

**Ing. Veljko Petković, Ing. Predrag Terzić — Zagreb**

## **Kompariranje invarne vrpce H 2567**

Iskoristavanje vodenih snaga predstavlja u većini slučajeva složen tehnički zadatak.

U nizu već izgrađenih hidroelektrana i onih koje su u gradnji, hidroelektrana »Gojak« je sigurno naš najveći objekat. Dužina tlačnog tunela sa pristupnim rovovima iznosi oko 11 km. Na toj dužini trasa tunela prelazi nekoliko krivina sa većim i manjim radiusima. Uz sve elemente koji se moraju mjeriti sa najvećom mogućom točnosti i pažnjom, mjerjenje dužina predstavljalo je poseban problem. Prilikom tih radova trebalo je zadovoljiti zahtjeve radilišta, a da se ne gubi na sigurnosti kontrole proboga.

Upotrebu pribora »Jäderin — Guillaume« kod kontrolnih mjerjenja na tlačnom tunelu hidroelektrane »Gojak« nastojali smo svesti na minimum. Uzak prostor, redovito slaba rasvjeta, kao i nužno obustavljanje svakog rada u tunelu za vrijeme mjerjenja invarnim žicama, u mnogome ograničava njihovu upotrebu, a i samu mogućnost postizanja rezultata visoke točnosti kod radova na ovakvim objektima.

Da bi mimo toga osigurali točnost pri mjerjenju dužina, koja je potrebna, kod izvođenja ovakovih tunela sa nekoliko napadnih mjesta i krivina, izabrali smo jednu mjeraću vrpco od 50 m i zadržali je isključivo za ove radove. Za ovu svrhu morali smo pažljivo komparirati ovu vrpcu.

Komparacija ove crpce je vezana za određivanje najvjerovaljnije dužine komparatora koji je stabiliziran u hodniku Tehničkog fakulteta u Zagrebu, Kačićeva 26, prizemno desno. Invarna vrpca H 2567 od 12 m s kojom se odredila duljina komparatora ima certifikat izdat 20. VII. 1929. od »Bureau International des poids et mesures«-u Sevres-u, u kojem je data duljina teticne vrpce i njen opis. Promjene u tom periodu su bile neminovne. Da ih odredimo imali smo na raspolaganju 4 žice od invara, geodetskog Instituta J.N.A. koje su pak nedavno bile ispitane u Parizu. Te novo određene duljine žica smo uzeli kao bazu naših mjerjenja. Zadovoljili smo se činjenicom da je to jedina mogućnost koju možemo koristiti, a dovoljno točno za svrhu koju radimo.

Žice Tehničkog fakulteta imaju svoju dužinu prema certifikatu kojega je izdao 30. juna 1929. g. Bureau International des poids et mesures, Sevres. Tom prilikom je izvršeno 10 serija komparacija od 10. IV. do 29. VI. (srednji dan 19. V. 1929.) i formulom datom u certifikatu:

$$l_\theta = l_0 (1 - 0,005\ 581\theta + 0,000\ 000\ 00103\theta^2) \quad (1)$$

sva mjerena su svedena na temperaturu  $15^\circ\text{C}$  i na geografsku širinu Sevres-a  $48.80^\circ$ .

16. IX. 1949. g. etalonirane su žice Geografskog Instituta J.A. u Sevres-u. Potom je mjerjen bazis kod sv. Klare i u međuvremenu je izvršena komparacija sa žicom Tehničkog fakulteta u Zagrebu, na komparatoru Geodetskog zavoda u podrumu zgrade. Nakon toga II. 1951. g. ponovno su komparirane u Sevres-u. Razlike dobijene između prve i druge komparacije osim za žicu S 50 za koju je jednaka 0,02 mm, jesu jednake nuli. Znači da su im dužine ostale iste.

Ove razlike nam garantuju da su dužine žica Geografskog Instituta u periodu komparacije ostale nepromjenjene i prema tome da dužine žica Tehničkog fakulteta koje su dobijene komparacijom 15—17/IV. 1950. g. uz relativnu pogrešku određivanja razmaka stupova  $\frac{1}{7.060000}$  mogu poslužiti kao baza za određivanje dužine vrpce

Žice Tehničkog fakulteta u Zagrebu svedene na geografsku širinu Sevres-a  $\varphi = 48,80^\circ$ .

