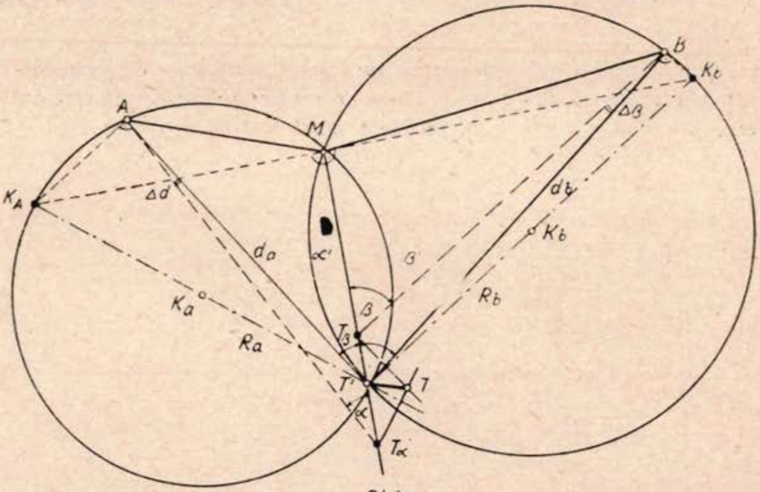
Ing. Branko Makarović — Ljubljana

Grafička metoda pronalaženja podzemnih centara triagulacionih točaka i mogućnost analognog određivanja pomaka pristupačnih točaka na branama

Zadatak pronalaženja položaja triangulacionih i drugih točaka određenih koordinatama sa uništenom nadzemnom stabilizacijom, već je u stručnoj literaturi obrađen u nekoliko varijanata. Postojeće metode su, obzirom na matematičku točnost i ekonomičnost, različitog kvaliteta. Budući da se ne zahtijeva velika točnost, opravdane su i približne metode. Traženje novih metoda je umjesno samo u onom slučaju, ako se s time povećava ekonomičnost rada, koja bi istovremeno garantirala kvalitet, odnosno potrebnu točnost.

Metoda, koju u ovom članku opisujem, analogna je grafičkom određivanju elemenata relativne orijentacije u fotogrametriji od Poivillierr-a.



Sl. 1

Pretpostavke, podaci i mjerenja su jednaka kao i kod ostalih poznatih metoda. Ako se obilježi stajalište, koje se nalazi u blizini tražene trigonometrijske točke sa T' (slika 1), a mjerene kutove AT'M sa α i MT'B sa β, dobiju se, kao razlika odgovarajućih kutova sa tražene trig. točke T, slijedeće vrijednosti:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha' \text{ i } \Delta\beta = \beta - \beta'$$

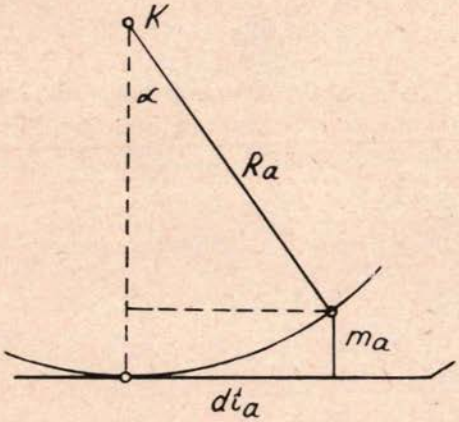
U točki A nanese se $\Delta\alpha$ prema njegovom predznaku t. j. na desnu stranu od pravca AT', ako je $\alpha' > \alpha$, inače suprotno, dok u točki B analogno $\Delta\beta$ za $\beta' > \beta$ na lijevo od pravca B'T, odnosno suprotno. Na taj način dobivamo na pravcu T'M presjeke T_α i T_β. Pravci $T_\alpha A$ i $T_\beta M$ zaklapaju kut α, a $T_\beta M$ i $T_\beta B$ kut β. Geometrijsko mjesto svih točaka, sa kojih pravci na točke A i M zaklapaju kut α nalazi se na periferiji opisanog kruga trokuta AMT_α. Analogno za kut β dobivamo opisani krug oko trokuta MBT_β. U presjeku ovih krugova nalazi se tražena točka T.

