

„Uklanjanje deformacije modela mijenjanjem relativne orijentacije za približno vertikalan normalan slučaj“*

I. UZROCI DEFORMACIJE MODELA

Deformacija modela može potjecati od pogrešne unutarnje ili relativne orijentacije. Što se tiče pogrešaka unutarnje orijentacije treba napomenuti:

1) sistematske pogreške su stvar justiranja instrumenta i ne bi smjele dospjeti do restitucije. One se svrsishodno ne ispituju na pojedinim stereoparovima zemljišnih snimaka, već na steroparu mrežastih ploča.

2) Pogreške unutarnje orijentacije ne daju — bar kod ravničastog zemljišta — povod za deformaciju modela. [1].

3) Operacija unutarnje orijentacije je*toliko jednostavna, lagana i pregledna, da ju se u pravilu ne može optužiti zbog pojave deformacije modela. Gruba pogreška u centriranju snimka, na pr. kod numeričkog određivanja, može se na taj način lako izbjeći da se ovakovo numeričko određivanje odnosno f — postav barem kod prvog snimka podvrgne poznatoj optičkoj metodi**, koja daje osim toga visoku točnost.

Navedene konstatacije daju nam na neki način pravo da odmah pređemo na utjecaj relativne orijentacije. Ako se ograničimo na djelatnost restitutora preostaje nam dakle za uklanjanje deformacije modela da promijenimo relativnu orijentaciju, čime ona postizava svoj konačni cilj — stvaranje modela ispravne forme.

Pri tome možemo kod ove prilike uzeti u obzir samo visine, kako to već odgovara tehničkim, gospodarskim i topografskim zahtjevima. U tom slučaju nameće se ideja da se određivanje deformacije modela poveže sa horizontacijom modela (2).

**) Braum: „O unutarnjoj orijentaciji fotogrametrijskog snimka i nekim njezinim posebnim problemima“, Geod. I., 1952, br. 10—12.

*) Nešto nadopunjen prevod članka izašlog u Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie u brojevima 10, 11 i 12/1955 te 1/1956; o jednom dijelu materije bilo je referirano na fotogrametrijskom savjetovanju u Splitu.

Izvršimo visinsko ispitivanje na nezavisnom stereoparu, koji je primjenljiv na svim stereoinstrumentima namijenjenim za aerosnimke. Visinske nesuglasice, koje bivaju izazvane pogreškama relativne i apsolutne orijentacije glase :

$$dfh = h_{jest} - h_{treba} = a' - \bar{x}_0 db + \Phi' x + \frac{y\bar{x}}{b} d\kappa' - \frac{y\bar{x}}{b} d\kappa'' + \frac{yx}{b} dw' - \frac{y(x-b)}{b} dw'' + (\bar{x}^2 + x^2) \frac{d\varphi'}{b} - [\bar{x}^2 + (x-b)^2] \frac{d\varphi''}{b} \dots (1)$$

pri čem a' predstavlja adicijonu konstantu visinskog očitavanja a Φ' uzdužni nagib modela oko lijevog projekcionog središta. Nakon što je određeno mjerilo modela — i to kod brdovitog zemljišta ne komparacijom horizontalne projekcije dane dužine već komparacijom kose dužine — te nakon uvođenja izraza (3) imamo

$$\begin{aligned} dfh &= a' + \Phi' x + \frac{y\bar{x}}{b} d\Delta\kappa + y\Omega + \frac{yx}{b} d\Delta w + (\bar{x}^2 + x^2) \frac{d\gamma}{b} + (2x - b) d\varphi'' = \\ &= a' - b \cdot d\varphi'' + x(\Phi' + 2d\varphi'') + y(\Omega + \frac{\bar{x}}{b} d\Delta\kappa) + \frac{yx}{b} d\Delta w + \\ &\quad + (\bar{x}^2 + x^2) \frac{d\gamma}{b} \dots (1a) \end{aligned}$$

Ovisnost $d\Delta\kappa$ — utjecaja o zemljišnoj formi možemo zanemariti prema istovrsnom $d\gamma$ — utjecaju (vidi pogl. VI), pa $d\Delta\kappa$ — utjecaj ostavimo kod ravničaskog zemljišta da bude obuhvaćen u poprečnom nagibu modela Ω , koji u prosjeku i prevladava. Isto tako zajednički djeluju na horizontaciju konstante a' i $b \cdot d\varphi''$ kao i s druge strane uzdužni nagib modela Φ' i dvostruka zajednička komponenta paralelne zakrenutosti $2 \cdot d\varphi''$ od uzdužnog nagiba pojedinačnih projektora, koje su obuhvaćene u novim nepoznicam a_0 odnosno Φ :

$$\begin{aligned} dfh &= a_0 + x\Phi + y\Omega + \frac{xy}{b} d\Delta w + \frac{1}{b} (\bar{x}^2 + x^2) d\gamma = a_0 + a_1 x + a_2 y + \\ &\quad + a_3 xy + a_4 (\bar{x}^2 + x^2) \dots (2) \end{aligned}$$

Time se broj orijentacionih elemenata potrebnih za horizontaciju i ispravljanje modela kao nepoznanica reducira na jedan razuman i prihvatljiv minimum.

Od svih elemenata relativne orijentacije izazivaju deformaciju već u prvom približenju samo pogreške diferencije elemenata poprečnih i uzdužnih nagiba:

$$\Delta w = w' - w'' = w' - \Omega \quad \text{i} \quad \Delta\varphi = \varphi' - \varphi'' = \gamma \dots (3)$$

dok pogreška diferencije zakošenja

$$\Delta\kappa = \kappa' - \kappa'' \dots (3a.)$$

može deformirati plohu modela samo kod brdovitog zemljišta. Točnost sa kojom ove prve spomenute diferencije bivaju prigodom relativne orijentacije u pravilu određivane ne dozvoljavaju pretpostavku, da bi one iz navedene operacije izlazile kao bespogrešne, a u specijalnim slučajevima (opasne plohe, preostala distorzija) mogu dotične pogreške poprimiti znatne iznose. Bez obzira na formu zemljišta može konvergencija i kod potpuno uklonjenih transverzalnih paralaksa (vertikalparalaksa) biti pogrešna. Uzrok tome je uglavnom preostala distorzija, nešto i refrakcija a manje i indirektno zemljina zakrivljenost. Treba imati na umu da i malena pogreška konvergencije djeluje kod brdovitog zemljišta jako i nepravilno na visine.

Pogreška elementa $d\gamma$ izaziva kod ravnog zemljišta cilindričnu deformaciju, pri čem izvodnica ostaje paralelna sa γ :

$$dh_{\gamma} = d\gamma \left(\frac{x^2}{b} + \frac{x^2}{b} \right) \dots (4)$$

Ova visinska odstupanja umanjuju se uzdužnim nagibanjem modela.

Najopasnija deformacija kod ravnog zemljišta potječe od pogreške $d\Delta W$, čiji se utjecaj dađe slabo ublažiti horizontacijom modela:

$$dh_{\Delta W} = \frac{xy}{b} d\Delta W \dots (5)$$

Prema tome ako za apsolutnu orijentaciju stoje na raspolaganju samo jedna dužina i 4 prema uglovima stereopolja raspodjeljene visine, t.j. 1 prekobrojni podatak, to treba taj iskoristiti za određivanje pogreške elementa ΔW .

Kod brdovitog pak zemljišta pravi veće poteškoće pogreška konvergencije, čiji utjecaj varira sa visinom zemljišta. Ta se pogreška međutim sa samim orijentacionim točkama u uglovima ne da odrediti i zahtjeva još jednu orijentacionu točku u srednjem poprečnom pojasu.

Što više visinskih orijentacionih točaka treba uzeti u obzir, to veći broj orijentacionih elemenata može i mora biti upotrebljen da se ploha modela prisili da bi prolazila kroz sve orijentacione točke, pa ćemo već prema broju visinskih orijentacionih točaka neku razinu u modelu promatrati ili kao samo nagnutu:

$$dh = a_0 + a_1x + a_2y \dots (6)$$

ili k tome još i sedlasto deformiranu:

$$dh = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy \dots (7)$$

ili konačno kao nagnutu te hiperbolično i u prosjeku parabolično deformiranu (2).

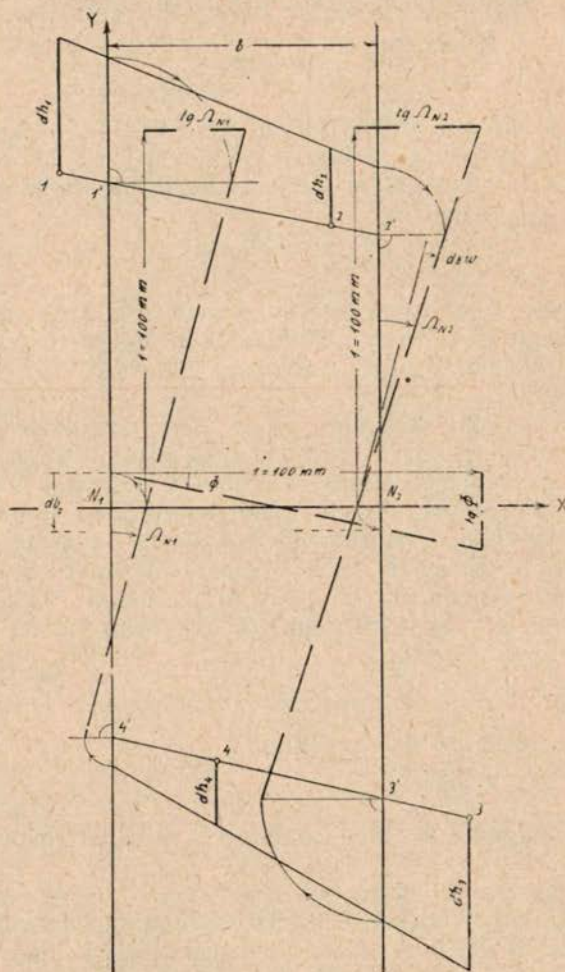
Egzaktno rješenje sistema od 4 jednačbe (7) odnosno 5 jednačbi (2) nazivamo „strogim rješenjem“. To doduše ne odgovara strogo, međutim čini se da bi daljnje analitičko preciziranje jednačbi (7) odn. (2) kod postupaka koje treba primjeniti za vrijeme orijentacije suviše kompliciralo zadatak.

U sljedećem želim navesti postupke za uklanjanje deformacije modela, koji niti ne pretpostavljaju pravilan razmještaj orijentacionih točaka niti primenjuju dugotrajno analitički strogo rješenje, koji međutim ipak praktički strogo djeluju.