19. V. 1929. g. Sevres (iz certifikata)	IV. 1950. Zagreb	razlike žica br.
857    24 m + 0,35 mm	24 m + 1,409 mm	— 1.059 mm
858    24 m — 0,01 mm	24 m + 0,476 mm	— 0,486 mm
859    24 m — 0,13 mm	24 m — 0,083 mm	— 0,047 mm
860    24 m — 0,16 mm	24 m + 0,099 mm	— 0,259 mm

Kako vidimo iz zadnjeg stupca diferencije se međusobno mnogo razlikuju. Mislimo, da je to vezano za nejednaku upotrebu pojedinih žica u ovom vremenskom periodu od 21. g.

Radi toga odlučili smo, da za naše potrebe izmjerimo sa sve 4 žice od 24 m razmak stupova komparatora u dva navrata, isto tako i sa vrpcom od 12 m, a onda izvršimo korekciju vrpce prema dužinama žica datim IV. 1950. g.

Mjerenja smo izvršili u dva navrata i to I. mjerenje 28. XII. 1955. g. i II. mjerenje 15. V. 1956. g. Kod jednog i drugog mjerenja opažači su bili isti i red opažanja je bio identičan. Svaki je opažač pri jednom položaju pomicao žicu i izvršio 10 čitanja, kod vuče i 10 čitanja kod gura. Prema tome je izvršeno 40 čitanja u jednom položaju, a 40 čitanja u drugom položaju opažača t.j. kod promjene mjesta. Prema tome jedno kompletno mjerenje sastojalo se od ukupno 80 čitanja.

Da bi mjerenja oslobođili utjecaja personalne greške kao i trenja u koloturima opažanja smo izvršili prema uputama samog Guillaume-a.

Način računanja podataka mjerenja i njihovo sredivanje već je poznato iz naših udžbenika, pa ga zato i ne iznosimo. Iz same obrade podataka utvrđeno je da u mjerenjima nema grubih pogrešaka i da su razlike vuče-gura u granicama očekivanih veličina, pa smo na osnovu tih rezultata mjerenja pristupili određivanju razmaka stupova.

Razmak stupova određen žicama geografskog Instituta J.N.A. nijesmo mogli koristiti, jer je jedan reper bio oštećen. Prilikom našeg drugog mjerenja imali smo nove repere. Iz tih razloga nije bilo moguće izvesti nikakav zaključak na osnovu dobijenog razmaka stupova iz prvog i drugog mjerenja. Točnost mjerenja vidljiva je međutim iz određivanja razmaka stupova žica, koje za vrijeme od 28. XII. 1955. g. do 15. V. 1956. g. nisu mogle pretrpiti znatnih promjena.

Računanje raspona stupova komparatora geodetskog zavoda.

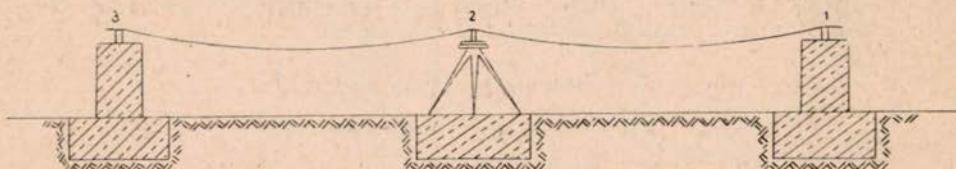
	I. mjerjenje	II. mjerjenje
$t^o$	21°8 24.001 409 + 6 646 — 94	18°8 24.001 409 + 6 432 — 42
1 <sub>k</sub> 857	24.007 961	24.0007 799
1 858	24.000 476 + 7 710 — 94	24.000 799 + 7 555 — 42
1 <sub>k</sub> 858	24.008 092	24.007 989
1 859	23.999 917 + 8 226 — 94	23.999 917 + 8 156 — 42
1 <sub>k</sub> 859	24.008 049	24.008 031
1 860	24.000 099 + 7 968 — 94	24.000 099 + 7 814 — 42
1 <sub>k</sub> 860	24.0007 973	24.007 871
+ 1	V <sup>2</sup>	V <sub>II</sub>
Δ 857	3364	+ 125
Δ 858	5329	— 67
Δ 859	900	— 109
Δ 860	2116	+ 51
I <sub>A</sub>	11709	— 2
	0.0013 m 24.008 019	0.000 m 24.007 922
sezonska temp. korekcija: Δ <sub>T</sub>	24.008 019	24.007 922
popravak za promjenu širine: Δ <sub>φ</sub>	— 2	— 2
razmak stupova	— 2	— 2
m = ± $\sqrt{\frac{(VV)}{n-1}}$ greška 1 mjerjenja	24.008 015	24.007 918
M = ± $\frac{m}{\sqrt{n}}$ greška artim. sredine	± 0,063 mm	± 0,107 mm
$\frac{M}{d}$ = relativna greška	± 0,031 mm	± 0,053 mm
	1:767 000	1:450 000