S predpostavkom, da je udaljenost TT' mala, zamijene se kružni odsječci tangentama odgovarajućih krugova u točkama T_α i T_β. Opisani krugovi, koji prolaze kroz točke T_α i T_β zamijene se, obzirom na gornju predpostavku, s krugovima kroz točku T'. Tangente na kružnicama u točki T' smatramo da su paralelne odgovarajućim tangentama kroz T_α i T_β. Da bi primjena ove metode zadovoljila traženu točnost, potrebno je analizirati sistematske pogreške, koje se kod toga pojavljuju. Njihovi izvori su slijedeći:

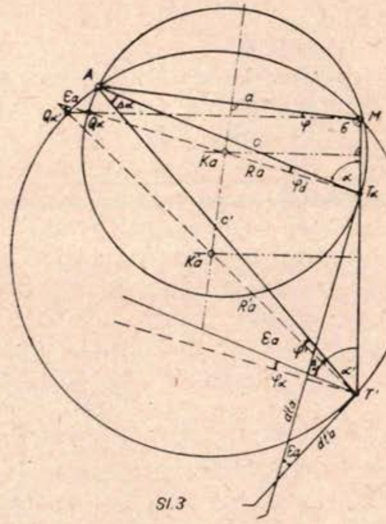
1.Zamjena kružnih odsječaka sa tangentama,

2. zamjena krugova kroz točke T_α i T_β sa krugovima kroz točku T'.

Ad. 1. Ako se dužina tangente obilježi sa dt, a radius kruga sa R, dobit ćemo slijedeći izraz (slika 2):



Sl 2



Sl.3

$$\sin \alpha'' = \frac{dt_\alpha}{R_\alpha}$$

Prema slici dobije se linearna pogreška:

$$m_\alpha = R_\alpha - R_\alpha \cos \alpha = R_\alpha\,(1 - \cos \alpha) = 2\,R_\alpha \sin^2 \alpha_{2} = \frac{dt_\alpha^2}{2\,R_\alpha}$$

Ad. 2. Tangente kroz točke T_α i T' nisu strogo paralelne, nego zaklapaju mali kut ε (slika 3);

$$\varepsilon_\alpha = \Delta\alpha + \varphi_\alpha - \varphi' = \Delta\alpha - \Delta\varphi$$

Obzirom, da veličina $\Delta\varphi$ nije poznata, potrebno je odrediti.

Iz slike 3 slijedi:

$$C' = 2\,R\cos\varphi$$

$$dC' = 2\,dR\,\cos\varphi - 2\,R\sin\varphi\, d\varphi$$

$$d\varphi = \frac{d\,R\cos\varphi}{R\sin\varphi} = \frac{2\,R\sin\varphi}{dC'} \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$C' = \frac{a\sin\sigma}{\sin a}\,;\ d\,C' = -\,a\,\sin\sigma\,\frac{\cos a}{\sin^2 a}\,d\,a' \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

$$R' = -\,\frac{a}{a\sin a} \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$d\,R = -\,\frac{a\cos a}{a\sin^2 a}\,d\,a' \qquad \ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\varphi = \sigma - 90^{0} \qquad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Ako u jednadžbu (1) uvrstimo vrijednosti iz jednadžbi (2), (3), (4) i (5) dobit ćemo:

$$d\,\varphi = (-\operatorname{cotg} a\,\operatorname{cotg}\varphi + \operatorname{cotg} a\,\operatorname{cotg}\varphi)\,d\,a = ø$$

i dalje $\varphi =$ konst. .... (6)

Geometrijsko značenje jednadžbe (6) je slijedeće: Za više trokuta, koji imajú zajednički kut σ vrijedi pravilo:

Kut φ', koji se nalazi prvi pri vrhu T' nasuprot strani a, koga zaklapa strana c, nasuprot kuta σ, sa dijametrom T' K'_a odgovarajućeg opisanog kruga, je konstantan za sve trokute. Svi presjeci opisanih krugova sa dijametrima, koji prolaze kroz odgovarajuće vrhove nasuprot strane a nalaze se na normali na stranu b kroz točku M (na spojnici MK'_A).

