

Točnost visinskog povezivanja otoka trigonometrijskim nivelmanom

(svršetak)

Kad ne bi bilo kolebanja u refrakciji ili kad bi promjena u refrakcionom kutu bila istovremena i jednaka, tada bi razlike Δ bile podležne samo pogreškama viziranja, vrhunjenja libele i čitanja. Međutim te su razlike daleko veće od onog što bi mogli očekivati:

vizura	60—245	(nadm. visina	149 m)	Δ	između	43,"2 i 61,"7;	$\partial\Delta = 18,"5$
"	27—Q	"	80	"	"	08,"7 i 23,"0;	$\partial\Delta = 14,"3$
"	27—89	"	68	"	"	08,"0 i 17,"9;	$\partial\Delta = 9,"9$
"	89—Q	"	53	"	"	45,"0 i 61,"0;	$\partial\Delta = 16,"0$
"	91—P	"	21	"	"	44,"7 i 54,"4;	$\partial\Delta = 9,"7$
"	57—245	"	183	"	"	33,"2 i 53,"6;	$\partial\Delta = 20,"4$
"	244—190	"	2,6	"	"	6,"7 i 36,"0;	$\partial\Delta = 29,"3$

noćna mjerenja

I vizura	60—245	(nadm. visina	149 m)	Δ	između	27,"6 i 33,"9;	$\partial\Delta = 6,"3$
II "	60—245	"	149	"	"	23,"6 i 32,"3;	$\partial\Delta = 8,"7$
"	244—68	"	4,"4	"	"	25,"3 i 77,"2;	$\partial\Delta = 51,"9$

U ovom prikazu razmotreni su Δ samo kod istodobnih mjerenja (istog sata i dana). Obzirom na prethodnu ocjenu točnosti, čiste pogreške mjerenja od 1"3 možemo ocijeniti maksimalnu razliku Δ -ova sa $1,3 \times 4 \times 2 = 10"$.

Prema iznijetom prikazu kod izvršenih mjerenja u Kaštelanskom zaljevu razlike Δ su redovito mnogo veće. U granicama od 10" ostaju mjerenja 60—245 izvršena u jednoj i drugoj noći. Zatim neka od mjerenja s relativno kratkom dužinom vizure 27—89 i 91—P.

Radi lakšeg uočavanja promjene u refrakciji pokušao sam danja mjerenja razmatrati po grupama od 6^h—9^h, od 9^h30—13^h, od 13^h—15^h30 i od 16^h—18^h. Općenito se može konstatirati, da su najmanji zenitni kutevi u posljednjem razdoblju dana. t. j. od 16—18^h, a od toga da su najmanji zadnje izmjereni (t. j. u 18^h). Zenitni kutevi u jutarnjem razdoblju malo se razlikuju od onih iz sredine dana, a često su mimo očekivanja veći. Najveće razlike između pojedinih mjerenja pokazuju se u jutarnjem razdoblju a najmanje u večernjem. U večernjem razdoblju su razlike Δ najpostojanije, t. j. kako se smanjuje z_a smanjuje se i na drugoj strani z_b .

Iz ovih se konstatacija dadu izvesti slijedeći zaključci:

1. Refrakcioni kut se krajem dana povećava i nastavlja se povećavati u noći. Ovo ne vrijedi za vizure blizu morske površine.
2. Promjene u kutu refrakcije su u danu česte i vremenski nepravilne i ne nastupaju uvijek istovremeno na z_a i z_b .
3. U kasno-popodnevnom satovima je refrakcija najveća ali i najstabilnija. Promjene refrakcije u obim/tačkama T_a i T_b su podjednake, pa je i za očekivati, da će i refrakcioni kutevi u istom momentu u ovom vremenskom razdoblju biti najbliži odnosno da će se tada kod obostranih mjerenja najbolje poništavati utjecaj refrakcije.
4. Za mjerenja noću vrijedi isto što je rečeno za kasno popodne. Ovdje se (Tabela VII, 60—245) vrlo dobro može uočiti kako su promjene zenitnog kuta z_a podjednake istovremenskim promjenama zenitnog kuta z_b .

Za konstatacije navedene pod 3 i 4 može se naći i opravdanja. U jutro sa suncem počne zagrijavanje tla, pa zraka i to obzirom na raznoliku izloženost suncu, obraštenost i sl. različitim intenzitetom. Izloženost suncu se mijenja tokom dana, pa se tako ponešto mijenja i refrakcija. Tokom dana se zemlja podjednako ugrije i počne rashlađivati. Kako za rashlađivanje nema posebnih razloga, isto se zbiva svuda prilično podjednako.