Korekcionii član za dužinu preko 24 m, redukcija na horizont, popravka za nesimetriju lančanica, popravka za nagnutost skale i vremensko rastezanje jednako je nuli, pa ih nijesmo ni uvodili u račun.

Popravke v, su razlike pojedinog mjerjenja od aritmetiske sredine, za dužine žica reducirane na  $15^0$  i geografsku širinu  $\varphi = 48^08$ .

Razlika vi — vii za pojedine žice pružit će nam sliku o točnosti za prvo i drugo mjerjenje.

Mjerjenje invarnom vrpcom izvršeno je u dva raspona. U tu svrhu je na udaljenosti od 12 m od jednog i drugog stupa postavljena betonska podloga na koju je postavljen stativ sa reperom kao kraj prvog raspona i početak drugog (sl. 1).



Sl. 1.

Vrpca je natezana utezima od 10 kg. Red mjerjenja bio je isti kao i kod žica. Isti opažači. Izvršeno je pri jednom položaju opažača 40 čitanja t. j. jedno potpuno mjerjenje sastojalo se od 80 čitanja za jedan raspon.

Invarna vrpca H 2567	I. mjerjenje 28. XII. 1955.			II. mjerjenje 15. V. 1956.		
	0°C	vuče+ gura 2	vuče— gura	0°C	vuče— gura 2	vuče+ gura
I. raspon:						
I. položaj:						
A. na jugu:	pomiče A	21,8	12 m + —30,085	—0,03	18,0	12 m + —14,620
	pomiče B	21,8	—30,110	—0,04	18,0	—14,690
II. položaj:	pomiče B	21,8	—30,225	+ 0,07	18,0	—14,705
B. na jugu:	pomiče A	21,8	—30,210	+ 0,02	18,0	—14,680
II. raspon:						
I. položaj:						
A. na jugu:	pomiče A	21,8	+31,39	—0,06	18,0	+16,440
	pomiče B	21,8	+31,45	—0,06	18,0	+16,430
II. položaj:	pomiče B	21,8	+31,58	—0,04	18,0	+16,380
B. na jugu:	pomiče ^	21,8	+31,47	+ 0,08	18,0	+16,395

Veličina utjecaja trenja u koloturnicima i personalnu grešku dobit ćemo kao i za žice.

I. mjerjenje:

II. mjerjenje:

	1 raspon	tež.	2 raspon	1 raspon	tež.	2 raspon
A.....	— 0,005	20	+ 0,01	+ 0,070	20	+ 0,035
B.....	+ 0,015	20	— 0,05	— 0,035	20	— 0,01
	+ 0,010		— 0,040	+ 0,035		+ 0,025
	+ 0,005	40	— 0,020	+ 0,0175	40	+ 0,0125

I. mjerjenje 28. XII. 1955.					II. mjerjenje 15. V. 1956.				
Razmaka	I. u mm	II. u mm	I-II	$\frac{I+II}{2}$	I	II	I-II	$\frac{I+II}{2}$	
1-2	-30,0975	-30,2175	+ 0,1200	-30,1575	-14,6550	-14,6925	+ 0,0376	-14,6737	
2-3	+31,4200	+31,5250	-0,1050	+31,4725	+16,4350	+16,3875	+ 0,0475	+16,4112	

Korekcija za temperaturu računata je prema formuli:

$$t_\vartheta = 1_0 (1 - 0,000\ 000581 \vartheta + 0,000\ 000\ 00103 \vartheta^2)$$

$$\Delta t_1 = 11,97 \cdot 0,000\ 000581 (21,8 - 14,84) = + 0,000\ 048$$

Na sličan način dobijamo:

$$\Delta t_2 = + 0,000\ 049$$

$$\Delta t_3 = + 0,000\ 022$$

$$\Delta t_4 = + 0,000\ 022$$

Korekcija za promjenu geografske širine za vrpce:  
priблиžna formula:

$$\Delta \varphi = 0,0007 (\varphi - \varphi_0)^0 = 0,0007 (45,8 - 48,8) = - 0,002\text{ mm}$$

stroga formula:

$$\Delta \varphi = 1 - 1_0 = \sigma_0 \frac{S(g - g_0)}{g_0} = 7,01\text{ mm} \quad \frac{51,9 (\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi_0)}{9780} = 0,0015 = 0,002\text{ mm}$$