Neparalelnost tangenata kroz T i T' obzirom na jednadžbu (6) iznosi $\varepsilon_a = \Delta\,a$.

Linearna pogreška uslijed zaokreta tangente bit će:

$$m_{\varepsilon a} = d\,t_a\,\frac{\varepsilon_a}{\varrho} = d\,t_a\,\frac{\Delta a}{\varrho}$$

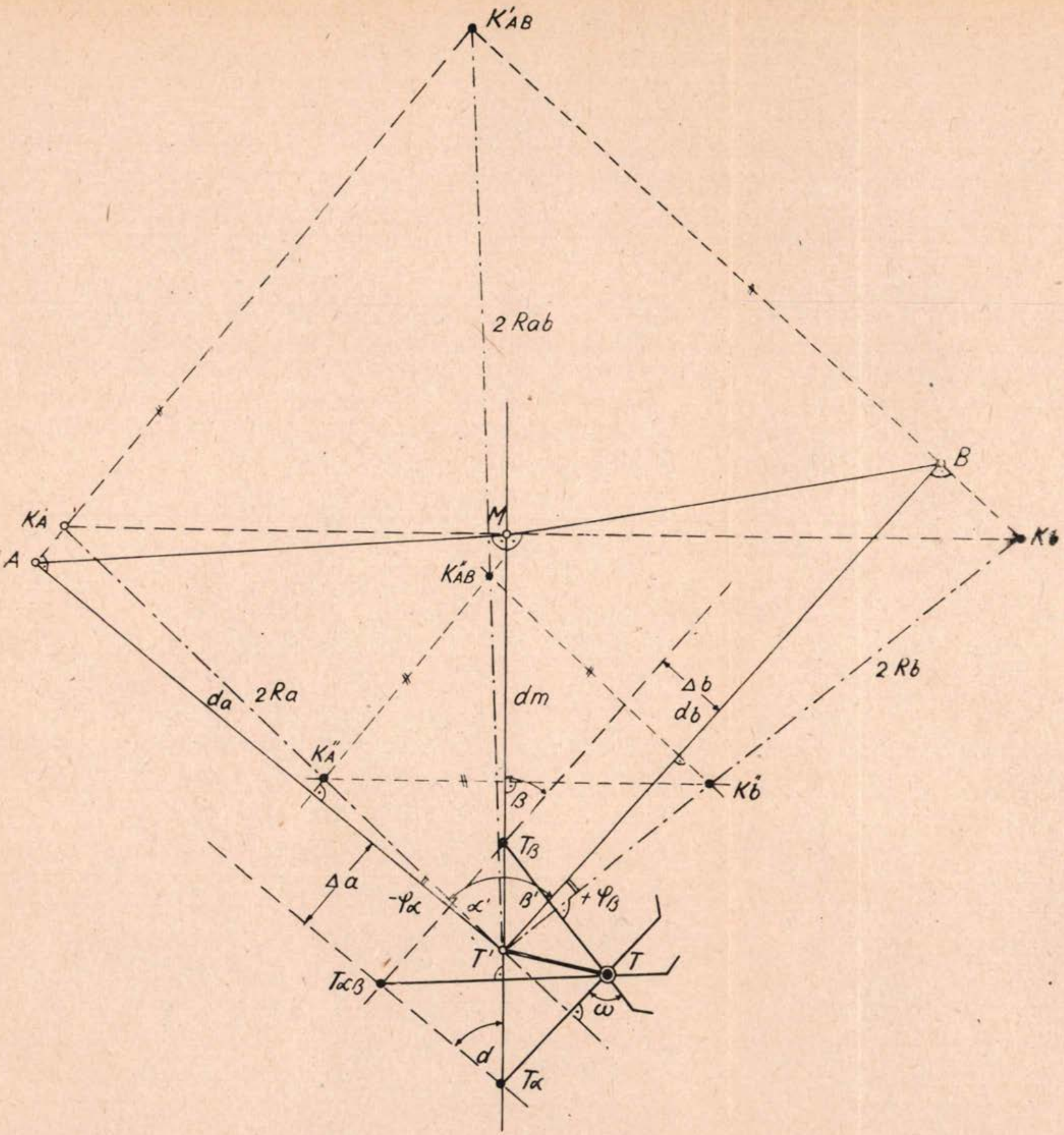
Za trokut MBT_β dobit ćemo analogne jednadžbe.