II. ODREĐIVANJE HIPERBOLIČNE DEFORMACIJE

1. Približno pravilan razmještaj orijentacionih točaka

Promotrimo najprije česti slučaj da za horizontaciju modela stoje na raspolaganju 4 prema uglovima stereopolja raspodjeljene visinske



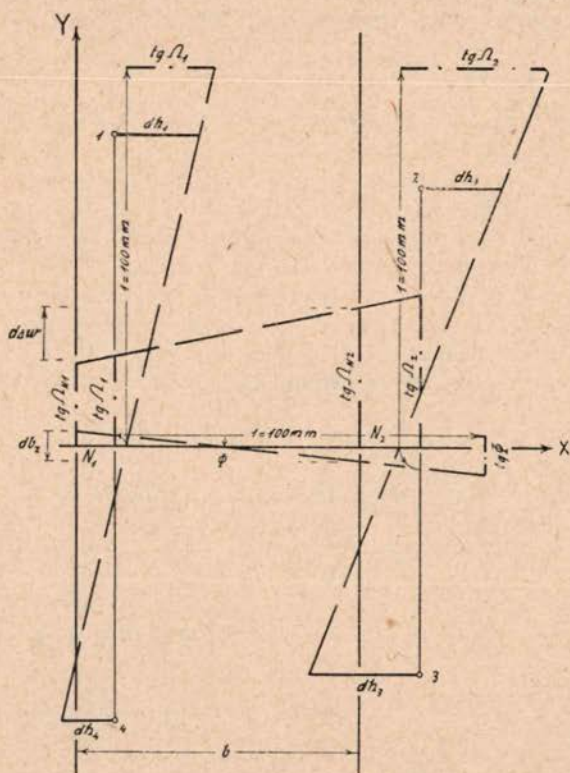
Sl. 1

orijentacione točke, i da se na temelju jednog prekobrojnog podatka treba odrediti pogreška diferencije poprečnih nagiba (7).

Poivilliers primjenjuje u svojoj grafičkoj konstrukciji za horizontalaciju modela [2] linearnu interpolaciju (extrapolaciju) visinskih pogrešaka (konstrukcija 1, sl. 1), da bi orijentacione točke 1 i 4 odnosno 2 i 3 premjestio u nadirne poprečne profile. Time dobiveni poprečni nagibi* dotičnih modelnih profila odgovaraju poprečnim nagibima pojedinih projektora. Isto tako grafički određuje se u projekciji baze uzdužni nagib Φ i b_z — promjena, čime dobivamo:

$$dw' = \Omega_{N_2}; \quad dw'' = \Omega_{N_1}; \quad d\Delta w = \Omega_{N_2} - \Omega_{N_1} \quad \text{i} \quad db_z \approx b\Phi \quad \dots \quad (8)$$

Ta konstrukcija odgovara strogo uz uvjet $y_1 = y_2$ i $y_3 = y_4$, jer od jedne hiperbolično deformirane plohe (5) samo profili $x \equiv const$ i



Sl. 2

$x \equiv const$ teku pravocrtno. Izuzimajući međutim opasne plohe i istovremeni vrlo nepravilni razmještaj orijentacionih točaka daje ona prak-

* Misli se uvijek samo pogrešni nagibi modela u dotičnom profilu, a ne prirodni nagib modela u tom smjeru.

tički uvijek stroge rezultate, jer je uzročnik deformacije $d\Delta w$ već u prethodnoj relativnoj orijentaciji bio sveden na dovoljno sitnu mjeru.

Bitno je kod Poivilliersove konstrukcije da se orijentacione točke paromice dovedu na istu apscisu, gdje daljnja linearna interpolacija može biti bez ikakove bojazni primjenjena. Da bi odmah dobio poprečne nagibe projektora Poivilliers odabire za apscise specijalne vrijednosti 0 i b . Iako te vrijednosti općenito ne uvjetuju najpovoljnije interpolacione pogreške to je taj izbor za tu zadaću potpuno dopustiv. Ako pak pridolazi i određivanje konvergencije tada zadatak postaje — naročito u ravničastom terenu — mnogo osjetljiviji, pa se u tom slučaju preporuča jedan sa stanovišta teorije pogrešaka povoljniji izbor apscisa. Stoga navedimo već sada konstrukciju 2 (sl. 2), od koje konstrukcija 1 predstavlja samo jedan specijalan slučaj.

Iz istog razloga, te istovremeno za procjenjivanje naknadne korekcije u nepovoljnim slučajevima prodiskutirajmo počinjene interpolacione pogreške.

2. Interpolacione pogreške kod određivanja hiperbolične deformacije modela

Izuzevši specijalne smjerove $x \equiv const$ i $y \equiv const$ daju vertikalni profili sedlasto deformirane plohe modela krivulju drugog reda. Kod cilindrične deformacije to vrijedi za sve profile $x \neq const$. Mi možemo unaprijed reći da će linearna interpolacija biti najpogrešnija u sredini spojnice orijentacionih točaka te da pogrešnost ekstrapolacije raste kvadratično. Kod prelaza na pr. od orijentacione točke 1 na orijentacionu točku 2 (sl. 1a) imat ćemo na dužini s_{1-2} prirast pogreške od:

$$(x_2 - x_1) \frac{y_1}{b} d\Delta w + (y_2 - y_1) \frac{x_2}{b} d\Delta w \quad \dots (9)$$

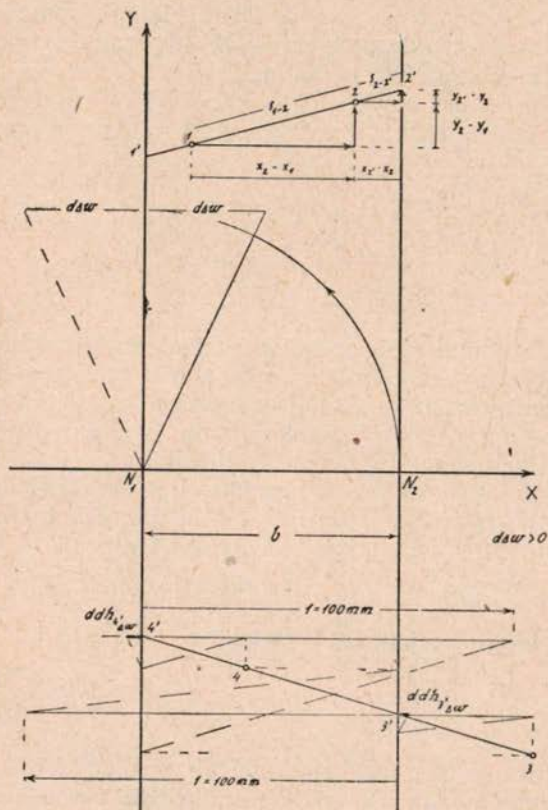
Sa tim usponom bit će interpoliran prirast pogreške od 2 na 2'. Pravi prirast iznosi međutim:

$$(x_2' - x_2) \frac{y_2}{b} d\Delta w + (y_2' - y_2) \frac{x_2'}{b} d\Delta w \quad \dots (9a)$$

Interpoliranoj vrijednosti u točki 2' moramo dakle dodati sljedeću interpolacionu pogrešku:

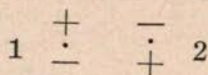
$$\begin{aligned} ddh_2' &= \frac{d\Delta w}{b} \left\{ [(x_2' - x_2)y_2 + (y_2' - y_2)x_2'] - [(x_2 - x_1)y_1 + (y_2 - \right. \\ &- y_1)x_2 \frac{s_{2'-2}}{s_{2-1}}] \left. \right\} = \frac{d\Delta w}{b} \left\{ [(x_2' - x_2)y_2 + (y_2' - y_2)x_2'] - [(x_2 - x_1)y_1 \frac{x_2' - x_2}{x_2 - x_1} + \right. \\ &+ (y_2 - y_1)x_2 \frac{y_2' - y_2}{y_2 - y_1}] \left. \right\} = \frac{d\Delta w}{b} \left\{ (x_2' - x_2)(y_2 - y_1) + (y_2' - y_2)(x_2' - x_2) \right\} = \\ &= \frac{d\Delta w}{b} (x_2' - x_2)(y_2' - y_1) \quad \dots (10) \end{aligned}$$

Grafičko određivanje tog izraza prikazano je za točke 3' i 4' na sl. 1a (konstrukcija 1a). Najprije se oba izraza u zagradama formule (10) grafički multipliciraju, a tada još produkt sa $d\Delta_W : b$. Za određivanje predznaka može poslužiti jedno memtehničko pravilo. Ako pretposta-

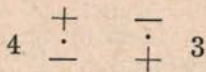


Sl. 1a

vimo $d\Delta_W > 0$, to odsječci y — paralela povučeni kroz pritočke određuju predznak po slijedećoj shemi (sl. 1a')



sl. 1a'



Ako za konstrukciju 1a koristimo isto mjerilo kao i za konstrukciju 1, to ćemo interpolacione pogreške pritočaka dobiti u mjerilu visinskih pogrešaka. Obzirom na malene iznose interpolacionih pogrešaka možemo si dozvoliti krupnije mjerilo, time da nanesimo mnogokratnik od $d\Delta_W$.

Veličine ddf tretiraju se kao dodatne visinske pogreške, a daljnji tok konstrukcije nakon određivanja ddf odgovara konstrukciji 2 tako da je on na sl. 1a mogao biti ispušten.

Dobivene korekzione veličine $d\Phi$, $d\Omega_{N1}$, $d\Omega_{N2}$ dodaju se vrijednostima dobivenim iz prethodne konstrukcije 1. Kutne popravke koje treba nanijeti iznose :

$$\begin{aligned} v_{\Phi}' &= v_{\Phi}'' = -\Phi - d\Phi \\ v_W' &= -\Omega_{N2} - d\Omega_{N2} \\ v_W'' &= -\Omega_{N1} - d\Omega_{N1} \end{aligned} \quad \dots (11)$$

Primjena korekzione konstrukcije 1a izgleda svrsishodna samo ako konstrukcija 1 pri vrlo nejednakim ordinatnim vrijednostima za gornji ili donji par orijentacionih točaka daje razmjerno veliku pogrešku $d\Delta_W$.