Interesantni su podaci mjerenja kod vizura, koje prolaze blizu, na par metara samo od morske površine:

1. U posljednjoj koloni tab. VI. iznesena su mjerenja između točaka 244 i 68 noću. Već je bilo spomenuto da se danju nisu ovdje mogla vršiti nikakova mjerenja zbog velikog kolebanja vizure (ovo se svakako odnosi na 22. VIII., pa tvrdnja nije općenita i možda bi se našao koji dan u godini kad bi mjerenja bila moguća i rezultat zadovoljavajući). U noći su mjerenja ipak bila moguća, kolebanja u refrakciji bila su svakako manja ali još uvijek, kako se vidi srađujući Δ -ove, dost velik ($\Delta = 51,9$).

Dok su se zenitni kutevi z_a i z_b kod mjerenja noću između 60 i 245 od $19^h-1'30$ i jedan i drugi smanjiti za $10''$, znači da je refrakcija za to vrijeme i dalje bila u porastu. Nasuprot tome kod mjerenja između 244—68 su se u istom periodu noći oba povećala za $30''$. Zapravo je smanjivanje trajalo do 20^h t. j. od 19^h-20^h za cca $10''$ pa se zatim povećavalo i povećalo obostrano do 1^h za iznos od $40''$. Dakle protiv svakog očekivanja, ali ipak je to povećanje na oba kraja isto t. j. simetrično. Kod ovih niskih vizura, zbog velike blizine mora refrakcija po danu mora biti ne samo promjenljiva nego i veoma velika pa se predveče tek počne smanjivati i postepeno se smanjivanje produžuje u noći, a to se očituje na povećanju zenitnog kuta (mjerenja u noći vršena su do 1^h30 , pa se i naše konstatacije za noćna mjerenja odnose na to vremensko razdoblje).

Možemo sad izvući opću konstataciju, a ta je, da je sredinom dana kod udaljenih vizura od tla i mora refrakcija najmanja, a po noći najveća. Nadalje da se refrakcija blizu mora ponaša redovito upravo obratno t. j. da je danju najveća a u noći najmanja.

Zenitni kut sa točke 244 na 190 mjeren je 13. VIII. i 22. VIII. Srednja nadmorska visina točaka je svega 3.384 m. Vizura je gotovo potpuno horizontalna, uzevši u obzir visinu instrumenta i visinu signala, sa kote 4,75 na kotu 5,52 m, pa srednja visina vizure nad morem (zanemarujemo zakrivljenost Zemlje oko

20 cm) iznosi 5,14 m. Oba dana mjereno je sa iste visine instrumenta na istu visinu signala. Za dan 13. VIII. već smo konstatalirali, da su mjerenja vrlo precizna t. j. nema kolebanja u refrakciji. Postoji od jutra do podne postepeno smanjivanje zenitnog kuta odnosno povećanje refrakcije ukupno za cca 12", pa na toj vrijednosti stoji do kraja dana. 22. VIII. iznosi zenitnih kutova pokazuju veća kolebanja, a postepeno smanjivanje primjećuje se od 15^h, pa krajem dana dobiva minimalnu vrijednost, pa bi se vjerojatno nastupom noći počeo povećavati. Upada u oči konstantna razlika u zenitnim kutevima od cca 20" u iste sate ta dva dan, pa je konačno srednja vrijednost zenitnog kuta 13. VIII. veća za 20"3 od one 22. VIII. (ova veličina izaziva promjenu u sračunatoj visinskoj razlici pri istom koeficijentu refrakcije za 33 cm). Ovo je ujedno najočitiiji primjer kako jednostrana mjerenja mogu biti nepouzdana. Tražeći razlog tako velikih razlika u refrakciji u navedena dva dana ga i nalazimo:

1. Vizura 244—190 je razmjerno niska, blizu morske površine, a tu su i veće promjene u gustoći zraka zbog raznih vanjskih utjecaja (sunca).
2. Iz zapisnika mjerenja je vidljivo, da je 13. VIII. bilo oblačno vrijeme, mali vjetroć. Od 6^h—7^h pada sitna kiša. Poslije 11 sati se povremeno ukaže sunce, poslije 16^h sunce. Dana 22. VIII. bilo je vjetrovito, jači burin, uglavnom sunčano vrijeme s povremenom naoblakom.

Prema srednjoj vrijednosti zenitnog kuta kroz cio dan, u tabelama rubrika Sredina, izvršena su računanja visinskih razlika. Ponovo se naglašava da su sredine pravljene samo na temelju onih pojedinačnih mjerenja za koje postoji suprotno istovremeno mjerenje.

