Ing Ivan Tomkiewicz — Ljubljana

Tahimetrijski vlaki pri trasiranju daljnovodov

Za tahimetrijske vlake se običajno misli, da so to vlaki, ki po svoji točnosti oliko zaostajao za običajnimi poligonskimi vlaki, da niso uporabni skoro za nobeno resno izmero. V tej razpravi želim prikazati pravo vrednost tahimetrijskih vlakov ter njihovo uporabnost v praksi, predvsem pri trasiranju daljnovodov.

Vzemimo anàlaktičan teodolit z Reichenbachovim razdaljemerom. Osnovne enačbe za tahimetrijske elemente pri analaktičnem tahimetru so:

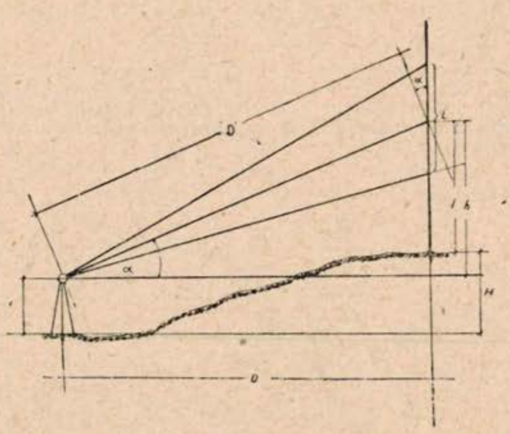
$$D = C.L.\cos^2\alpha \qquad \ldots 1$$

$$h = \frac{1}{2} C.L.\sin 2\alpha \qquad \ldots 2$$

$$H = h + i - 1 \qquad \ldots 5$$

kjer je C = multiplikacijska konstanta

Zanima nas točnost tahimetrijsko določene razdalje in višinske razlike med dvema poligonskim točkama. Poslužili se bomo znanega dognanja, da se srednje napake ponašajo kot diferencijali. Najprej moramo ugotoviti vsaj približni zakon večanja na-



Sl. 1

pake čitanja late z oddaljenostjo od teodolita. Povsem jasno je, da se napaka pri čitanju late „do" veča z oddaljenostjo. Ta napaka je sestavljena predvsem iz vizirne napake in napake, povzročene od ostalih vpljivov. Pri razdaljah od 50 m naprej prevladuje vizirna napaka, pri krajših razdaljah se bolj uveljavlja drugi del napake. Vzemimo, da je točnost čitanja late odvisna predvsem od točnosti viziranja. Točnost viziranja je v bivstvu ostrina vida μ, ki ima vrednvst $1'$ do $3'$, kar je odvisno od prirojene sposobnosti operatorja. Točnost čitanja late v odvisnosti od oddaljenosti od teodolita bi se dala izraziti s sledečim matematičnim izrazom:

$$do = \frac{\mu \cdot D}{M} \qquad \ldots 4$$

kjer je M povečanje daljnogleda.

Kot se vidi, je točnost viziranja ter odčitavanja odvisna od individualne ostrine vida operatorja ter od povečave instrumenta. Pri operatorju z dobrim vidom $\mu = \sim 1 : 2500 = 0{,}0004$ ter pri instrumentu s povečavo $M = 20$ bi veljala sledeča enačba za točnost čitanja late

$$do = 0{,}00002\,D \qquad \ldots 5$$

ali

$$do = 0{,}002.\%\,D \qquad \ldots 6$$

Interval L pa je razlika med odčitkom pri gornji niti ter odčitkom pri spodnji niti

$$L = 0_2 - 0_1 \qquad \ldots 7$$

Po difenciranju dobimo

$$dL = do_2 - do_1 \qquad \ldots 8$$

ker je

$$do_2 = do_1 = do \qquad \ldots 9$$

velja končno enačba

$$dL = do \cdot \sqrt{2} \qquad \ldots 10$$

Enačbo 5 vstavimo v enačbo 10 ter dobimo

$$dL = 00003.D \qquad \ldots 11$$

To je mejna vrednost za dober vid, torej napaka, s katero je treba računati. Vendar se pri vestnem delu da doseči boljše rezultate in je možno prevzeti vreonost