Sada se postavlja pitanje kako treba u nepovoljnim slučajevima odabrati apscise pritočaka $x_1' = x_4'$, odnosno $x_2' = x_3'$, da bi se utjecaji interpolacionih pogrešaka (10) međusobno kompenzirali. U tom se pogledu zahtjevi obzirom na $d\Delta_W$ i Φ razlikuju. Da bismo sa konstrukcijom 2 odmah dobili strogu vrijednost $d\Delta_W$ treba

$$ddf_1' = ddf_4' \quad i \quad ddf_2' = ddf_3' \quad \dots (12)$$

dočim uvjet za strogu vrijednost Φ glasi:

$$ddf_1' + (ddf_4' - ddf_1') \frac{y_1'}{y_1' - y_4'} = ddf_2' + (ddf_3' - ddf_2') \frac{y_2'}{y_2' - y_3'} \quad \dots (12a)$$

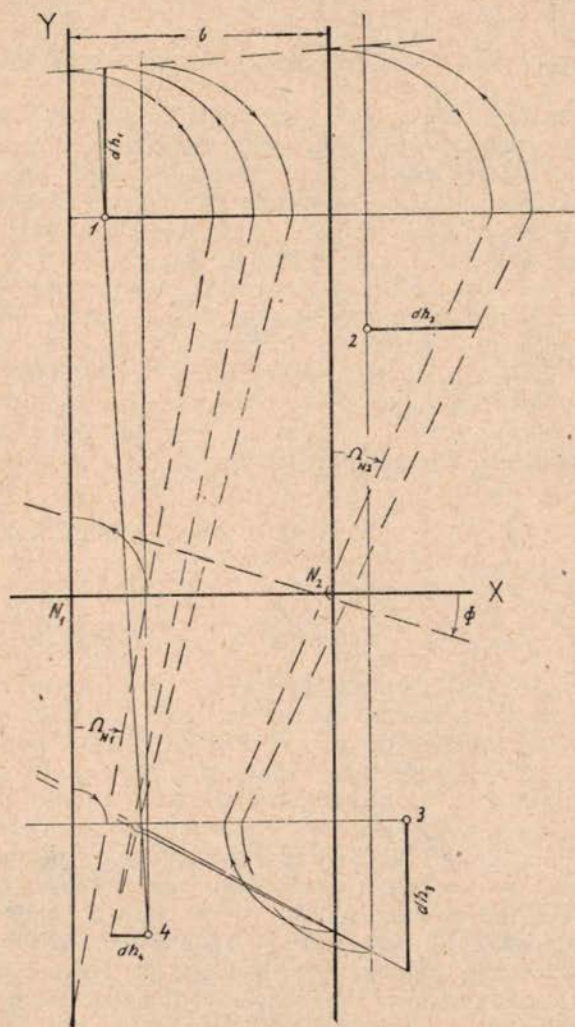
Rješenje ovih uvjeta zamršuje zadatak, a da pri tom ne daje općenito upotrebive vrijednosti. Dok $d\Delta_W$ — pogreška ostaje malena, možemo postupak pojednostaviti time da po Poivilliersu odabiremo nadirne poprečne presjeke.

3. Stvaranje preduvjeta za strogo rješenje

Premještanje orijentacionih točaka prije određivanja pogrešaka orijentacije čini se svrsishodnim ako uslijed terenskih i snimajućih okolnosti očekujemo veću pogrešku $d\Delta_W$, a razmještaj orijentacionih točaka je nepravilan. U tom slučaju preporuča se sledeća konstrukcija 3 (sl.3):

Na najpogodnijoj spojnici orijentacionih točaka, na pr. 1—4 ($x \approx \text{const}$) interpoliramo visinsku pogrešku koja odgovara ordinatnoj vrijednosti od 3. Ta interpolacija omogućuje konstrukciju diagrama visinskih pogrešaka u profilu $y \equiv y_3$. Spomenuta interpolirana vrijednost bit će pri postojećoj pogrešci razlike poprečnih nagiba još uvijek pogrešna, ta će se pogreška međutim uslijed manje poluge prenijeti reducirana na točku

$x = x_2$ u profilu $y \equiv y_3$. Da'jnja redukcija uslijedit će iz istog razloga pri interpolaciji vrijednosti za $y = y_1$ u novom diagramu profila $x \equiv x_2$, pri čem dotična interpolaciona vrijednost omogućuje konstrukciju daljnjeg diagrama visinskih pogrešaka u profilu $y \equiv y_1$. Slijedeći diagram u pro-



Sl. 3

filu $x \equiv x_4$ omogućuje provjeravanje ispravnosti prvog diagrama pogrešaka u profilu $y \equiv y_3$. Opisani kružni postupak nastavlja se prema potrebi, dok se novi diagrami ne poklope sa starim. To se, zbog stalno djelujućeg zakona poluge, događa vrlo brzo, u našem primjeru već kod

prvog ponovljenog diagrama u profilu $y \equiv y_3$. Tek sada pristupa se s definitivnim pogreškama premještenih točaka konstrukciji 1 ili 2, već prema tome da li su apscisne diferencije $x_2 - x_1$ manje ili veće od baze. Ovako pripremljena konstrukcija daje odmah stroge rezultate unatoč većoj pogrešci diferencije poprečnih nagiba i nepravilnoj razdiobi orijentacionih točaka.

III. ZANEMARENA POGREŠKA KONVERGENCIJE

Parabolična deformacija izazvana pogreškom konvergencije ne može biti obuhvaćena postupcima opisanim u poglavlju II. Praktički zadovoljavamo se činjenicom da se ta deformacija djelomično kompenzira uzdužnim nagibom modela. Kod većih zahtjeva točnosti, nedovoljnog broja orijentacionih točaka, te naročito ako se istovremeno radi o brdovitom zemljištu, nastoji se pogrešku konvergencije što bolje ukloniti prigodom relativne orijentacije, a deformaciju kompenzirati. Numerički određena korekcija uzdužnog nagiba nanosi se obzirom na teoriju pogrešaka najpovoljnije uklanjanjem odgovarajućeg x — odstupanja (Poivilliers [2]) ili h — odstupanja (Schröder [3]). Pomak slike točke uslijedi u tom slučaju okomito na y -os. Neposredno nanašanje korekcije uzdužnog nagiba prema dotičnoj skali možemo si bez gubitka točnosti dozvoliti samo kod najkvalitetnijih instrumenata.

IV. ODREĐIVANJE PARABOLIČNE DEFORMACIJE

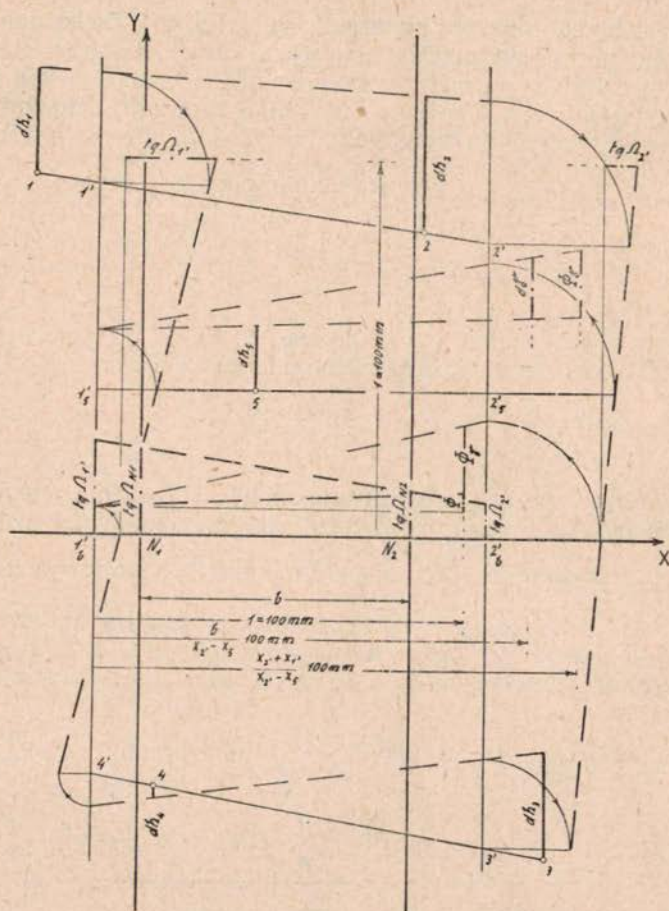
1. *Orijentacione točke leže približno u istoj razini*

A) Približno pravilan rasporedaj orijentacionih točaka

Sa konstrukcijama 1 odnosno 1a, 2, 3 uklanjaju se visinske pogreške u dotičnim 4 točkama, što međutim ne isključuje pojavu visinskih pogrešaka u ostalim djelovima modela uslijed pogreške diferencije uzdužnog nagiba projektora, dakle pogreške konvergencije. Da i ovaj element uključimo u određivanje pogreške oblika i horizontacije modela trebamo prema (2) još daljnju petu visinsku orijentacionu točku.

Uzmimo ponajprije i kod određivanja parabolične deformacije elementaran slučaj sa nužno potrebnim brojem približno pravilno porazdjeljenih orijentacionih točaka. Ako stoje 4 visinske orijentacione točke na raspolaganju, od kojih su po dvije raspoređene približno u dva nardirna poprečna profila simetrično obzirom na ortogonalnu projekciju baze, tada će ta deformacija doći najviše do izražaja u progibu simetrane projekcije baze, a osim toga na poprečnim rubovima stereopolja koji se međutim za kartiranje općenito nikada ne iskoriste do ruba. Stoga je visinska orijentaciona točka 5 (sl. 4) poželjna u sredini uzdužnog pojasa. Svršishodno u blizini ortogonalne projekcije baze koje je područje oslobođeno hiperbolične deformacije. Žrtvujući određivanje $d\Delta v$ teoretski je moguće odrediti $d\gamma$ i onda ako se u sredini nalazi orijentaciona točka a u jednom uglu fali.

Parabolična deformacija dolazi do izražaja u zakrivljenosti deformirane plohe u profilu $y \equiv const$. Ovu paraboličnu deformaciju možemo ustanoviti u istom profilu iz diferencija uzdužnog nagiba koji pripadaju različitim parovima profilnih točaka. Kako je pri korištenju neke točke koja se nalazi u sredini projekcije baze apscisna diferencija ca. dva puta manja, to su u svrhu povećanja točnosti poželjne dvije ili više



Sl. 4

visinskih orijentacionih točaka koje se nalaze u blizini. Kod određivanja orijentacionih točaka ne postoje nikakove geodetske poteškoće da se od jedne visinski određene točke barem još jedna markantna točka u blizini odredi po visini. Isto tako preporuča se u nepovoljnim slučajevima uzimanje u obzir nepravilnosti raspoređaja orijentacionih točaka.