Računanje svake visinske razlike izvršeno je posebno iz mjerenja »tamo« t. j. z_a , iz mjerenja »natrag« t. j. iz z_b , te konačno na temelju z_a i z_b t. j. po formulama:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \Delta H_1 &= S \operatorname{ctg} Z_a + i_a - l_b + \left(\frac{1-k}{2} \right) \frac{s^2}{R} \\
 2. \quad \Delta H_2 &= S \operatorname{ctg} Z_b + i_b - l_a + \left(\frac{1-k}{2} \right) \frac{s^2}{R} \\
 3. \quad \Delta H &= S \operatorname{tg} \frac{Z_b - Z_a}{2} + \frac{i_a - i_b}{2} + \frac{l_a - l_b}{2}
 \end{aligned}$$

Kod računanja je za koeficijent refrakcije u formulama 1 i 2 uzeta vrijednost $k = 0,13$.

Veličine ΔH_1 i ΔH_2 morale bi biti po apsolutnoj vrijednosti jednake. Eventualne razlike ukazuju na pogreške u mjerenjima, što smatramo da je reducirano na minimum, te o pogreški usvojenog koeficijenta refrakcije. Kod nas će se, pošto su ostali elementi uzeti dovoljno točno, u razlici $\Delta H_1 - \Delta H_2$ očitovati upravo to, da srednja vrijednost refrakcije u izvršenim mjerenjima ne odgovara vrijednosti refrakcije za koju je dat koeficijent 0,13. Treća formula služi ujedno i kao računaska kontrola. Uvijek mora biti

$$\Delta H = \frac{\Delta H_1 - \Delta H_2}{2}$$

(ΔH_2 mora biti suprotnog predznaka od ΔH_1).

Pregled rezultata

Tabela VIII.

1	2	2	4	5	6	7	8	9	10	11
Red. broj	Karakter mjerenja ili datum	Od—do	dužina u km	Visinska razlika iz trig. nivelmana ΔH_1	Visinska razlika iz trig. nivelmana ΔH_2	Definit. visinska razlika iz trig. nivelmana ΔH	Visinska razlika iz preciz. nivelmana	Razlika $v = 7-8$ u cm	red v	Srednja nadmor. vis. u m.
a.) Marjan — Čiovo, obostrano danju										
1.	Istovremena mjerjenja	Q — 27	2,50	+ 28,806	— 28,782	+ 28,794	+ 28,776	+ 1,8	—0,9	80
2.		Q — 89	4,91	— 25,455	+ 25,614	— 25,534	— 25,554	+ 2,0	—0,7	53
3.		P — 91	2,72	— 13,128	+ 13,213	— 13,170	— 13,184	+ 1,4	—1,3	21
4.		245— 57	8,02	+ 69,552	— 69,252	+ 69,403	+ 69,348	+ 5,5	+2,8	182
5.	Iste sate razne dane	245— 27	2,84	— 52,978	+ 53,010	— 52,954	— 53,028	+ 3,4	+0,7	121
6.		Q — 91	2,94	— 51,788	+ 51,863	— 51,830	— 51,820	— 1,0	—3,7	40
7.		P — 89	4,63	+ 13,306	— 13,019	+ 13,160	+ 13,081	+ 7,9	+5,2	34
8.		245— 89	5,77	+107,240	—107,464	+107,296	—107,358	+ 6,2	+3,5	94
9.		Q — 57	7,16	+151,240	—151,227	+151,234	+151,151	+ 8,3	+5,6	142
								+10,7:4=	+2,7	
b.) Ostalo obostrano danju										
10.	Istovremena mjerjenja	245— 60	11,19	+ 1,615	— 1,286	+ 1,450	+ 1,392	+ 5,8		148
11.		244—190	3,38	— 1,158	+ 2,294	— 1,726	— 1,662	— 6,4		3
12.		27— 89	4,54	— 54,392	+ 54,370	— 54,382	— 54,330	— 5,2		68
13.		P — 68	7,51	— 22,430	+ 23,844	— 23,136	— 23,021	—11,5		16
14.	Iste sate razne dane	89— 68	4,22	— 36,019	+ 36,329	— 36,174	— 36,102	— 7,2		22
c.) Obostrana istovremena mjerjenja noću										
15.	24. VIII	245— 60	11,19	+ 2,192	— 0,453	+ 1,325	+ 1,392	— 6,7		148
16.	25. VIII	245— 60	11,19	+ 1,996	— 0,649	+ 1,322	+ 1,392	— 7,0		148
17.	23. VIII	244— 68	8,34	+ 4,655	+ 2,597	+ 1,028	+ 0,901	+12,7		4
d.) Jednostrana mjerjenja										
18.	18. VIII	57— 27	6,56	—122,415	k=0,13		—122,375	— 4,0		156
19.	19. VIII	27— 91	1,81	— 80,644	k=0,13		— 80,596	— 4,8		54
20.	18. VIII	245— 68	8,60	—143,460	k=0,17		—143,460	0,0		76
21.	22. VIII	244— 89	5,85	+ 37,002	k=0,34		+ 37,002	0,0		22
22.	13. VIII	244— 89	5,85	+ 37,002	k=0,27		+ 37,002	0,0		22
23.	13. VIII	244—190	3,38	— 1,662	k=0,333		— 1,662	0,0		3
24.	22. VIII	244—190	3,38	— 1,662	k=0,704		— 1,662	0,0		3