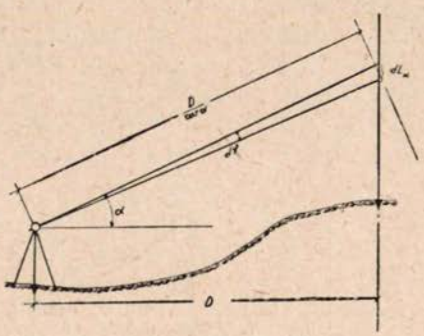
$$dL = 0{,}00002.D = 0002\,\%\,D = dL_0 \qquad \ldots 12$$

Privzamen oznako dL_0 za pogreško pri čitanju intervala na lati pri horizontalni vizuri. Koeficijent 0,00002 lahko imenujemo kotno netočnost odčitanega intervala na lati in ga označimo z $d\varphi$.

Enačbo 12 pišemo lahko tako

$$dL_0 = d\varphi \cdot D \qquad \ldots 13$$

Pri nagnjeni vizuri pa ima netočnost odčitanega intervala na lati dL_α sledeči izraz (glej sk. 2.).



Sl. 2

$$dL_\alpha = d\varphi \cdot \frac{D}{\cos^2\alpha} \qquad \ldots 14$$

Če enačbi 13 in 14 delimo, dobimo

$$dL_\alpha = \frac{dL_0}{\cos^2\alpha} \qquad \ldots 15$$

Enačba 15 kaže odnos med pogreškama odčitanih intervalov pri nagnjeni in horizontalni vizuri.

Sedaj hočemo raziskati, kako vplivata spremenljivki α in L na tahimetrično odrejeno razdaljo. Napišimo totalni diferencijal enačbe 1:

$$dD = C \cdot \cos^2\alpha \cdot dL - C. L. \sin 2\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 16$$

ali pisano drugače

$$dD = dD_L - dD_\alpha \qquad \ldots 17$$

kjer je

$$dD_L = C. \cos^2\alpha \cdot dL \qquad \ldots 18$$

$$dD_\alpha = C. L. \sin 2\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 19$$

dD_L je netočnost v razdalji povzročena radi netočnosti odčitanega intervala L in dD_α netočnost v razdalji vsled netočno določenega višinskega kota α.

Poglejmo si dobro izraz 18, za katerega smo pravkar rekli, da podaja napako, ki lahko nastane vsled netočnega čitanja intervala na lati L. Vidimo, da zavisi direktno od dL in sicer linearno. Z večanjem kota α se pa napaka dD naglo manjša. Izgleda, da je ta napaka največja pri horizontalni vizuri, ko ima iznos:

$$dD_{L,\alpha=0} = C \cdot dL_0 \qquad \ldots 20$$

Indeks «0» pomeni, da je $\alpha = 0$, dL_0 pa je netočnost čitanja intervala na lati pri istem pogoju.

Poglejmo razmere pri kotu α:

$$dD_{L\alpha} = C \cdot \cos^2\alpha \cdot dL_\alpha \qquad \ldots 21$$

dL_α nadomestimo iz enačbe 15 ter dobimo

$$dD_{L,\alpha} = C \cdot \cos^2\alpha \cdot \frac{dL_0}{\cos^2\alpha} = C \cdot dL_0 \qquad \ldots 22$$

Enačba 22 nam pove važno dejstvo, da je netočnost v razdalji radi netočnega čitanja intervala na lati neodvisna od kota α.
v enačbo 20 vstavimo enačbo 12 ter dobimo

$$dD_L = C \cdot 0{,}00002 \cdot D \qquad \ldots 23$$

Za vrednost konstante $C = 100$ dobimo

$$dD_L = 0{,}002 \cdot D \qquad \ldots 24$$

Izraz 24 pove, da je dD_L odvisen le od distance D za dan instrument in pri operatorju z dano ostrino vida. V tabeli 1 pokažem to odvisnost v številkah