Za određivanje parabolične deformacije potrebne su u profilu $y \equiv \text{const}$ 3 visinske orijentacione točke. Visinske orijentacione točke 1 i 4 odnosno 2 i 3 dovedu se ponajprije linearnom interpolacijom na istu apscisu u pritočke 1' i 4' odn. 2' i 3', pri čem se odabire

$$x_{1'} = \frac{1}{2} (x_1 + x_4) \text{ i } x_{2'} = \frac{1}{2} (x_2 + x_3).$$

Dalje se svrsishodno provodi konstrukcija 2 (sl. 4). Treba naime povoljnijim izborom poprečnih profila nastojati da se postignu manje interpolacione pogreške. To je od vrlo velike važnosti, ako se želi odrediti ne samo uzdužni nagib već — prema zadatku — i odjeliti uzdužni nagib od pogreške konvergencije. Sa konstrukcijom 2 dobivaju se (približne) vrijednosti za Ω_{N1} , i Ω_{N2} , $d\Delta w$ i uzdužni nagib $\Phi_{1'5}^{2'5}$ pravca 1'5 — 2'5 odn.

$$\Phi_{1'b}^{2'b} \text{ pravca } 1'b - 2'b.$$

Linearnom interpolacijom dobivene točke 1'5 i 2'5 možemo kombinirati sa točkom 5. Spomenutom kombinacijom dobivamo u profilu $y \equiv y_5$ dva uzdužna nagiba $\Phi_{1'5}^{2'5}$ i $\Phi_{1'5}^5$ (odn. $\Phi_{2'5}^5$).

Rezultirajući nagib deformirane plohe u profilu $y \equiv \text{const}$ sadrži općenito sljedeće komponente: uzdužni nagib modela Φ , uzdužni nagib hiperbolične deformacije $\Phi_{\Delta w} = \frac{y}{b} d\Delta w$ i nagib sekante parabolične deformacije Φ_{γ} . Diferencija dvaju uzdužnih nagiba u istom profilu $y \equiv \text{const}$. oslobođena je prvih dviju komponenata, a iz toga da se odrediti pogreška konvergencije kao uzrok parabolične deformacije:

$$dh_{2'5} - dh_{1'5} = (x_{2'} - x_{1'}) (\Phi + \frac{y}{b} d\Delta w) + (x_{2'}^2 - x_{1'}^2) \frac{d\gamma}{b} \quad \dots (13)$$

$$dh_5 - dh_{1'5} = (x_5 - x_{1'}) (\Phi + \frac{y}{b} d\Delta w) + (x_5^2 - x_{1'}^2) \frac{d\gamma}{b}$$

$$\Phi_{1'5}^{2'5} - \Phi_{1'5}^5 = \frac{dh_{2'5} - dh_{1'5}}{x_{2'} - x_{1'}} - \frac{dh_5 - dh_{1'5}}{x_5 - x_{1'}} = \frac{d\gamma}{b} (x_{2'5} - x_5) \quad \dots (14)$$

iz čega slijedi:

$$d\gamma = \frac{b}{x_{2'} - x_5} \left(\Phi_{1'5}^{2'5} - \Phi_{1'5}^5 \right) \quad \dots (15)$$

U idealnom slučaju za $x_2' = b$, $x_5 = \frac{b}{2}$, $x_1' = 0$ imamo

$$d\gamma = 2 \left(\Phi_{1',5}^{2',5} - \Phi_{1',5}^5 \right).$$

Kod uzdužnog nagiba $\Phi_{1',b}^{2',b}$ u profilu $y \equiv 0$ otpada na utjecaj pogreške konvergencije udio:

$$\Phi_\gamma = (x_2' + x_1') \frac{d\gamma}{b} = \Phi_{\gamma 1',5}^{2',5} \dots (16)$$

Preostali nagib jednak je uzdužnom nagibu modela Ω . Pogreška konvergencije dađe se lako grafički odrediti (sl. 4) kao y -odrezak između nagiba $\Phi_{1',5}^{2',5}$ i $\Phi_{1',5}^5$ na apscisnoj udaljenosti $b : (x_2' - x_5)$ od vrijednosti $x_{1',5}$ kao vrha kuta, dočim odgovarajući odrezak na apscisnoj udaljenosti $(x_2' + x_1') : (x_2' - x_5)$ predstavlja utjecajni iznos (16). Potonji se iznos (grafički) odbije od nagiba $\Phi_{1',b}^{2',b}$, i time dobije uzdužni nagib modela Φ . Prekrivanje utjecaja Φ i $d\gamma$ kao i malene apscisne diferencije $x_5 - x_1'$ odnosno $x_2' - x_5$ koje stoje na raspolaganju stavljaju velike zahtjeve na točnost sa kojom moraju biti određene visinske pogreške od $1_5'$ i $2_5'$, da bi se kod ravničastog zemljišta postiglo dobro odvajanje Φ od $d\gamma$.

Rezultirajuće pogreške kutnih elemenata iznose:

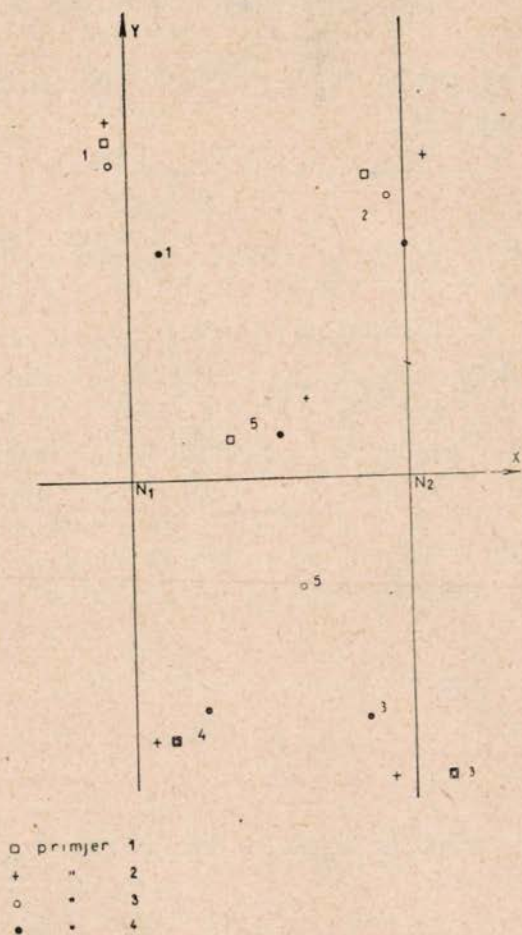
$$\begin{aligned} \text{za projektor 1: } d\varphi' &= \Phi + d\gamma & dv' &= \Omega_{N_1} + d\Delta w = \Omega_{N_2} \\ \text{„ „ 2: } d\varphi'' &= \Phi & dv'' &= \Omega_{N_1} \end{aligned} \dots (17)$$

One se sa promijenjenim predznakom dodaju kao kutne popravke projektorima:

$$\begin{aligned} \text{za projektor 1: } v_{\varphi'} &= -\Phi - d\gamma & v_{w'} &= -\Omega_{N_2} = -\Omega_{N_1} - d\Delta w \\ \text{„ „ 2: } v_{\varphi''} &= -\Phi & v_{w''} &= -\Omega_{N_1} \end{aligned} \dots (17)$$

Popravke $v_{b_2''} \approx b \Phi$ kao i v_{φ} nisu još definitivne (vidi poglavlje V). Mora se naime primjetiti da pogreška konvergencije $d\gamma$, koja se prema (2) svojevoljno pripisuje lijevom projektoru, može potjecati i od desnog projektora, te u tom slučaju uzdužni nagib biva ponajprije za $2d\gamma = 2d\varphi''$ krivo određen. Nazovimo tu ponajprije određenu vrijednost „analitička vrijednost“, koju kasnije na temelju rezultirajućih transvezalnih para-

laksa treba provjeriti odnosno popraviti, i time doći do „paralaktičke vrijednosti“.



Sl. 5

Na primjeru 1* sa rešetkastim pločama (sl. 5) sa istim orijentacionim elementima kao i kod kasnije navedenog primjera (v. str. 18) dobiveni su sljedeći rezultati:

* Sva mjerenja izvršena su od autora na Autografu A7 Wild na Tehničkom fakultetu u Zagrebu.

Tabela 1

sve u $^{\circ}$ odn. mm

Orijentacioni element	Konstrukcija 4	Stroga vrijednost	Prava vrijednost
$\Omega_{N1} = d\omega^*$	+ 10,81	+ 10,38	+ 10,00
$\Omega_{N2} = d\omega'$	- 2,48	- 1,73	0,00
$d\Delta\omega = \Omega_{N2} - \Omega_{N1}$	- 13,29	- 12,11	- 10,00
$d\varphi'^* = \Phi^*$	- 8,20*	- 6,39*	- 15,00*
$d\varphi''^{**}$	- 1,1**		- 5,00**
$d\varphi'$	- 5,78* + 1,3**	- 3,37*	- 5,00* + 5,00**
$d\gamma$	+ 2,42	+ 2,66	+ 10,00
b_z	- 0,17* + 0,09**		- 0,31* + 0,10**
b_x	130,00	130,00	130,00

* analitičke vrijednosti

** paralaktičke vrijednosti

Iz tabele 1 proizlazi da unatoč prekrivanja elemenata Φ i $d\gamma$ ukupni uzdužni nagib u projekciji baze biva vrlo točno određen:

$$\Phi_{1'b}^{2'} = \Phi + \frac{x_2' + x_1'}{b} d\gamma \quad \dots (18) \quad (x_2' + x_1' = 125,9 \text{ mm i } \Phi_{1'b}^{2'} = -5^{\circ},86$$

u dotičnom primjeru).

U slijedećoj tabeli 2 navedene su početne i rezultirajuće pogreške

Tabela 2

sve u mm

točka	1	2	3	4	5
početna pogreška	+ 0,29	- 0,07	0,00	- 0,18	- 0,02
rezultirajuća pogreška	+ 0,02	+ 0,01	- 0,01	+ 0,02	- 0,02

Postavlja se ponajprije pitanje da li se metoda koja omogućuje samo tako loše odvajanje Φ od $d\gamma$ može preporučiti. To međutim ne predstavlja slabu stranu konstrukcije, već osjetljivost problema kao takvog, što potvrđuju i stroge vrijednosti. Konstrukcija 4 rješava samo zadaću koja se na nju stavlja. Ona mijenjanjem orijentacionih elemenata prisiljava modelnu površinu da prolazi kroz sve raspoložive orijentacione

točke, ako to smatramo kao najvažniji zahtjev. Kako pokazuje tabela 2 konstrukcija 4 čini to u našem primjeru vrlo dobro.