Na taj način u aritmetskoj sredini ne dolazi do izražaja koeficijent refrakcije (njegova netočnost), on se na taj način eliminira, kakav bio da bio i koliko različiti od 0,13. Ta će aritmetška sredina biti to tačnija, to bolje će odgovarati pravoj visinskoj razlici ukoliko je srednja vrijednost refrakcionog kuta r_a i r_b ista. Ovo posljednje može se kontrolirati najbolje uspoređujući rezultate ΔH sa odgovarajućim visinskim razlikama iz preciznog nivelmana.

Ovdje ne ćemo iznositi pojedinačno računanja nego samo definitivno rezultate. Ti su rezultati izneseni u tabeli VIII. U stupcu 5 iznijeti su rezultati dobiveni po izrazu (1) t. j. obzirom na mjerenja Z_a u stupcu 6 rezultati po izrazu (2) t. j. obzirom Z_b , a u stupcu 7 rezultati obzirom na (3). Z_a su mjerenja na prvo upisanoj točki u stupcu 3 a Z_b mjerenja na drugo-upisanoj točki stupca 3. U stupcu 8 iznesene su visinske razlike iz preciznog nivelmana.

Uočeno je, da su sve visinske razlike s točaka na Marjanu na točke na Čiovu u odnosu na visinske razlike iz nivelmana sve sa znakom plus. Zbog toga su ta mjerenja izdvojena i grupno iznesena pod rednim brojevima 1 do 9.

Prije opće ocjene točnosti, analizirat ćemo pojedina mjerenja, kako su unesena u tabelu VIII po rednim brojevima. Spominjemo da mjerenja 91—68 (Tabela II) nisu uzeta u obzir, visinske razlike nisu ni računane, jer postoji mali broj pojedinih mjerenja za to i to dosta nesigurnih vizura jako blizu mora, a točke su se vrlo slabo vidjele (za to i nije uspjelo izvršiti veći broj mjerenja).

Pod red. broj 9 — uneseni su rezultati Q—57. Ti su rezultati kako se vidi iz tabele I odbiveni iz poslijepodnevni mjerenja samo, pa kod opće ocjene ne ćemo ove rezultate uzimati u obzir.

Pod red. broj 13 uneseni su rezultati P—68. Ti su rezultati dobiveni iz relativno malog broja mjerenja (Tabela III) i dosta nesigurnih, jer se točka 68 uvijek slabo vidjela, pa ćemo u daljnjoj ocjeni ove rezultate zanemariti.

Pod redni broj 11 uneseni su rezultati 244—190 a pod red. broj 17 uneseni su rezultati noćnih mjerenja 244—68. Ta su mjerenja kao zasebni slučajevi (vizure blizu površine mora) već bila razmatrana, a na rezultate istih osvrnut ćemo se posebno.

U rubrikama red. br. 18—24 uneseni su rezultati jednostranih mjerenja. Kako se kod jednostranih mjerenja koeficijent refrakcije k ne eliminira to rezultat ovisi od koeficijenta refrakcije k . Kakav k da se pri računanju uzme? Vizure pod red. br. 18 i 19 prolaze iznad kopna, pa su sračunate sa koeficijentom $k = 0,13$. Za ostale vizure računat je zapravo koeficijent k , koji bi bio potreban da se trigonometrijski podaci slažu s podacima iz preciznog nivelmana.

Opća ocjena točnosti prema pouzdanim istovremeno obostranim mjerenjima danju (red. br.: 1, 2, 3, 4, 10 i 12) dobivamo prema sumi razlika v u odnosu na nivelman $\Sigma |v| = 21,7$ cm na 33,9 km, odnosno 0,6 cm na 1 km. Mjerenja noću (red. br. 15 i 16) daju za ocjenu $\Sigma |v| = 13,7$ cm na ukupno 22,4 km, prosječno 0,6 cm na 1 km.

Mjerenja u iste sate razne dane — ne potpuno istovremena (red. br. 5, 6, 7, 8 i 14) daju za ocjenu $\Sigma |v| = 25,7$ cm na ukupno 20,4 km, 1,3 cm na 1 km.