Tabela 1

D v metrih	50	100	150
dD „	0,10	0,20	0,30

Poglejmo še enačbo 19, ki se glasi

$$dD_\alpha = C \cdot L \cdot \sin 2\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 19$$

ter nam podaja odvisnost netočnosti tahimetrično določene razdalje vsled netočnosti v določanju vertikalnega kota α. Z instrumentom Th Zeiss IV se da določiti kot α brez težave na minuto natačno, ter je vzeti $d\alpha = 1'$. S pomočjo enačbe 1 se enačba 19 preoblikuje tako:

$$dD_\alpha = 2D \cdot \mathrm{tg}\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 25$$

Enačba 25 nam kaže, da je dD_α odvisen tako od distance D kot od višinskega kota α. V tabeli 2 so številčni rezultati za dD_α za različne D in α.

Tabela 2

α \ v Dm	50	100	150
0	0,000	0,000	0,000
10°	0,005	0,010	0,015
20°	0,011	0,021	0,032
30°	0,017	0,034	0,050
40°	0,024	0,049	0,073
45°	0,029	0,058	0,087

dD_α je minimalna pri $\alpha = 0$, z večanjem kota α dD_α naglo raste.

Celotna netočnost razdalje dD se odredi po enačbi:

$$dD = \sqrt{dD^2_L + dD^2_\alpha} \qquad \ldots 26$$

Numerični podatki za dD pri raznih razdaljah in vertikalnih kotih so podani v tabeli 3. Iz tabel 1, 2 in 3 je razvidno, da je dD_α znatno manjši od dD_L ter se ga v veliki večini primerov lahko zanemari. Na točnost tahimečrično določene razdalje vpliva skoro izključno netočnost v čitanju late. Enačbo 26 pišemo lahko v enostavni obliki:

Tabela 3

α \ D v m	50	100	150
0°	0,100	0,200	0,300
10°	0,100	0,200	0,300
20°	0,100	0,201	0,302
30°	0,101	0,203	0,304
40°	0,103	0,206	0,309
45°	0,104	0,208	0,312

$$dD = dD_L = C \cdot dL_0$$

Z upoštevanjem enačbe 12 ter za $C = 100$, dobimo že izvedeno enačbo 24

$$dD = 0{,}002 \cdot D$$

V kolikor so koordinate temen daljnovoda določene s triangolacijo, je možna porazdelitev nesoglasja tako pri razdaljan kot pri višinskih razlikah. Pri porazdelitvi nesoglasja v dolžini je uporabiti z oz. na enačbo 24 utež, določeno z izrazom:

$$p = \frac{1}{D^2} \qquad \ldots 27$$

kjer je $k = 0{,}000004$

Poglejmo sedaj, kako je z netočnostjo tahimetrično določene višinske razlike H. Napišimi totalni diferencial en. 2:

$$dh = \frac{C}{2} \sin 2\alpha \cdot dL + C.\,L.\, \cos 2\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 28$$

ali pisano drugače

$$dh = dh_L + dh_\alpha \qquad \ldots 29$$

kjer je

$$dh_L = \frac{C}{2} \cdot \sin 2\alpha \cdot dL \qquad \ldots 30$$

$$dh_\alpha = D.\,L.\, \cos 2\alpha \cdot d\alpha \qquad \ldots 31$$

dh_L je netočnost višinske razlike povzročena vsled omejene točnosti v določanju intervala na lati, dh_α pa netočnost višinske razlike povzročena vsled netočnosti določanja višinskega kota α.