Ako je ω kut, koji zaklapaju odgovarajuće tangente, odnosno dijametri opisanih krugova kroz T', onda je kod praktičkog rada potrebno voditi računa da bude ispunjen slijedeći uslov:

$$\overrightarrow{\left[\frac{dt_a}{\sin\omega}\left(\frac{dt_a}{2R_a} \pm \frac{\Delta a}{\varrho}\right)\right]} + \overrightarrow{\left[\frac{dt_b}{\sin\omega}\left(\frac{dt_b}{2R_b} \pm \frac{\Delta\beta}{\varrho}\right)\right]} \leq 20 \text{ cm. t. j.}$$

$$\frac{1}{\sin\omega}A + \frac{1}{\sin\omega}B \leq 20 \text{ cm}$$

Ako ovaj uslov nije ispunjen, onda se sračunati iznosi za A i B mogu nanijeti u jednu grafičku konstrukciju, kao korekture paralelno tangentama. U presjeku ovako paralelno pomaknutih tangenata nalazi se točan položaj točke



K'AB
2 Rab
B
KA'
M
Kb
A
K''AB
Δb
2 Rb
da
2 Ra
dm
db
K''A
Kb'
β
Tβ
Δa
-φα
α'
β'
+φβ
T'
T
Tαβ
ω
d
Tα

Sl. 4

T. Naravno ako se točke A, M, B i T nalaze u blizini periferije opisanog kruga, kada je $\omega = 180^0$, onda se točka T ne može odrediti.

Kod praktične primjene ove metode postupak je razdijeljen u dvije faze:

1. Predradnje, koje se mogu obaviti u uredu,
2. rad na terenu.

Predranje:

U središtu papira izabere se položaj točke T' (slika 4). Kroz točku T' povučemo vertikalnu liniju, koja je pravac prema točki M. Lijevo od ovog pravca nanijet ćemo kut α, a desno kut β. Na ove pravce nanesu se u pogodnom mjerilu (1 : 10.000 do 1 : 25.000) udaljenosti d_a, d_b i d_m. Na taj način dobijamo položaj točaka A, M, B, T'. Mjerilo ove situacije treba da bude što veće. Dužine d_a, d_b i d_m dobit ćemo računanjem u trigonom: obrazcima ili sa karte trig. mreže odnosno sa topografske karte. Numeričke podatke za d_a i d_b ćemo zabilježiti. Sada se u točkama A, B, M nacrtaju normale i u njihovom presjeku nađu točke K'_a, K'_b i K'_{ab}.

Na taj način smo dobili pravce dijametara opisanih krugova $K'_a T' = 2 R_a$ i $K'_b T' = 2 R_b$, te $K'_{ab} T' = 2 R_{ab}$. Ako presjecišta normala padnu izvan papira, onda se konstrukcija ovih pravaca izvrši u smanjenom mjerilu paralelno (K''_a, K''_b i K''_{ab}).