Uočava se da je »unutarnja« točnost samih mjerenja mnogo veća nego što ovi rezultati pokazuju. O eventualnim uzrocima veće netočnosti u sravnjivanju a nivelmanom govorit ćemo kasnije. Tako se rezultati mjerenja od 245—60 u noći 24. VIII. i 25. VIII. razlikuju za svega 3 mm na dužini od 11,2 km, dok u sravnjenju s nivelmanom imamo razliku —6,9 cm. Nadalje na toj istoj vizuri danju dobivamo razliku +5,8. Izlazi da kad bi kombinirali danja i noćna mjerenja, da bi dobili pogrešku 0,5 cm na 11,2 km, a to je već visoka točnost.

Šteta je da ne raspoložemo s više ovakvih dnevnih i noćnih mjerenja na istim točkama pa da prednja konstatacija dobije svoju težinu.

Visinske razlike dobivene s Marjana na Čiovu dobivene trigonometrijskim nivelmanom sve su više od odgovarajućih razlika iz preciznog nivelmana (red. br. 1—8). Na temelju istodobno obostranih mjerenja 1—4, kao sigurnijim poda-

cima sračunata je prosječna razlika od +2,7 cm pa su za ovu veličinu reducirani v -ovi da bi se dobila unutarnja točnost trig. nivelmana, i uneseni u stupac 10. Za unutarnju točnost prema reduciranim v -ovima dobivamo sada 0,3 cm/km za istodobna mjerenja, a 0,8 cm/km za mjerenja u iste sate a razne dane.

Da je unutarnja točnost trigonom. nivelmana puno veća nego što to pokazuju razlike u odnosu na precizni nivelman vidi se i prema ocjeni točnosti iz zatvaranja trokuteva po visini:

1. trokut	245—27—57—245	odstupanje	1,8 cm	dužina	17,42 km
2. „	245—27—89—245	„	7,9 „	„	13,15 „
3. „	245—89—68—245	„	3,0 „	„	18,59 „
4. „	Q—27—91—Q	„	2,0 „	„	7,25 „
5. „	Q—27—89—Q	„	4,6 „	„	11,95 „
6. „	Q—27—87—Q	„	2,5 „	„	16,22 „
7 četverokut	Q—91—P—89—Q	„	3,5 „	„	15,10 „
		suma	25,3 „	„	99,68 „

Oдавде se dobiva prosječna vrijednost za unutarnju točnost 0,25 cm na 1 km.

Veličina koeficijenta refrakcije

Promjene u refrakciji analizirane su već ranije. Kod računanja visinskih razlika uzeli smo, da je srednja vrijednost refrakcionog kuta za cio dan — odnosno odsjek vremena u kom su vršena opažanja — jednaka kod mjerenja tamo (Z_a) i mjerenja natrag (Z_b) t. j. da je $r_a = r_b$, odnosno koeficijent refrakcije $k_a = k_b = k$ (u formulama (1 i 2), pa se u aritmetskoj sredini utjecaj refrakcije eliminirao. Mi ćemo i dalje smatrati da je $r_a = r_b$, pa ćemo tražiti koliki mora biti srednji koeficijent refrakcije k za pojedine vizure, da mjerenje tamo i mjerenje natrag dadu po formulama 1, i 2, isti rezultat i jednak onom, koji se dobiva iz formula 3. Na temelju neslaganja rezultata iz mjerenja tamo upisanih u stupac 5 i mjerenja natrag upisanih u stupac 6 od podataka unesenih u stupac 7 Tabele VIII lako se sračunaju ovi koeficijenti — zapravo dopune, koje moramo pridodati k_a 0,13, jer rezultati, koji su uneseni u stupce 5 i 6 računati su s koeficijentom $k = 0,13$. Iz tih proračunavanja, koje ovdje ne iznosimo dobiva se srednji koeficijent refrakcije k (za određeni dan, odnosno odsjek vremena u kome su vršena mjerenja), pa te rezultate iznosimo u »Pregledu vrijednosti koeficijenta refrakcije«. (Za jednostrana mjerenja koeficijenti k uneseni su u stupac 6 tabele VIII.

Iz ovog se pregleda može uočiti nesigurnost, nestabilnost srednjeg (prosječno kroz dan) koeficijenta refrakcije. Ovdje on varira od 0,13 do 0,80 t. j. doseže vrijednost 6 puta veću od normalne vrijednosti (0,13), koju redovito uzimamo pri računanju. Općenito možemo reći da koeficijent refrakcije raste što je manja nadmorska visina vizure. I kod razmjerno većih nadmorskih visina vizure (100—200 m) on je veći od 0,13 te iznosi 0,15 do 0,16.