Oglejmo si natančneje izraz 30 in to za horizontalno vizuro $\cdot\, dh_{L,\alpha=0}$ je tedaj očitno enaka ničlji. Pri kotu α pa dobimo z upoštevanjem enačbe 15:

$$dh_{L,\alpha} = \frac{C}{2} \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{dL_0}{\cos^2\alpha} = C \cdot tg\alpha \cdot dL_0 \qquad \ldots 32$$

V tabeli 4 podajam številične podatke z upoštevanjem enačbe 12 in za $C = 100$. Rezultati so dobijeni iz tranformirani enačbe 32 ki ima obliko:

$$dh_{L,\alpha} = 0{,}002 \cdot D \cdot tg\alpha \qquad \ldots 33$$

Tabela 4

α \ D v m	50	100	150
0^0	0,000	0,000	0,000
10^0	0,006	0,012	0,018
20^0	0,037	0,073	0,110
30^0	0,058	0,115	0,173
40^0	0,084	0,168	0,252
45^0	0,010	0,200	0,300

Iz enačbe 33 pa tudi iz tabele 4 je razvidno, da se netočnost dh_α naglo veča z večanjem kota α ter doseže pri $\alpha = 45^0$ vrednost dD. Pri malo nagnjenih vizurah so tahimetrično določene visinske razlike znatno točnejše kot razdalje. Za kot $\alpha = 30^0$ velja nekako razmerje

$$dD = 2 \cdot dh_L$$

Proučimo še izraz 31:

$$dh_\alpha = C \cdot L \cdot \cos 2\alpha \cdot d\alpha$$

Za $C = 100$ in $d\alpha = 1'$ podajam numerične vrednosti v tabeli 5:

Tabela 5

α \ D v m	50	100	200
0^0	0,015	0,029	0,044
10^0	0,014	0,027	0,041
20^0	0,013	0,025	0,038
30^0	0,010	0,019	0,029
40^0	0,004	0,009	0,013
45^0	0,000	0,000	0,000

Rezultati v tabeli 5 so dobljeni iz transformirane enačbe 31 z upoštevanjem enačbe 1. ki se glasi:

$$dh_\alpha = D \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot d\alpha \qquad \ldots 32$$

dh_α ima pri malo nagnenih vizurah precej konstanten iznos, ki ga v primerjavi z dh_L ne gre zanemariti. Zanemari pa se ga lahko pri strmih vizurah. Isto se vidi tudi v tabeli 6, kjer dajem numerične podatke, dobljene po enačbi:

Tabela 6

α \ D v m	50	100	150
0°	0,015	0,029	0,044
10°	0,014	0,030	0,045
20°	0,039	0,077	0,116
30°	0,059	0,116	0,176
40°	0,004	0,168	0,222
45°	0,100	0,200	0,300

$$dh. = \sqrt{dh^2_L + dh^2_\mu} \qquad \ldots 33$$

Pri vizurah do 10^0 prevladuje napaka dh_α, pri strmejših vizurah pa prevladuje dh_L. Zato je v primeru strmih vizur polagati se posebno pažnjo na točno odčitanje intervala na lati.

V slučaju da so absolutne višine temen poznane, lahko višinsko nesoglasje porazdelimo. Vendar v primeru višinskih razlik ne dobimo za utež enostavnega izraza. Zato se za določevanje uteži poslužime raje maksimalne napake $\triangle = 4$ m na podagi izrada:

$$p = \frac{1}{\triangle^2} \qquad \ldots 34$$

$\triangle$ pa tudi $\frac{1}{\triangle^2}$ se dobe v priročnikih za argumenta D in α. Lahko pa jih izračunamo sami po enačbi 33.