Treba primjetiti da se u tom primjeru bazisni odnos odnosio na normalnokutnu kameru, dočim bi kod ravničastog zemljišta bilo uputnije primijeniti širokokutnu kameru. Širokokutna kamera daje u tom pogledu znatno povoljnije rezultate, što dolazi do izražaja u primjeru 2 (bazisni odnos cca 1:1,7) prikazanom u tabeli 3:

T a b e l a 3 (primjer 2)

sve u c odn. u mm

Orijentacioni element	konstr. 4	konstr. 4a	k-vrij.	strobe vrijedn.	prave vrijed.
Ω_{N1}	+ 11,16	- 0,92	+ 10,24	+ 10,35	+ 10,00
Ω_{N2}	+ 0,81	- 0,85	- 0,04	+ 0,06	0,00
$d\Delta w$	- 10,35	+ 0,07	- 10,20	- 10,29	- 10,00
$d\varphi''^* = \Phi^*$	- 16,08*	+ 0,89	- 15,19	- 15,07*	- 15,00*
$d\varphi''^{**}$	- 5,5**				- 5,00**
$d\varphi' = d\gamma + d\varphi''$	- 4,38* + 6,2**			- 4,39*	- 5,00* + 5,00**
$d\gamma$	+ 11,70	- 1,06	+ 10,64	+ 10,68	+ 10,00
b_z	- 0,568* + 0,202**		- 0,536*		- 0,531* + 0,178**
b_x	225,00	225,00	225,00	225,00	225,00

* analitičke vrijednosti

** paralaktičke vrednosti

Manja pogrška konvergencije prouzročila bi i manje interpolacione pogreške, što bi trebalo omogućiti bolje odvajanje Φ od $d\gamma$.

B) Nepravilan rasporedaj orijentacionih točaka

Kada bi visinske orijentacione točke 1 i 4 odnosno 2 i 3 imale istu apscisu predstavljale bi dobivene vrijednosti Ω_1 i Ω_2 , stroge vrijednosti za odgovarajuće poprečne nagibe. Isto tako stroge bile bi i visinske korekture interpoliranih točaka $1'_5$ i $2'_5$ odnosno $1'_b$ i $2'_b$. Kod postojećih odstupanja od spomenutih pretpostavki dobivene će vrijednosti više ili manje odstupati od strogih vrijednosti. Interpolacione pogreške od točaka 1', 2', 3' i 4' uvjetovane su pogreškama $d\Delta w$ i $d\gamma$. Dok je utjecaj od $d\Delta w$ obrađen u poglavlju II 2 preostaje još analizirati utjecaj od $d\gamma$.

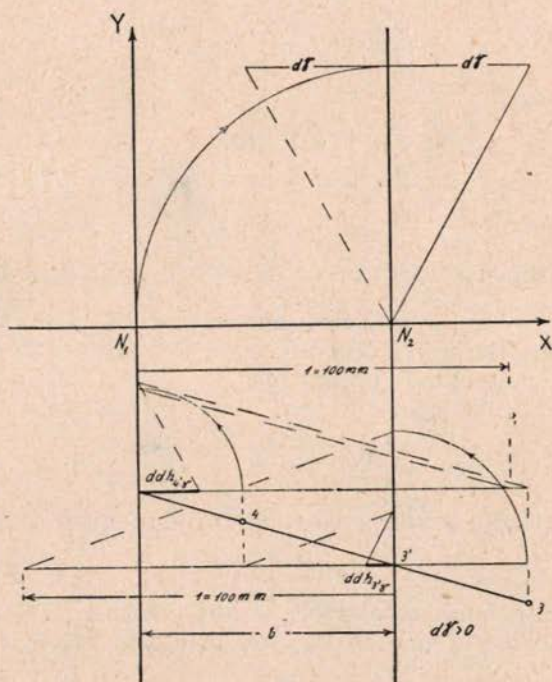
Porast visinske pogreške od na pr. orijentacione točke 2 do pritočke 2' pretpostavljen je kod linearne interpolacije pod usponom od

$(x_2 + x_1) \frac{d\gamma}{b}$ dok nagib sekante 2—2' iznosi $(x_2' + x_2) \frac{d\gamma}{b}$. Vrijednostima interpoliranim između 1 i 2 treba uslijed $d\gamma$ još dodati pogrešku interpolacije $dd2'_{\gamma}$:

$$\begin{aligned} ddh_{2'_{\gamma}} &= \frac{d\gamma}{b} [(x_2' - x_2)(x_2' + x_2) - (x_2' - x_2)(x_2 + x_1)] = \\ &= (x_2' - x_2)(x_2' - x_1) \frac{d\gamma}{b} \quad \dots (19') \end{aligned}$$

Ukupna interpolaciona pogreška iznosi (vidi (10)):

$$\begin{aligned} ddh_{2'} &= ddh_{2'_{\Delta w}} + ddh_{2'_{\gamma}} = (x_2' - x_2)(y_2' - y_1) \frac{d\Delta w}{b} + \\ &+ (x_2' - x_2)(x_2' - x_1) \frac{d\gamma}{b} \quad \dots (19'') \end{aligned}$$



Sl. 4a

Grafičko određivanje od (19') prikazano je na sl. 4a. Ako mi, kao na sl. 4a, pozitivnu apscisnu diferenciju zaokrenemo prema dolje, to će

za $d\gamma > 0$ vrijediti isto pravilo za predznak prikazano na sl. 1a' (jednostavnosti radi pretpostavljeno je na sl. 4a, kao i prije na sl. 1a, $x_{1'} = x_{4'} = 0$ i $x_{2'} = x_{3'} = b$). Daljnji tok te konstrukcije 4a nakon određenih vrijednosti $ddh_{1'}$, $ddh_{2'}$, $ddh_{3'}$, $ddh_{4'}$ jednak je konstrukciji 4, i može biti ispušten. Veličine dh treba zamjeniti sa ddh , pri čem se stavlja $ddh_5 = 0$, jer je orijentaciona točka 5 bila u prethodnoj konstrukciji 4 korištena nepomaknuta.

Da bi se osjetljivo odvajanje utjecaja od $d\gamma$ i Φ na ukupni uzdužni nagib u projekciji baze izvršilo što točnije, treba u konstrukciji 4a nanijeti pogreške $d\Delta n$ i $d\gamma$ u povećanom mjerilu.

Izraz (19), kao i prije izraz (10), je dovoljno jednostavan i za numeričko određivanje.

Iz formule (19) je vidljivo da je ddh_{γ} znatno veći nego ddh_{3w} . Kod izbora povoljnih apscisa za poprečne profile možemo se stoga obazreti samo na utjecaj od $d\gamma$. To zahtijeva da se od apscisa 1 i 4 odnosno 2 i 3 uzme aritmetička sredina. Kod približno jednakih vrijednosti ordinata parova točaka ova se sredina dobiva grafički spajanjem. Korigirani orijentacioni elementi iznosit će:

$$\begin{aligned}\Omega_{N1k} &= \Omega_{N1} + d\Omega_{N1} \\ \Omega_{N2k} &= \Omega_{N2} + d\Omega_{N2} \\ \Phi_k &= \Phi + d\Phi \\ d\gamma_k &= d\gamma + dd\gamma\end{aligned} \quad \dots (20)$$

2. Orijetacione točke leže u bitno različitim razinama

Postupak se dalje komplicira, ako velike visinske razlike orijentacionih točaka zahtijevaju još dodatnu promjenu visinskih korekcija. Ove promjene iznose za točku P prema (4):

$$dh_{Pz} = \left(-\frac{2z_0}{b} \Delta z - \frac{\Delta z^2}{b} \right) d\gamma \quad \dots (21)$$

pri čem z_0 predstavlja srednju vertikalnu udaljenost orijentacionih točaka od baze, a

$$\Delta z = z - z_0 \quad \dots (22)$$

odstupanje orijentacionih točaka od srednje razine.

Za ne prevelike Δz imamo za dh_{Pz} približnu vrijednost:

$$dh_{Pz} = -\frac{2z_0}{b} \Delta z \cdot d\gamma \quad \dots (21a)$$

Koeficijent $2z_0 : b$ iznosi kod normalnokutnih snimaka ca. 6 a kop širokokutnih snimaka ca. 3, 3. U visokogorju morat ćemo pretpostaviti

u tom pogledu nepovoljnije normanokutne snimke (izbjegavanje mrtvih uglova).

Izraz za dh_{Pz} kazuje kako jako može pogreška konvergencije da iskrivi relativne visine kod postojećih visinskih razlika orijentacionih točaka, i kako time velike visinske razlike orijentacionih točaka zbog prekrivanja utjecaja pogrešaka ponajprije otežavaju odvajanje potrebnih elemenata.

Da bi se slučaj 2, kod kojeg orijentacione točke leže u različitim razinama, formalno sveo na slučaj 1, kod kojeg one leže u istoj razini, potrebne su nam visinske pogreške općenito fiktivnih orijentacionih točaka koje se položajno poklapaju sa stvarnim orijentacionim točkama, visinski međutim leže u srednjoj razini orijentacionih točaka z_0 . Ta pogreška dh_{P_0} za točku P_0 sastoji se iz dobivene pogreške na modelu dh_{Pm} i redukcionog iznosa dh_{Pz} , koji kompenzira utjecaj visinskog odstupanja Δz orijentacione točke od srednje razine na samu visinsku pogrešku:

$$dh_{P_0} = dh_{Pm} + dh_{Pz} \quad \dots (23)$$

Vrijednosti koje bi trebali dobiti konstrukcijom 4 iz fiktivnog stanja jedne zajedničke razine suponirano kao rezultat zajedničkog djelovanja mjerenog stanja na modelu i analitički konstruiranog stanja sa dh_{Pz} kao visinskim pogreškama.

Dok se dh_{Pm} dobivaju jednostavnom redukcijom visinskih mjerenja izvršenih na modelu (adiciona konstanta ne igra ni kod jedne spomenute konstrukcije nikakovu ulogu ni u pogledu horizontacije ni u pogledu deformacije), moramo za dh_{Pz} najprije odrediti vrijednost $d\gamma$. U tu svrhu stavimo:

$$dh_{Pz} = g \cdot d\gamma \quad \dots (24), \text{ pri čem je}$$

$$g = -\frac{2z_0}{b} \Delta z - \frac{\Delta z^2}{b} \quad \dots (25)$$

Veličina g je ovisna samo o zemljištu (Δz) i o dovoljno točno poznatim podacima snimanja (b i z_0), te predstavlja utjecajni koeficijent visinskog odstupanja na visinsku pogrešku. Shvatimo ove veličine kao visinske pogreške za vrijednost pogreške konvergencije $d\gamma = 1$.