U našoj dezertacionoj radnji »trigonometrijsko mjerenje visina« konstatirano je da su pozitivne visinske razlike redovito veće od negativnih. Iz pregleda rezultata (tabela VIII) je ta pojava također očita. To upravo i dolazi od toga što je koeficijent k , s kojim je vršeno računanje, uzet premalen t. j. da je stvari on uvijek veći, a to smo u prednjem Pregledu vrijednosti koeficijenata refrakcije k i dobili.

Pregled vrijednosti koeficijenta refrakcije k

Red. broj	Od — do	Srednja nadmorska visina u met.	Srednji koeficijent refrakcije $k =$	Red. broj	Od — do	Srednja nadmorska visina	Srednji koeficijent refrakcije
1	Q—27	80	+ 0,164	10	245— 60	148	+ 0,147
2	Q—89	53	+ 0,172	11	244—190	3	+ 0,776
3	P—91	21	+ 0,204	12	27— 89	68	+ 0,123
4	245—57	182	+ 0,160	13	P— 68	16	+ 0,290
5	245—27	121	+ 0,155	14	89— 68	22	+ 0,245
6	Q—91	40	+ 0,181	15	245— 60 noć	148	+ 0,217
7	P—89	34	+ 0,220	16	245— 60 noć	148	+ 0,197
8	245—89	94	+ 0,194	17	244— 68 noć	4	+ 0,796
9	Q—57	142	+ 0,130				

Kad bi korigirali zenitne kuteve z_a i z_b za vrijednost refrakcionog kuta r_a i r_b dobili bi visinske razlike točaka A i B po formulama 1 i 2 jednake t. j. $H_1 = -H_2$, t. j. refrakcionu krivinu ispravili bi u pravac (sl. 3).

Računajući visinske razlike po formulama 1 i 2 uzimamo sa članom $-\frac{k}{2R} S^2$ u obzir samo dio spomenutih kuteva r_a i r_b dakle samo refrakcione kuteve r'_a i r'_b i predpostavljamo, da su ti kutevi jednaki, t. j. $r'_a = r'_b$ i u veličini koja odgovara koeficijentu $k = 0,13$, pa ostaje u mjerenjima dio refrakcije δr_a i δr_b , pa će, ukoliko je istinita refrakcija veća od one uzete u račun, uvijek biti $h_1 > -h_2$ t. j. pozitivne visinske razlike biti će veće od negativnih (sl. 3). No uza sve to, kako se vidi iz sl. 3, aritmetička sredina će otklanjati utjecaj ovog neslaganja, a bit će potpuno oslobođena utjecaja ove pogreške, ako je $\delta r_a = \delta r_b$, jer tada će biti odsječak a po apsolutnoj vrijednosti jednak odsječku b .

Obzirom na ovo neće biti uvijek mjerodavna ocjena točnosti na temelju formule

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}} \quad (4)$$

gdje su d razlike iz mjerenja tamo i natrag, jer će u veličinama d biti uvijek sakrivene sistematske pogreške uslijed refrakcije, koje se u aritmetičkoj sredini sredini uglavnom eliminiraju, a na ocjenu točnosti utiču. Pogreška određivanja

visina, računata po formuli $m_0 = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}}$ u svrhu ocjene točnosti biti će uvijek

veća, nego li stvarna pogreška obostranog mjerenja.

Da bi se ovo bolje uočilo iznosimo ovdje za pojedine vizure, kako su one iznijete u Pregledu rezultata (tabela VIII) pojedine d -ove kao razlike pozitivnih i negativnih visinskih razlika iz stupaca 5 i 6 i ocjene točnosti po formuli $m_0 = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}}$, čime ćemo dobiti srednju pogrešku na 1 km u jednom pravcu

Red. br.	S Km	d u cm	d^2	$p = \frac{1}{S^2}$	pd^2
1.	2,5	+ 2,4	5,8	0,159	0,9
2.	4,9	+ 15,9	252,8	0,042	10,6
3.	2,7	+ 8,5	72,3	0,137	9,9
4.	8,0	+ 30,0	900,0	0,016	14,4
5.	2,8	+ 3,2	10,2	0,127	1,3
6.	2,9	+ 6,5	42,3	0,119	5,0
7.	4,6	+ 28,7	823,7	0,047	38,7
8.	5,8	+ 33,4	1115,6	0,030	33,5
9.	7,2	+ 1,3	1,7	0,019	0,0
10.	11,2	+ 32,9	1082,4	0,008	8,7
11.	3,4	+ 113,6	12905,0	0,086	1109,8
12.	4,5	— 2,2	4,8	0,049	0,2
13.	7,5	+ 141,4	19994,0	0,018	359,9
14.	4,2	+ 31,0	961,0	0,056	53,8
15.	11,2	+ 173,9	30241,2	0,008	241,9
16.	11,2	+ 134,7	18144,1	0,008	145,2
17.	8,3	+ 725,2	525915,0	0,015	7888,7