Sedaj poglejmo, kako so tahimetrični vlaki primerni pri transiranju daljnovodov glede na točnost določanja razdalj. Predhodno pa moramo ugotoviti optimalno razdaljo med dvema poligonskima točkama. Dobimo jo na podlagi premisleka, da je skupna napaka M v dolžini mee dvema sosednima temenoma odvisna od dolžine razdalj med poligonskimi točkami D ter od števila poligonskih točk n—1.
n je število poligonskih stranic- Skupna napaka M vlaka mora biti minimalna. Izhajamo iz enačbe 12:

$$dL_o = 0.0000 \cdot D$$

Če bi jo uporabili v nespremenjeni obliki, bi ne prišli do praztičnega rezultata, zato jo moramo predhodno modificirati. Kot vemo, je enačba 12 rezultat netočnosti v viziranju. Po tej enačbi bi bila pogreška dL z manjšanjem razdalje D vedno manjša ter bi bila v bližini instrumenta enaka ničlji. Če upoštevamo le napako v viziranju, to drži. Vemo pa, da dolj v bližini instrumenta močneje vpliva na dL drugi del napake, vzrokov za ta drugi del je več. Figurant nikdar ne drži late povsem enako, če jo postavi večkrat zaporedoma. Tudi dozna libela običajno ni montirana na lato s popolno tošnostjo. Je še nihanje late radi vetra in figurantovth rok, ki obićajno ne morejo držati late povsem nepremično.

Privzamem izraz za dL_0 v obliki binoma

$$dL_0 = K_1 + K_2 \cdot D \qquad \ldots 35$$

Za konstanti privzamem vrednosti:

$$K_1 = 0{,}001 \text{ in } K_2 + 0{,}00001$$

S temi vrednostmi dobim pri $d = 100$ m $dD = 0{,}20$ m, kar odgovarja tabeli 3. $K_2 \cdot D$ predstavlja pogrešek vsled viziranja in K_1 pogrešek vsled ostalih vplivov. Enačba 35 ni rezultat raziskovanj, a videli smo, da približno odgovarja.

Skupna napaka vlaka pri enakih D je:

$$M_L = dD \cdot \sqrt{n} \qquad \ldots 36$$

z uporabo enačbe 35 preoblikujemo enačbo 20

$$dD = C \cdot dL_0 = C(K_1 + K_2 \cdot D) \qquad \ldots 37$$

to vstavimo v enačbo 36 ter dobimo

$$M_L = C(K_1 + K_2 \cdot D)\sqrt{n} \qquad \ldots 38$$

Če je l dolžina med dvema temenoma, potem velja odnos:

$$l = n \cdot D \text{ ali } D = \frac{l}{n} \qquad \ldots 39$$

To vstavimo v enačbo 38

$$M_L = C \cdot \left(K_1 + K_2 \frac{l}{n}\right) \cdot \sqrt{n} = C \cdot K_1 \sqrt{n} + C \cdot K_2 \frac{l}{\sqrt{n}} \qquad \ldots 40$$

Poiščemo prvi odvod enačbe 40 po n

$$\frac{dM_L}{dn} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot K_1 \cdot n^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot C \cdot K_2 \cdot l \cdot n^{-\frac{3}{2}} = 0 \qquad \ldots 41$$

Pri pogoju za ekstremne vrednesti sledi

$$n = \frac{K_2 \cdot l}{K_1} \qquad \ldots 42$$

Smatra se, da znaša optimalna razdalja med dvema temenoma pri dalnovodih napetosti 110 KV nekako 3 km. Za $l = 3000$ m dobimo končno:

$$n = 30 \text{ ali } D_{opt.} = \frac{l}{n} = \frac{3000}{30} = 100 \text{ m}$$

Pri razdalji $D_{opt} = 100$ m bo skupna netočnost vlaka v dolžini M_L minimalna. Skupna napaka vlaka v dolžini bi tedaj znašala

$$M_L = dD \cdot \sqrt{n} = 0{,}20 \cdot \sqrt{30} = 1{,}10 \text{ m}$$

Relativna napaka znaša 1 : 2700

Če pomislimo, da je zahtevana točnost v določanju dolžin pri trasiranju daljnovodov 1 : 1000 do 1 : 2000, potem šele vidimo pravo vrednost in uporabnost tahimetričnih vlakov. To zahtevano točnost lahko doseže tudi operator s povprečnim vidom.