Pretpostavimo ponajprije pravilan rasporedaj orijentacionih točaka, primjenimo sada na oba pripadna slučaja konstrukciju 4 i odredimo vrijednosti:

$$\Omega_{N1m}, \Omega_{N2m}, \Phi_m \text{ i } d\gamma_m \text{ odn. } \Omega_{N1g}, \Omega_{N2g}, \Phi_g \text{ i } d\gamma_g$$

Kako visinska odstupanja Δz orijentacionih točaka iskrivljuju visinske pogreške dh_{Pm} , to će i određeni orijentacioni elementi biti iskrivljeni. Ako međutim konstrukciju izvršimo za oba pripadna slučaja na potpuno isti način, to će orijentacioni elementi pokazivati iskrivljenje

koje ima isti karakter samo sa protivnim predznakom, tako da kod pravilnog raspoređaja orijentacionih točaka suma proizlazi bespogrešna:

$$\begin{aligned}\Omega_{N1} &= \Omega_{N1m} + \Omega_{N1g} \cdot d\gamma \\ \Omega_{N2} &= \Omega_{N2m} + \Omega_{N2g} d\gamma \\ \Phi &= \Phi_m + \Phi_g d\gamma \\ d\gamma &= d\gamma_m + d\gamma_g d\gamma\end{aligned} \quad \dots (26)$$

Zadnja jednadžba (26) sadrži ujedno i rešenje za traženu nepoznanicu:

$$d\gamma = \frac{1}{1 - d\gamma_g} d\gamma_m \quad \dots (27)$$

Za prelaz od vrijednosti $d\gamma_m$ dobivene konstrukcijom iz mjerenja modela na ispravnu vrijednost $d\gamma$ služi konstanta $1:(1 - d\gamma_g)$.

Vrijednost te konstante

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - d\gamma_g} &= \infty \dots (28) \text{ odnosno} \\ +1 = d\gamma_g &= \frac{\Phi_{g'5} - \Phi_{g5}}{x_{2'} - x_5} b = \frac{b}{x_{2'} - x_5} \left(\frac{g_{2'5} - g_{1'5}}{x_{2'} - x_{1'}} - \frac{g_5 - g_{1'5}}{x_5 - x_{1'5}} \right) \dots (29)\end{aligned}$$

predstavlja za tu konstrukciju kriterij za opasna mjesta, pri čem se pod $g_{1'5}$ i $g_{2'5}$ ne razumijevaju vrijednosti za tamo postojeće terenske točke, koje vrijednosti općenito nisu uopće poznate, već vrijednosti za fiktivne točke interpolirane između 1 i 4 te 2 i 3.

Kako je $d\gamma$ konstantna veličina to će prema formuli (27) i veličina $d\gamma_m$ za taj slučaj biti jednaka 0, pa $(m + g)$ — konstrukcija daje u tim slučajevima neodređenu vrijednost za $d\gamma$.

Ako je naprotiv izraz $d\gamma_g = 0$, to će veličina $d\gamma$ biti određena samom m — konstrukcijom, što međutim općenito nije slučaj za ostale elemente.

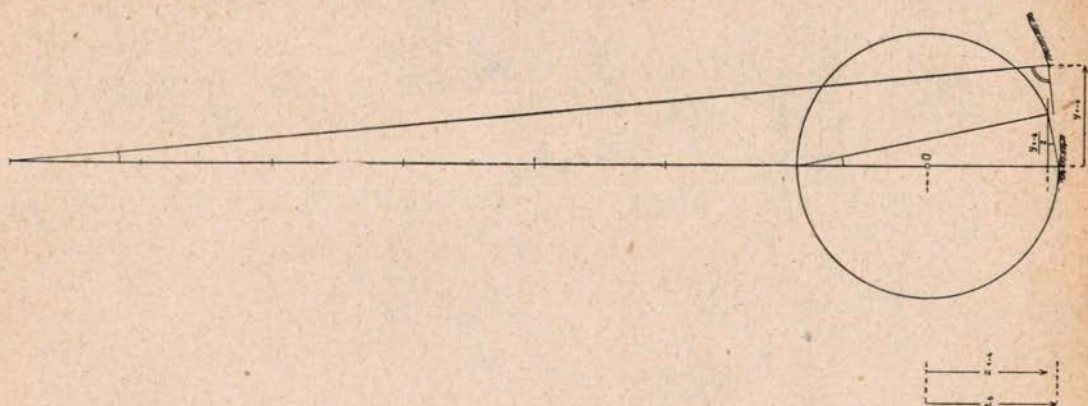
Da bi se dobio bar približan prosječan izraz koji bi konkretnije karakterizirao taku vrst terena i orijentacije pretpostavimo jedan pravilan razmještaj orijentacionih točaka t. j.

$$y_1 = -y_4 \quad y_2 = -y_3 \quad y_5 = 0 \quad x_2 = x_3 = x_1 + b = x_4 + b \quad x_5 = x_1 + \frac{b}{2}$$

Za te vrijednosti formula će (29) poprimiti slijedeći oblik:

$$\begin{aligned}\left[\frac{(g_2 + g_3) - (g_1 + g_4)}{2b} - \frac{2g_5 - (g_1 + g_4)}{b} \right] 2 = +1 \text{ odn.} \\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 - 4g_5 = b \text{ a prema (25) dobivamo} \\ z_5^2 - \frac{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2}{4} = \frac{b^2}{4} \approx \left(\frac{y_{1-4}}{2} \right)^2 \quad (29')\end{aligned}$$

Iz izraza (29') slijedi da je određivanje konvergencije — slično kao i



Sl. 6

određivanje razlike poprečnih nagiba — točnije ako se srednja visinska orijentaciona točka 5 nalazi iznad prosječne visine orijentacionih točaka u uglovima.

Ako pretpostavimo česti slučaj da snimanje teče tokom neke doline, pa da su $z_1 \approx z_2 \approx z_3 \approx z_4 < z_5$ to će biti

$$z_5^2 = z_{1-4}^2 + \left(\frac{y_{1-4}}{2}\right)^2 \quad \dots (29'')$$

Stavimo $z_5 = z_0(1 + k)$ i $z_{1-4} = z_0(1 - k)$ pa ćemo dobiti:

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 = z_0^2 \cdot 4k \quad \text{te} \quad k = \frac{\vartheta^2}{16} \quad \text{gde je } \vartheta \text{ bazisni odnos.}$$

Slučaj će nastupiti za vrijednosti odnosa

$$(z_5 - z_{1-4}) : y = 2kz_0 : z_0\vartheta = \frac{2k}{\vartheta} = \frac{\vartheta}{8} \quad \dots (29''')$$

što za širokokutne snimke iznosi cca 1 : 13,6 a za normalnokutne snimke u brdovitom terenu cca 1 : 30.

Taj se uvijet ispunjava ako se orijentacione točke nalaze na plaštu valjka čija je os paralelna sa x i nalazi se na približno četverostrukoj relativnoj visini pravca ljeta iznad doline (sl. 6). Opasno mjesto predstavlja uz navedene okolnosti za g -konstrukciju i slučaj cilindra čija je os paralelna sa y i prolazi sredinom baze.

Formulu (26) za Φ kao i formulu (27) dat ćemo još u jednom drugom obliku:

$$\Phi = \left[\left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_m - \Phi_{\gamma m} \right] + \left[\left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_g - \Phi_{\gamma g} \right] d\gamma \quad \dots (26'\Phi)$$

i

$$d_{\gamma} = \frac{\left[\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_m - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_m \right] \frac{b}{x_2' - x_5}}{1 - \left[\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_g - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_g \right] \frac{b}{x_2' - x_5}} = \frac{\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_m - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_m}{\frac{x_2' - x_5}{b} - \left[\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_g - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_g \right]} \dots (27')$$

Za slučaj $x_5 = x_2'$ poprimit će formule (27') i (26'Φ) poseban jednostavniji izraz:

$$d_{\gamma} = - \frac{\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_m - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_m}{\left(\Phi_{1'5}^{2'5} \right)_g - \left(\Phi_{1'5}^5 \right)_g} = - \frac{\Phi_{\gamma m}}{\Phi_{\gamma g}} \dots (27'')$$

Formula (27'') znači da se d_{γ} za taj slučaj može odrediti kao kvocijent odgovarajućih odrezaka za m — i g — slučaj na istoj a inače proizvoljnoj apscisnoj vrijednosti na pr. $(x_2' + x_1') : (x_2' - x_5)$. Tako dobivamo:

$$\begin{aligned} \Phi &= \left[\left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_m - \Phi_{\gamma m} \right] + \left[\left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_g \cdot d_{\gamma} + \Phi_{\gamma m} \right] = \\ &= \left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_m + \left(\Phi_{1'b}^{2'b} \right)_g \cdot d_{\gamma} \dots (26''\Phi) \end{aligned}$$

Sa formulama (26''Φ) i (27'') postaje konstrukcija 4 u jednostavnijoj formi upotrebiva i za slučaj da se ne teži za pravilnim raspoređajem od 5 orijentacionih točaka već od njih 6, pri čem se idealan položaj orijentacionih točaka podudara sa položajno karakterističnim točkama u kojima se mjeri odnosno provjerava transversalna paralaksa, i koje u toj operaciji običavamo označavati sa 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Povećani broj orijentacionih točaka omogućuje dvostruko određivanje od d_{γ} , koje već prema visinskom i položajnom raspoređaju orijentacionih točaka ima općenito različite težine. d_{γ} postaje neodređen ako g — veličine od triju orijentacionih točaka koje padaju u dotični presjek definiraju pravac.

Za apscisu, u kojoj se u svrhu određivanja d_{γ} mjere odsječci između dvaju dobivenih uzdužnih nagiba u istom profilu $y \equiv \text{const}$, najpraktičnije je odabrati poprečne profile u kojima se nalaze po 3 orijentacione točke. Kod tog izbora potrebni se odresci dobivaju direktno te konstrukcija uzdužnih nagiba može biti izostavljena.

Pogreška konvergencije d_{γ} može biti određena u profilu $x \equiv \text{const}$ samo kod brdovitog zemljišta. Kod takovog zemljišta je međutim pogotovo teško pretpostaviti da ćemo dobiti 3 orijentacione točke točno u istom poprečnom profilu. Da ne bi uzdužni nagib modela Φ , koji je mnogo veći nego preostala pogreška konvergencije d_{γ} , kvario točnost

rezultata potrebno je linearnom interpolacijom po 3 točke koje bi trebale ležati u zajedničkom poprečnom profilu prevesti u isti poprečni presjek, koji se dakako položajno najbolje prilagođuje. Ta se linearna interpolacija vrši za parove točaka svrsishodno opet grafički u (približno) uzdužnom smjeru.