Iz ovog pregleda upada u oči, da su svi d , osim pod rednim brojem 12, pozitivni, znači da je pravi koeficijent refrakcije uvijek veći od 0,13. (Ovo smo već ranije konstatirali). Naročito je interesantan podatak pod rednim brojem 17. Tu se mjerenje tamo i natrag razlikuje za 7 m 25 cm (visinska razlika je svega 1 m). Na prvi pogled izgleda da ta mjerenja ne valjaju. Kad bi računali srednju pogrešku jedinice težine po formuli 4 za ovo (17) mjerenje dobijemo

$m_0 = \sqrt{\frac{7888,7}{2}} = \pm 63$ cm na 1 km u jednom pravcu. Srednja pogreška određivanja visine iz obostranog mjerenja bila bi $63 : \sqrt{2} = 45$ cm na 1 km. Stvarna je međutim pogreška kod ovog mjerenja (računajući za ovu svrhu nivelman bezpogrešnim) 12,7 cm na 8,34 km t. j. 1,5 cm na 1 km.

Kad bi računali srednju pogrešku za mjerenje pod rednim br. 1, 2, 3, 4, 10, 11, 15 i 16 (to su istodobna mjerenja — isključena mjerenja preblizu mora)

dobivamo za ocjenu točnosti po formuli 4 srednju pogrešku $m_0 = \sqrt{\frac{431,8}{6}} = \sqrt{27} = \pm 5,2$ cm na 1 km.

Srednja pogreška iz obostranog mjerenja bi prema tome bila $5,2 : \sqrt{2} = \pm 3,7$ cm na 1 km. Stvarna je međutim pogreška za ova mjerenja, kako smo već ocjenili ranije, sravnjujući visinske razlike sa preciznim nivelmanom, u prosjeku 0,6 cm na 1 km.

Razmotrit ćemo još jednom vizure Marjan—Čiovo. Konstatirali smo da su visinske razlike iz trigonometrijskog u sravnjenju s preciznim nivelmanom, i ako male, sve sa znakom +, da srednja vrijednost toga iznosi + 2,7 cm. Ova bi se okolnost mogla tumačiti

1. da su srednji koeficijenti refrakcije za sve vizure sa točaka na Marjanu bili ponešto veći od suprotnih s Čiova. Za ovo može biti razlog položaj vizure istok-zapad. Zemlja i zrak na Čiovu ranije će ugrijati nego na Marjanu;

2. gomilanjem pogrešaka u preciznom nivelmanu od Marjana kroz Kaštela i na Čiovo;

3. eventualnim spuštanjem tla Marjana (Nivelman od Marjana do Trogira izveden je 1951. g.);

4. odklonom težišnice, Trigonometr. nivelman daje visinske razlike obzirom na elipsoid a geometrijski na geoid.

Uzimajući kod trigonometrijskog nivelmana aritmetSKU sredinu, kako to zapravo i radimo, glavni će se dio utjecaja otklona težišnice poništiti. Što su vizure kraće, to će to poništavanje biti potpunije, pa ćemo i trigonometrijskim nivelmanom na ovaj način dobiti geoidne visine. Što su vizure duže, i sigurnost poništavanja je manja, pa u takvom rezultatu možemo očekivati i takvu razliku, koja nastaje zbog otklona težišnice.

— — —

Kako-god pak bila velika nesigurnost u koeficijentu refrakcije ona se daje prilično otkloniti, kako to pokazuju naši rezultati u tabeli VIII., geodetskim putem uzimajući suprotna i istodobna mjerenja. Što imamo veći broj takvih mjerenja, kroz duži vremenski period, kombinirajući eventualno dnevno i noćno mjerenje to će u takvom srednjaku refrakcioni kutovi r_a i r_b biti po veličini međusobno sve bliži.

Kod nas je dnevno i noćno mjerenje vršeno samo između točaka 245—60, dužina 11,2 km. Po danu je trigonometrijskim nivelmanom dobivena visinska razlika + 1,450 (red. br. 10 tab. VIII.) a po noći + 1,325 (red. br. 15). Aritmetška sredina iznosi + 1,388 m. Preciznim nivelmanom dobivena je visinska razlika između tih dviju točaka 1,392 m, dakle razlika između trigonometrijskog nivelmana (kombinirana dnevna i noćna mjerenja) i preciznog nivelmana iznosi svega 4 mm na 11,2 km, odnosno 0,4 mm na 1 km. Ovo je možda i slučaj, kojeg nemožemo još poopćiti. Dnevna i noćna mjerenja izvršena su samo između točaka 245 i 60, ali iz čitave naše analize slijedi, da ćemo ovako kombiniranim mjerenjima postići visoko točne rezultate koje se po točnosti približuju čak preciznom nivelmanu.