	I. mjerjenje 28. XII.		II. mjerjenje	
	1-2	2-3	1-2	2-3
1	12.004 300	12.004 300	12.004 300	12.004 300
(p-z)	- 30 157	+ 31 472	- 14 674	+ 16 411
temp. čl.	+ 48	+ 49	+ 22	+ 22
promjena za $\varphi$	- 2	- 2	- 2	- 2
redukcija na horizont	- 7	- 9	- 216	- 216
$l_k$	11.974 182	12.035 810	11.989 430	12.020 515

Nakon ovako obrađenih mjerjenja prelazimo na određivanje duljine invarne vrpce za temperaturu  $14^\circ 85$  i  $\varphi = 48^\circ 8$  uz silu zatezanja od 10 kg.

	I. mjerjenje	II. mjerjenje
razmak stupova određen invarnim žicama	24.008 015	24.007 918
(p-z) 1-2	+ 30 157	+ 14 674
(p-z) 2-3	- 31 472	- 16 411
temp. čl. 1-2	- 48	- 22
temp. čl. 2-3	- 49	- 22
promjena za $\varphi$ 1-2	+ 2	+ 2
promjena za $\varphi$ 2-3	+ 2	+ 2
redukcija na horizont 1-2	+ 7	+ 216
redukcija na horizont 2-3	+ 9	+ 216
21 .....	24.006 623	24.006 573
1 .....	12.003 311	12.003 287
lo iz certifikata	12.004 300	12.004 300
$\Delta$ .....	- 0.000 989	- 0.001 013

Razmak stupova određen žicama iz dva mjerjenja razlikuje se za 0,097 mm.  
t. j. za jednu dužinu vrpce imamo razliku.

$$\Delta_I - \Pi = 0,000 024 \text{ m}$$

Za kontrolu našeg rada poslužili smo se slijedećim postupkom:

	I. mjerjenje	II. mjerjenje
1 <sub>kI</sub> 11.974 182		11.989 430
1 <sub>kII</sub> 12.035 810		12.020 515
razmak stupova određen vrpcom	24.009 992	24.009 945
razmak stupova određen žicama	24.008 015	24.007 918
razlika	- 0.001 977 m	- 0.002 027 m

Ako ove razlike podjelimo sa 2 dobiti ćemo grešku invarne vrpce. Iz prvog mjerjenja — 0,00 989 m iz II. mjerjenja — 0,001 013 m. Kao rezultat mjerjenja uzeli smo sredinu ovih razlika t.j. — 0,001 001 m kao veličinu za koju moramo popraviti dužinu invarne vrpce kojom se inače mjere ostaci kod bazisa. Prema tome dužina komparatora određena je vrpcom kojoj je dužina tetine 1 prema ovim mjerjenjima jednak:

$$12.003 299 \text{ m} |$$

Kako smo prije napomenuli komparacijom smo dobili dužinu tetine invarne vrpce. Tek sada ćemo pomoći ovako komparirane invarne vrpce odrediti najvjerovatniju dužinu komparatora u hodniku Tehničkog fakulteta koji će nam poslužiti za kompariranje 50 m duge ručne vrpce koju som rezervirali za mjerjenje u tunelu. Pošto će nam u ovom slučaju vrpca po cijeloj svojoj dužini ležati na podu t.j. ne ćemo imati slučaj tetine to smo za tu svrhu odredili dužinu lančanice S t.j. one veličine kojom ćemo se zapravo u ovom mjerjenju i služiti. (Tab 1)

$$S = s - \frac{\epsilon s}{24 \theta^2} \quad (\text{gdje je } \theta \text{ napetost vrpce})$$