Rad na terenu:

Izabere se točka T' što bliže traženoj točki T. Izmjere se kutovi α' i β', te sračunaju razlike $\Delta\alpha$ i $\Delta\beta$. Pomoću njih odrede se predznaci za $\Delta a = d_a D \alpha$ i $\Delta b = d_b \Delta\beta$ · Δa i Δb su veličine paralelnih pomaka pravaca AT' i BT' sa određenim predznacima. Oni se nanesu u povećanom mjerilu na pr: 1 : 100 do 1 : 200, prema mjestu na papiru i udaljenosti TT'.

Presjeci ovih paralelno pomaknutih pravaca s pravcem T'M su točke T_α, T_β (i $T_{\alpha\beta}$). Sa točke T_α spustimo normalu na pravac $T'K'_a$, sa T_β normalu na $T'K'_b$ i sa $T_{\alpha\beta}$ na $T'K'_{ab}$. U presjeku ovih normala nalazi se tražena točka T.

Tangenta na točku $T_{\alpha\beta}$ služi kao prekobrojni elemenat za kontrolu i povećanje točnosti. Iz crteža se sada pročitaju polarne ili pravokutne koordinate za točku T u odnosu na početnu točku T'.

Ako se čitava konstrukcija nacrta na milimetarskom papiru mogu se neposredno pročitati pravokutne koordinate za traženu točku. Jedna osovina koordinatnog sistema je u tom slučaju identična sa pravcem TM.

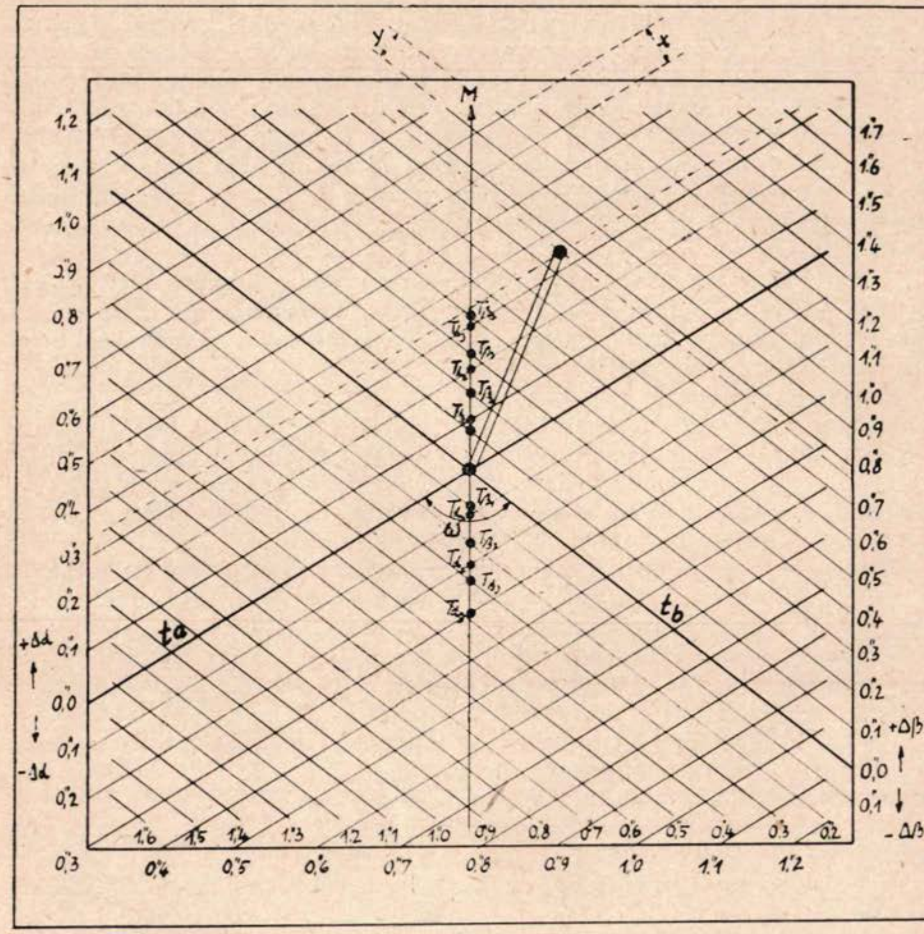
Kad raspolažemo s većim brojem vidljivih datih točaka, postupak je analogan kao i s točkama A i B. Kod toga je potrebna redukcija svih pravaca na točku M. Za točku M izabere se ona točka, koja omogućava najpovoljnije presjecanje natrag.