V pogledu višinskih razlik ugotovimo najprej dejstvo, da je $dH = \sim dh$, kajti pogreški pri i in l (en. 3) so minimalni. Privzemimo isto optimalno razdaljo $D = 100$ kot velja za določanje razdalj. Na kratko naj povem, da je optimalna za višinske razlike sicer krajša ter znaša za $\alpha = 10^0$ nekako 55 m. Z večanjem vertikalnega kota $\alpha = 45^0$ isto vrednost $D = 100$ m. Razlika v M_H za vrednost $D = 100$ ali $D = 55$ m znaša le nekaj centimetrov. Poiščimo sadaj M_H:

$$M_H = dh \cdot \sqrt{30}$$

Če vzamen za povprečno $dh = 0{,}05$ m, znaša tedaj $M_H = 0{,}27$ m. Tudi v višinskem pogledu imajo tahimetrični vlaki visoko vrednost ter povsem zadoščajo potrebam pri trasiranju daljnovodov.

V letu 1954 sem bil zaposlen na trasiranju daljovnoda Lukavac—Zvornik v BIH. V tabeli 7 podajam rezultate za svoj del trase. Ta del znaša od temena A do temena I nekako 26 km.

Tabela 7

od — do	razdalja med temeni v m	Δ H v m	Δ l v m	
A — B	2486	0,44	0,80	
B — C	2516	0,87	1,30	
C — D	2633	0,71	0,80	**Irstrument**
D — E	2504	0,11	0,40	**Th Zeiss 4**
E — F	4152	0,38	0,70	
F — G	2941	0,02	0,80	
G — H	3676	0,42	0,70	
H — I	2445	0,84	0,70	

ΔH in Δl so razlike v dvojnih merjenih in ne srednje napake vendar lahko dajo vpogled v točnost meritev ter je tabela 7 dobro potrdilo mojih teoretskih izvajanj. Trasiranje tega daljnovoda sta vršili dve skupini. Prva se je pomikala od Lukavca proti Zvorniku, druga od Zvornika proti Lukavcu. Višinsko nesuglasje med obema skupinama na stičnem temenu I je znašalo 1,20 m, kar je za celotno dolžino daljnovoda 60 km zelo je lep rezultat. Naj omenim, da je to bilo praktično in ne znanstveno delo in je bilo treba predvsem gledati na delavni efekt.

Sklep, ki sledi iz te razprave, bi bil, da tahimetrični vlaki niso uporabni samo pri trasiranju daljnovodov, temčev so primerni za vsako izmero v gozdovih. planinskih pašnikih, skratka povsod tam, kjer je zemljišče manjvrednih kultur. Seveda je sa ta primer potrebna še dodatna analiza z ozirom na izvor napak pri merenju veznih in lomnih kotov.

SADRŽAJ

U članku se analizira točnost optičkog mjerenja dužina tahimetrom, čime autor dokazuje njegovu uporabivost kod mjerenja dužina u poligonskim vlakovima manje točnosti, u ovom slučaju kod trasiranja dalekovoda. U tablici (7) dati su rezultati mjerenja za dužinu trase od 26 km. Autor zaključuje da se tahimetrijski vlakovi mogu korisno upotrebiti u poligonskoj mreži kod izmjere zemljišta manje prometne vrednosti.

RESUME

Dans l'article on analyse la precision de la mesure optique des distance par le tachéomètre. L'auter démontre son emploi dans les cheminements polygonaies de moins precision, specialement dans la tracé des lignes aériennes Il y présente un tableau (7) comparatif des résultates obtenus qui souligue les résultates favorables obtenus par cette méthode. L'auteur conclue que les cheminemente tachéomètriques peuvent être employér dans la mesuration de terrain de valeur mineure.