Moramo još napomenuti što izlazi iz čitavog razmatranja, da u cilju dobivanja što točnijih rezultata moramo izbjegavat vizure preblizu terena odnosno morske površine. Praktički za ovu svrhu ne bi vizure smjele biti ispod 20 m iznad površine mora.

SADRŽAJ

Visinsko povezivanje otoka s kopnom preko mora postaje kod nas veoma aktuelno. Najtočnije bi se to izvelo hidrostatskim nivelmanom. Tu je međutim potrebna specijalna oprema, a i radi drugih okolnosti ta metoda za sada ne dolazi u obzir. Najjednostavnije bi se to izvelo trigonometrijskim nivelmanom. Međutim tu dolazi u pitanje njegova točnost, obzirom na prilične udaljenosti i nestabilnost koeficijenta refrakcije. Autor je uzeo u ispitivanje ovu metodu i određivao visine opažanjima između kopna i otoka Čiova u Kaštelanskom zaljevu blizu Splita, gdje je geografski položaj otoka dozvoljavao mjerenja na različitim udaljenostima. Tu su se ujedno mogle visine dobivene trigonometrijskim nivelmanom kontrolirati geometrijskim nivelmanom, koji se je preko mosta u Trogiru mogao prebaciti na otok Čiovo. Mjerenja su se izvodila istovremeno i obostrano danju a neka i noću. Rezultati opažanja dati su u tabelama I—VII.

Računanja su pokazala priličnu nesigurnost koeficijenta refrakcije. Unatoč velike nesigurnosti ovog koeficijenta ista se može otkloniti istodobnim mjerenjima, a još bolje i kombinacijom mjerenja danju i noću. Rezultati su zadovoljavajući. Kod mjerenja noću pokazali su se rezultati mjerenja bolje ustaljeni. Pregled rezultata dat je u tabeli VIII. Autor na kraju napominje, da se kod sličnih mjera trebaju izbjegavati vizure koje prolaze ispod 20 metara nad morem.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Höhenverbindung der Inseln mit dem Festland über das Meer wird bei uns sehr aktuell. Am genauesten wäre dies durch hydrostatisches Nivellement durchzuführen. Dazu sind jedoch spezielle Vorrichtungen notwendig; deswegen und auch aus anderen Gründen kommt diese Methode vorläufig nicht in Betracht. Am einfachsten wäre es, das trigonometrische Nivellement anzuwenden. Dessen Genauigkeit ist aber in diesem Falle problematisch, wegen der beträchtlichen Entfernungen und der Unstabilität des Refraktionskoeffizienten. Der Autor hat dieses Verfahren einer Prüfung unterzogen, indem er Höhen bestimmte mittels Beobachtungen zwischen dem Festland und der Insel Čiovo in der Bai im Kaštela bei Split, wo die geografische Lage der Insel Messungen in verschiedenen Entfernungen ermöglichte. Es konnte die durch trigonometrisches Nivellement erhaltenen Höhen gleichzeitig durch geometrisches Nivellement kontrolliert werden, welches über die Brücke bei Trogir auf die Insel übergeführt werden konnte. Die Messungen wurden gleichzeitig und beiderseits bei Tage, und einige auch bei Nacht, ausgeführt. Die Ergebnisse der Beobachtungen sind in den Tabellen I—VII zusammengestellt.

Die Rechnungen wiesen auf eine beträchtliche Unsicherheit des Refraktionskoeffizienten hin. Trotz dieser Unsicherheit, kann ihr Einfluss ausgeschaltet werden durch gleichzeitiges und beiderseitiges Messen und noch besser durch Kombination von Messungen bei Tag und bei Nacht. Die Ergebnisse sind befriedigend. Die bei Nacht ausgeführten Messungen ergaben ausgeglichenerere Ergebnisse. Ein Überblick über die Ergebnisse enthält Tabelle VIII. Der Autor bemerkt am Schlusse, dass bei derartigen Messungen Visuren unter 20 Meter Höhe über der Meeresoberfläche zu vermeiden sind.

SKICA KAŠTELANSKOG ZALJEVA

SA TOČKAMA NA KOJIMA SU TRIGONOMETRIČKI MJERENE VISINE