Općenito je međutim potrebno uzeti u obzir nepravilnost raspoređaja orijentacionih točaka. Ova nepravilnost čini vrlo poželjnim potpuno identičan postupak za $m-i$ g -konstrukciju. Unatoč tome preostaju — analogno kao i kod ravnog zemljišta — još pogreške interpolacije. U tu svrhu rezoniramo na slijedeći način: m -orijentacione vrijednosti sastoje se iz pravih vrijednosti, utjecaja zemljišne forme i utjecaja nepravilnosti raspoređaja orijentacionih točaka:

$$\begin{aligned}\Omega_{N1m} &= \Omega_{N1w} - \Omega_{N1g} \cdot d\gamma_w - \Omega_{N1u} \\ \Omega_{N2m} &= \Omega_{N2w} - \Omega_{N2g} \cdot d\gamma_w - \Omega_{N2u} \\ \Phi_m &= \Phi_w - \Phi_g \cdot d\gamma_w - \Phi_u \\ d\gamma_m &= d\gamma_w - d\gamma_g \cdot d\gamma_w - d\gamma_u\end{aligned} \quad \dots (30)$$

Jasno je da će zbog $d\gamma_u$ biti određivanje $d\gamma$ prema (27) teoretski pogrešno, i to za:

$$-dd\gamma = -\frac{d\gamma_u}{1 - d\gamma_g} \quad \dots (31)$$

To znači da i produkte $\Omega_{N1g} \cdot d\gamma$, $\Omega_{N2g} \cdot d\gamma$, $\Phi_g \cdot d\gamma$ u (26) treba korigirati, tako da ukupna korekcija od (26) glasi:

$$\begin{aligned}d\Omega_{N1} &= \Omega_{N1u} + \Omega_{N1g} dd\gamma \\ d\Omega_{N2} &= \Omega_{N2u} + \Omega_{N2g} dd\gamma \\ d\Phi &= \Phi_u + \Phi_g \cdot dd\gamma\end{aligned} \quad \dots (32)$$

dok je $dd\gamma$ već određen sa (31).

Korigirane vrijednosti iznose:

$$\begin{aligned}\Omega_{N1k} &= \Omega_{N1} + d\Omega_{N1} \\ \Omega_{N2k} &= \Omega_{N2} + d\Omega_{N2} \\ \Phi_k &= \Phi + d\Phi \\ d\gamma_k &= d\gamma + dd\gamma\end{aligned} \quad \dots (33)$$

U — vrijednosti možemo odrediti iz konstrukcije 4a, pri čem za $d\Delta w_w$ i $d\gamma_w$ kao uzročnike interpolacionih pogrešaka koristimo njihove aproksimacije $d\Delta w = \Omega_{N2} - \Omega_{N1}$ i $d\gamma$.

Kako veliko može biti iskrivljenje orijentacionih vrijednosti uslijed visinskih odstupanja orijentacionih točaka i u kojoj mjeri mogu ta neslaganja biti korigirana opisanim uzimanjem u obzir zemljišnje forme i raspoređaja orijentacionih točaka, neka bude ilustrirano na dva primjera:

Na jednom rešetkastom horizontalnom modelu pri postavu

$$\begin{array}{llll}
 b_x = 130,00 \text{ mm} & w' = 0 & w'' = 0 & f = 210 \text{ mm} \\
 b_x = 0,00 \text{ ,,} & \varphi' = 0 & \varphi'' = 0 & z_0 = 390 \text{ ,,} \\
 b_z = 0,00 \text{ ,,} & \kappa' = 0 & \kappa'' = 0 &
 \end{array}$$

bilo je odabrano 5 orijentacionih točaka (primer 3) i izmerene njihove visine. Točke 3 i 4 ležale su u z_0 — razini, točke 1 i 2 ležale su za 48,76 mm, dakle za ca. 12,5% relativne visine lijeta, u modelu više a točka 5 za 30,04 mm, t. j. za ca. 7,7% relativne visine lijeta, u modelu niže. Nakon toga hotimično je izazvana pogreška konvergencije, pogreška poprečnog nagiba i uzdužnog nagiba modela nanašanjem promjena od $dw'' = +10^{\circ}$, $d\varphi'' = +10^{\circ}$ i $\Phi = +5^{\circ}$.

Primjer 4 predstavlja jedan slučaj iz prakse, kod kojeg je z za točke 1, 2, 3, 4, 5, iznosio 350,0, 360,0, 310,0, 260,0 i 310,0. Položajni razmještaj orijentacionih točaka vidljiv je za oba slučaja iz slike 5.

Rezultati određivanja tih pogrešaka bili su slijedeći:

T a b e l a 4

vrijednosti u $^{\circ}$ cdn. mm

Orijentacioni element	konstrukcija 4 m + g · d γ =	konstrukcija 4a u + g · dd γ =	k-vrijednost	strove vrijed.	prave vrijed.
primjer 3 Ω_{N1}	+ 1,08 + 10, 42 = + 11,50	-0,30 - 0,11 = -0,41	+ 11,09	+ 10,26	+ 10,00
Ω_{N2}	-11,47 + 10, 22 = - 1,25	+ 0,28 - 0,11 = + 0,17	- 1,08	- 0,22	0,00
$d\Delta w$	- 12,55 - 0,20 = - 12,75	+ 0,58 + 0,00 = + 0,58	- 12,17	- 10,48	- 10,00
$d\varphi''^* = \Phi^*$	+ 79,00 - 92,70 = - 13,70*	- 1,11 + 0,99 = - 0,12	- 13,82*	- 14,18*	- 15,00*
$d\varphi''^{**}$	- 6,2**				- 5,00**
$d\varphi' = d\gamma + d\varphi''$	- 3,58*	- 0,23	- 3,81*	- 4,11*	- 5,00*
	+ 3,9**				+ 5,00**
$d\gamma$	(-77,16 + 87,23) = + 10,12	- 0,11	+ 10,01	+ 10,07	+ 10,00
1 - $d\gamma_g$	- 7,62	- 7,62			
b_z	- 0,28*				- 0,31*
	+ 0,07**				+ 0,10**
b_x	130,00	130,00	130,00	130,00	130,00
primjer 4 Ω_{N1}	- 59,60 + 27,85 = - 31,75	+ 0,61 - 0,18 = + 0,43	- 31,32	- 31,47	
Ω_{N2}	- 51,60 + 10,02 = - 41,58	+ 0,67 - 0,06 = + 0,61	- 40,97	- 40,95	
$d\Delta w$	+ 8,00 - 17,83 = - 9,83	+ 0,06 + 0,12 = + 0,18	- 9,65	- 9,48	
Φ	+ 20,37 - 46,00 = - 25,63	- 0,41 + 0,28 = - 0,13	- 25,76	- 25,34	
$d\gamma$	(- 68,25 + 58,60) = - 9,64	+ 0,06 = + 0,06	- 9,58	- 9,66	
1 - $d\gamma_g$	+ 7,1				

* analitičke vrijednosti

** paralaktičke vrijednosti

Vrlo dobro slaganje vrijednosti dobivenih konstrukcijama 1,4, $4m + 4g$ sa strogim vrijednostima, kao i djelotvornost konstrukcije 3 ima svoj razlog u tome da se pogreške $d\Delta_W$ i $d\gamma$, koje izazivaju deformaciju modela, već u prethodnoj relativnoj orijentaciji svode na male iznose. Da međutim konstrukcija 4 odn. $4m + 4g$ tako rekuć direktno daje stroge vrijednosti, i da slijedećoj konstrukciji 4a preostaje malo šta da korigira, pa prema tome njeno djelovanje ne dođe do pravog izražaja, ima svoj razlog u praktički približno pravilnom raspoređaju orijentacionih točaka. Drugim riječima: primjena korekturne konstrukcije 4a ograničit će se na rijetke slučajeve, kod kojih se pored vrlo nepravilnog raspoređaja orijentacionih točaka pojavljuje relativno velike pogreške od $d\Delta_W$ i $d\gamma$.

Da bi se smanjila neiskorištenost instrumenta, moglo bi se g -konstrukcij unaprijed prirediti. U tom slučaju bilo bi uputno veličinu g (24) izraziti sa

$$g = \frac{z_0}{b} \left(-2\Delta z - \frac{\Delta z^2}{z_0} \right) = \frac{z_0}{b} g' \quad \dots (34)$$

Veličina z_0 u kvadratnom članu odredi se unaprijed na neki svrsishodan način. U diskusiju o tom načinu ne želim se ovom prilikom upuštati. Položaj orijentacionih točaka — nakon ev. radialnog premještanja od glavne točke zbog visinskog odstupanja — dan je kopijom snimka (na fotopapiru), a kordinatni sistem stereopara na kopiji određen je prenosom glavne točke susjednog snimka. Unaprijed može se izvršiti konstrukcija 4 sa g' — veličinama, a kasnije se dobivene vrijednosti multipliciraju sa kvocientom $z_0 \cdot m_M : b \cdot m_b$, koji rezultira iz relativne orijentacije i određivanja mjerila. Pri tome se međutim mogu uvući stanovite položajne pogreške i koordinatne orijentacione razlike između podloge za m — i g — konstrukciju. Nije međutim istraženo kako daleko kod takovih odstupanja ostaje u m — i g — konstrukciji sačuvana istovjetnost utjecaja zemljišne forme.

Kod ev. ponavljanja postupka, g — konstrukcija zadržava svoju vrijednost.

U pogledu određivanja forme i horizontacije brdovitog zemljišta prema (2) treba imati na umu, da visinska odstupanja orijentacionih točaka doduše formalno kompliciraju određivanje orijentacije, no iz istog razloga omogućuju točnije određivanje elemenata $d\gamma$ a time i elementa Φ . To proizlazi iz konstante $1 : (1 - d\gamma_g)$, koja je u takim slučajevima redovito malena veličina.

Drugim riječima znači to da velika visinska odstupanja orijentacionih točaka, koja kod orijentacije u praksi na mnogim mjestima prouzrokuju velike poteškoće, mogu upravo kao vrlo korisna biti iskorištena za točno određivanje pogreške konvergencije i uzdužnog nagiba modela.

Ove okolnosti zahtijevaju da za restituciju brdovitog zemljišta trebamo za orijentaciju s jedne strane bar 5 orijentacionih točaka a s druge strane da one moraju biti ne samo položajno već i visinski povoljno

porazmještene, o čemu nas informira g — konstrukcija. Općenito su zbog veće točnosti poželjne različite visine orijentacionih točaka.

