevi kutova u trokutu stalno izašli s predznakom $+$ t. j. uvijek preko 180° .

Metoda, koju je za ispitivanje značaka prof. Ing. Janković prikazao, ostaje najjednostavnija i najbrža metoda ispitivanja. Slabe su joj strane: prvo, što cilindar, koji nosi značku i njenu os, ne mora sam po sebi biti centrično građen; drugo, ispitivanjem samo odnosa osovine tog cilindra i marke na znački prećutno se zanemaruje eventualna ekscentričnost tronoga značke obzirom na njenu glavnu os; treće, viziranje na rubove cilindra a i viziranje na marku s boka je teže. Iz sviju tih razloga korisno je tražiti daljnje metode. Metoda mjerenja trokuta, koju sam gore opisao, ima također svojih slabih strana. Ali možda bi dobro bilo upotrebiti obe metode kompletirajući jednu s drugom. Najprije kod preuzimanja značaka, svaku ispitati individualnom metodom, a zatim po dvije zajedno metodom trokuta. Moram naime naglasiti, da se metodom trokuta dobiva neka slika o srednjoj a ne o apsolutnim i individualnim pogreškama centriranja.