Tab. 1

metri	S	$\frac{S^3}{24\vartheta'}$	I'	$\Delta I'$	I
0—1	1 m + 0.31 mm	0.00	1 m + 0.39 mm	—0.08	1 m + 0.31 mm
0—2	2 m + 0.63	0.00	2 + 0.79	—0.17	2 + 0.62
0—3	3 + 1.00	0.01	3 + 1.24	—0.25	3 + 0.99
0—4	4 + 1.28	0.02	4 + 1.59	—0.33	4 + 1.26
0—5	5 + 1.63	0.04	5 + 2.01	—0.42	5 + 1.59
0—6	6 + 1.93	0.06	6 + 2.37	—0.50	6 + 1.87
0—7	7 + 2.30	0.10	7 + 2.78	—0.58	7 + 2.20
0—8	8 + 2.62	0.15	8 + 3.14	—0.67	8 + 2.47
0—9	9 + 2.96	0.21	9 + 2.50	—0.75	9 + 2.75
0—10	10 + 3.21	0.29	10 + 3.75	—0.83	10 + 2.92
0—11	11 + 3.50	0.39	11 + 4.03	—0.92	11 + 3.11
0—12	12 + 3.80	0.50	12 + 4.30	—1.00	12 + 3.30

Ovdje su  $I'$  dužine tetiva date u certifikatu, a  $\Delta I'$  popravke izvedene na osnovu naše komparacije. Prema tome su I novo dobijene dužine tetiva, a pomoću korekcije

$$\frac{S^3}{24\vartheta'}$$

izvedene su dužine lančanica za pojedine intervale vrpce.

Prema formuli danoj u certifikatu za žice Tehničkog fakulteta, a koja se odnosi na rastezanje žica uslijed promjene temperature:

$$l_\vartheta = l_0 (1 - 0.000 000 581 \vartheta + 0.000 000 00103 \vartheta^2)$$

izračunali smo predhodno promjene za temperature od  $0^\circ$  —  $30^\circ$  što je dano u Tab. 2. gdje je

$$l_0 = \text{dužina žice kod } 15^\circ\text{C}$$

$$\vartheta = t - t_0$$

$$t = \text{promjenjiva temperatura}$$

$$t_0 = \text{konstanta } 15^\circ\text{C}$$

Tab. 2

t	rastezanje žica od 24 mm		t
	mm	mm	
0	+ 0.215	— 0.204	30
1	+ 0.200	— 0.190	29
2	+ 0.185	— 0.177	28
3	+ 0.171	— 0.164	27
4	+ 0.156	— 0.150	26
5	+ 0.142	— 0.137	25
6	+ 0.127	— 0.124	24
7	+ 0.113	— 0.110	23
8	+ 0.099	— 0.096	22
9	+ 0.085	— 0.083	21
10	+ 0.070	— 0.069	20
11	+ 0.056	— 0.055	19
12	+ 0.042	— 0.042	18
13	+ 0.028	— 0.028	17
14	+ 0.014	— 0.014	16
15	+ 0.000	— 0.000	15

Kad rezultat mjerjenja prenesemo na našu praktičnu upotrebu onda ćemo lako uočiti opravdanost ovakove komparacije. Ovime smo našu mjeraču vrpcu od 50 m ispravili za 5 mm. Na dužini od 1 km je prema tome bila moguća sistematska pogreška od 10 cm, uz slučajne pogreške mjerjenja.

Mjerenje dužina vršeno je najvećom pažnjom i to uvjek u dva smjera. Tom prilikom označavanje smo vršili direktno na gornju plohu kolca, jer smo primjetili da papir uslijed vlage znatno mijenja dimenzije i nabubri te osjetno utječe na točnost mjerjenja. Sama pak radna vrpca bila je uvjek komparirana prije i poslije svakog rada, kako bi bili sigurni da nije pretrpjela promjenu. Kao rezultat ovakovog rada kontrole nakon izvršenih proba dale su odlične rezultate.

Moguće ovakova točnost za građevinske rade u krajnjoj liniji i nije potrebna. Ali mjerena na ovakovim objektima moraju biti precizna i težiti najboljim rezultatima, jer tek tada možemo biti sigurni da će se izbjegći sva eventualna iznenadenja, koja se mogu desiti pri izvođenju ovakovih objekata.

RÉSUMÉ. — *Le ruban d'invar de l'Institut géodésique de la Faculté technique H 2567 n'était pas comparé depuis 1929. Pour tracer le tunnel en courbes Gojak, une nécessité de mesure précise des longueurs est née. Afin d'en assurer la précision nécessaire, les auteurs ont comparé le ruban d'invar de 12 m qui sur le terrain leur servait d'étalon. Dans l'article ci-dessus le procédé de comparaison est exposé.*