Kod približno ravnog zemljišta, kod kojeg ne stoje na raspolaganju različite visine orijentacionih točaka, uspijeva poboljšanje visina bar jednako tako dobro, no odvajanje elemenata d_γ i Φ je lošije. Dok ono kod širokokutnih snimaka ostaje još prilično dobro, ono je kod normalnokutnih snimaka mnogo netočnije.

V. POGREŠKA ZAJEDNIČKOG UZDUŽNOG NAGIBA PROJEKTORA

Konstrukcija 4, koja se temelji na formuli (2), ima svrhu da visinske pogreške u raspoloživih 5 orijentacionih točaka izjednači odnosno ukloni. Ona to djelomično čini bez obzira na uvjet da transverzalne paralakse moraju biti uklonjene, što zahtijeva naknadno provjeravanje relativne orijentacije.

Pogrešni poprečni nagibi projektora uslijeduju (u glavnom) oko iste osovine, te se njihovi utjecaji u nadirnim poprečnim profilima oštro odvajaju. Pogrešni uzdužni nagibi vrše se oko dvije (u glavnom) paralelne — dakle razmaknute — osovine. Oni oboje utječu samo na uzdužne profile. Njihova diferencija $d_\gamma = d\varphi' - d\varphi''$ izaziva u prosjeku paraboličnu deformaciju, a njihova zajednička komponenta $d\varphi''$ uvjetuje uzdužni nagib modela, koje djelovanje biva obuhvaćeno elementom Φ . Ova komponenta zahtijeva i njenom djelovanju odgovarajuću b_z — promjenu. Pri tome treba imati na umu da zajednički uzdužni nagib pojedinih projektora $d\varphi''$ utječe dvaputa jače nego li promjena $\frac{1}{2} db_z = b \cdot d\varphi''$

Čitava pogreška relativne orijentacije d_γ pripisuje se prema formuli (2) samovoljno lijevom projektoru, dok se uzdužni nagib desnog projektora obzirom na bazu pretpostavlja kao bespogrešan. To općenito nije slučaj, te konstrukcija 4 doduše horizontira i visinski ispravlja model, prouzrokuje međutim pogrešku zajedničkog uzdužnog nagiba pojedinih projektora $d\varphi''$.

Ta pogreška kao pogreška relativne orijentacije očituje se u pojavi simetričnih transverzalnih paralaksa na uzdužnim rubovima stereop lja. Te paralakse međutim ne smijemo jednostavno ukloniti promjenom dotičnog elementa, jer taj element utječe i na uzdužni nagib modela, koji bi na taj način bio pokvaren. Da bi se to spriječilo treba uklanjanje preostalih transverzalnih paralaksa svrsishodno porazdjeliti na zajednički uzdužni nagib pojedinih projektora i na b_z — komponentu baze.

Zajednički uzdužni nagib pojedinačnih projektora izaziva pogrešan uzdužan nagib modela $2d\varphi''$. To ponajprije zahtijeva pogrešne popravke:

$$v_{\varphi'} = -2d\varphi'' + d\varphi'' = -d\varphi'' \quad v_{\varphi''} = -2d\varphi'' \quad \text{i} \quad v_{b_z} = -2b \cdot d\varphi'' \quad \dots (35)$$

Iz tih pogrešnih popravaka rezultira nova pogreška :

$$(d\varphi') = -d\varphi'' \quad (d\varphi'') = -d\varphi'' \quad \text{i} \quad (db_z) = -2bd\varphi'' \quad \dots (36)$$

što daje slijedeću simetričnu transverzalnu paralaksu :

$$p_{xs} = \frac{y}{h} b d\varphi''$$

Kod stereoinstrumenata sa mogućnosti b_x — postava simetrična se transverzalna paralaksa — ili kod preciznog postupka njezin srednji iznos — u nekoj prikladnoj visinski uviziranoj rubnoj točki poprečnog profila kroz jedan nadir prekorigira pomoću b_x — promjene ($db_x = \frac{h}{y} 2 p_{xs}$) na $-p_{xs}$, a zatim ukloni promjenom zajedničkog nagiba projektora

$$\left(d\varphi'' = \frac{h}{yb} p_{xs} = \frac{1}{2b} db_x \right)$$

Operiranje sa srednjim vrijednostima transverzalnih paralaksa, koje se ponovno izmjere u običajenim po položaju karakterističnim rubnim točkama nadirnih poprečnih profila, je naročito poželjno kod postojeće preostale distorzije. Time se zadržavaju transverzalne paralakse koje zahtijeva preostala distorzija, da bi se postigla vjernija forma modela. S druge strane treba time preostala pogreška u određivanju konvergencije biti simetrično porazdjeljena a pogreška ukupnog uzdužnog nagiba potpuno uklonjena. U našim primjerima 1 do 4 uspjelo je to vrlo precizno, kako se vidi iz tabele 1, 3 i 4. Dok je zajednička promjena uzdužnog nagiba pojedinih projektora kod Stereoplanigrapha konstruktivno predviđena, treba ju kod ostalih instrumenata namjestiti prema očitanjima (u jednom nadirnom poprečnom profilu djeluje na transverzalne paralakse samo protivan φ).

Od stereoinstrumenata bez mogućnosti b_x — postava traženu je korekturu vrlo jednostavno izvršiti na A8, kod kojeg se — zahvaljujući simetričnoj konstrukciji — model pri zajedničkom uzdužnom nagibu pojedinih projektora kao i kod uzdužnog nagiba čitavog projekcionog sistema nagiblje oko istog pravca modela (simetrala projekcione baze). Postojeća — ili na osnovu 17 — očitavanja srednja — p_{xs} — transverzalna paralaksa uklanja se najprije u jednom nadirnom poprečnom presjeku u nekoj rubnoj po visini koincidiranoj točki zajedničkom promjenom uzdužnih nagiba pojedinih projektora, a nato se izazvano visinsko odstupanje ukloni uzdužnim nagibom Φ projekcionog sistema.

VI. UTJECAJ OD d_x

U modelima sa većim visinskim razlikama mogu visinske pogreške orijentacionih točaka osim od pogreške konvergencije biti iskrivljene i od pogrešne razlike zakošenja:

$$dh = \frac{yz}{b} d\Delta_x \dots (37) \quad \text{odnosno} \quad dh_x = \frac{y}{b} \Delta_z \cdot d\Delta_x \dots (37a)$$

Taj je utjecaj međutim beznačajan, a osim toga se razlike zakošenja mnogo točnije određuju nego konvergencija. Na pr. kod normalnokutnih snimaka možemo staviti

$$dh_{xz} \approx 1 \Delta z \frac{d\gamma}{3} \approx \frac{dh_{xy}}{18}$$

Veća pogreška diferencije zakošenja može eventualno biti otkrivena koordinatnom usporedbom mjerila za dužine 1—2 i 3—4:

$$(dl_{1-2} - dl_{3-4}) \approx 2y \cdot d\Delta z \quad \dots (38)$$

LITERATURA:

- (1) Dr. A. Brandenberger: «Fehlertheorie der inneren Orientierung von Steilaufnahmen», Photogrammetrisches Institut der ETH, Zürich 1948.
- (2) Jean Hureault: «Manuel de Photogrammétrie», Institut Géographique National Paris 1947.
- (3) Dr. Franz Schöder: «Die rechnerische Orientierung von Luftbildaufnahmen auf Grund von Messungen am Stereokomparator und ihr Verhältnis zu den optisch-mechanischen Verfahren». Diss. Hannover 1949.

SADRŽAJ. — U članku je analiziran utjecaj pogreške razlike popriečnih nagiba $d\Delta w$ i pogreške konvergencije $d\gamma$ na visinsku deformaciju modela, te su prikazani grafički postupci za uklanjanje te deformacije. Obraden je kako slučaj ravnog i brdovitog terena tako i slučaj pravilnog i nepravilnog razmještaja orijentacionih točaka kod brdovitog terena i nepravilnog razmještaja orijentacionih točaka nagomilavanje utjecaja čini empirički postupak uklanjanja deformacije dugotrajnim, neefikasnim i nedovoljno točnim, pa je prikladnija primjena sistematskog i relativno brzog grafičkog postupka. Čak i konstrukcija za uklanjanje deformacije koja zanemaruje interpolacione pogreške daje u velikoj većini slučajeva praktički stroga rješenja, pa time omogućuje izbjegavanje dugotrajnog numeričkog rješavanja sistema jednadžbi. Pri malim visinskim razlikama i normalno-kutnim snimcima postupak slabije odvajanja utjecaj pogrešaka konvergencije i uzdužnog nagiba, dok je to odvajanje kod širokokutnih snimaka mnogo bolje. Vrlo precizno određivanje konvergencije kako kod širokokutnih tako i kod normalnokutnih snimaka omogućuje postupak kod velikih visinskih razlika orijentacionih točaka, kada je taj utjecaj na visinsku deformaciju i od većeg značaja. Za postupak određivanja konvergencije prikazani su i kritični slučajevi.

RESUME. — On analyse ci-dessus l'influence de l'erreur de différence d'inclinaisons transversales $d\Delta w$ de l'erreur de convergence $d\gamma$ sur la déformation de hauteur de modèle. Pour éliminer la dite de formation des procédés graphiques sont donnés. Ceux-ci sont applicables dans des terrains plats et accidentés, ainsi que dans le cas où les points de contrôle sont placés n'importe de quelle manière. Si le terrain est accidenté et la position des points de contrôle irrégulière, le procédé empirique d'élimination du gauchissement est plus long et moins précis à cause de l'accumulation d'influences. A cause de cela l'application d'un procédé graphique, systématique et relativement rapide, est plus favorable. La même construction, pour élimination de gauchissement, négligeant les erreurs d'interpolation, donne dans la grande majorité des cas pratiquement des résolutions exactes. De la sorte on évite des résolutions numériques durables du système d'équations. Ce procédé sépare faiblement l'influence des erreurs de convergence et d'inclinaison longitudinale dans le cas de petite différences d'hauteurs et des levés normal-angulaires, mais cette séparation est plus favorable dans les levés grand-angulaires. La détermination de convergence bien précise dans les levés grand-angulaires, ainsi que dans celles des levés normal-angulaires, rend possible le dite procédé dans de grandes différences de hauteurs des points de contrôle, quand cette même influence sur la déformation de hauteur est aussi d'un caractère plus important. Le cas critique pour le procédé de détermination de convergence sont aussi présentés.