Prekobrojni pravci omogućuju dobru kontrolu, koji obzirom na traženu točnost nisu potrebni, ako su izabrane točke A, M i B povoljno raspoređene.

Iz točke T koja je određena ovakovim postupkom izmjere se kutova $\bar{\alpha}$ i $\bar{\beta}$. U slučaju, da postoje još razlike $\Delta\bar{\alpha}$ i $\Delta\bar{\beta}$, što će se pojaviti ako je udaljenost $T\bar{T}'$ veliko ili postoje pogreške u radu, onda se postupak ponavlja sa $\Delta\bar{\alpha}$ i $\Delta\bar{\beta}$, te se ponovno određuje položaj točke T.

Opisana metoda može se korisno upotrebiti kod određivanja deformacija dolinskih pregrada za kontrolu pristupačnih točaka sa unutrašnjim pravcima. Opažanja se vrše na precizno signalizirane točke. Za svaku točku, za koju se određuje pomicanje, konstruira se na milimetarskom papiru mreža dijagrama, sastavljena iz dva sistema linija paralelnih sa tangentama t_a i t_b. Milimetarska mreža je orijentirana po prvcu na srednju točku M. Međusobne udaljenosti ovih paralelnih linija mogu se sračunati po formulama (sl. 5):

Tangentni diagram



$$x = d_a \sin o'', 1 \frac{\cos(\alpha \pm \varphi_a)}{\sin \alpha} m_d \; ; \; y = d_b \sin o'', 1 \frac{\cos(\beta \pm \varphi_b)}{\sin \beta} m_d$$

$$\varphi_i = \text{arc} \cos \frac{d_i}{2 R_i}$$

gdje je m_d mjerilo dijagrama, najbolje 10 : 1.

Jednostavnija je grafička konstrukcija mreže dijagrama. Za promjene kuta α odnosno β za o″, 1, o″, 2 ... odrede se točke $T_{\alpha 1}$, $T_{\alpha 2}$ odnosno $T_{\beta 1}$, $T_{\beta 2}$ u mjerilu dijagrama. Sa tih točaka povuku se paralele sa t_a i t_b i time je mreža konstruirana.

Upotreba dijagrama analogna je kao kod metode presjecanja naprijed. Povoljno kod ove opisane metode je to, što u mjerene kutove ulaze tri pogreške opažanja pravaca i jedna pogreška centriranja teodolita, dok kod metode presjecanja naprijed ulaze četiri pogreške opažanja pravaca i dvije pogreške centriranja.

RESUMÉ: Inspiré par la méthode de détermination graphique des éléments d'orientation rélative d'après Poivillier, l'auteur applique cette méthode pour la détermination des éléments dans la recherche des bornage trigonométriques perdus, ainsi que dans la détermination des petits déplacements des poits accessibles aux barrages (stations des visées).

Le procédé graphique est expliqué sur la figure 4. Mais la construction graphique du reseau de diagramme est plus simple. Pour la variation d'angle α *respectivement de celle de* β *de* o", 1, o" 2 . . . *on détermine les points* $T\alpha_1$, $T\alpha_2$ *respectivement* $T\beta_1$, $T\beta_2$ *dans l'échelle du diagramme. De ces points on fait des paralèles* t_a *et* t_b *et de cette manière le reseau se construit. L'usage du diagramme est analogue a celui dans l'intersection en avant.*