Ing. Abdulah Muminagić — Beograd

O nivelmanskoj refrakciji

U poslednje vreme bavio sam se ispitivanjem i proučavanjem uticaja refrakcije na tačnost rezultata dobivenih nivelanjem i načina i metoda za smanjenje toga uticaja i njegovog bar delimičnog uračunavanja. U pogledu doba dana prilikom ispitivanja ograničio sam se na ono vreme u kome se nivelman visoke tačnosti obično vrši — jutro i kasno po podne, a u pogledu dužine vizura — na 50 metara.

Rezultati koje sam dobio, kao što se moglo i očekivati, uglavnom potvrđuju mišljenje koje je već preko pola veka zastupljeno u svim udžbenicima za geodeziju:

1. — na nagnutom terenu refrakcija sistematski kvari rezultate nivelanja;

2. — veličina greške nalazi se u nekoj (praktično) direktnoj proporciji sa dužinom vizure (teoretski, kao što je poznato ova proporcija je kvadratna);

3. — uticaj refrakcije je tim veći što je veći temperaturni gradijent;

4. — refrakcija smanjuje visinske razlike;

5. — ako se nivelanja vrše istovremeno, ili pod jednakim mikroklimatskim uslovima, refrakcija se ne ispoljava u razlikama nivelanja napred i nazad;[1] ona deluje kao greška podele letve; pošto se nivelanje napred i nazad može uzeti kao jednostrani zatvoreni poligon, izlazi da se refrakcija takođe neće pokazati u greškama zatvaranja poligona;

6. — uticaj vlage je skoro ništavan, pa ga možemo zanemariti;

7. — horizontalna vizura na svom putu od instrumenta do letve povija se prema gore, što je rezultat negativnog gradijenta u prizemnim slojevima vazduha;

8. — veličina refrakcije nije funkcija temperature; ona je pri istim temperaturama veća pre podne, nego posle podne.

Od toga:

a) — u popodnevnim časovima i posle prestanka treperenja, tj. kada je već nastao period mirnih slika i hlađenja zemljišta ona je još dosta visoka;

b) — merenje temperaturnog gradijenta sa postojećim priborima je vrlo nepouzdano;

c) — temperaturni gradijent nije dovoljno meriti samo u nekim tačkama ako ima imalo vetra. Struje vetra presecaju vizuru na nekoliko mesta i na visini vizure postoji osetan horizontalni temperaturni gradijent promenljivog predznaka;

---

[1] Ako se nivela pod različitim uslovima, onda se refrakcija pokaže u velikoj meri. Na pr. nivelanja izvršena rano ujutru i rano posle podne razlikuju se u zavisnosti od nagiba terena i to dva-tri milimetra na km. Popodnevna nivelanja redovito su manja, što pokazuje i teorija.

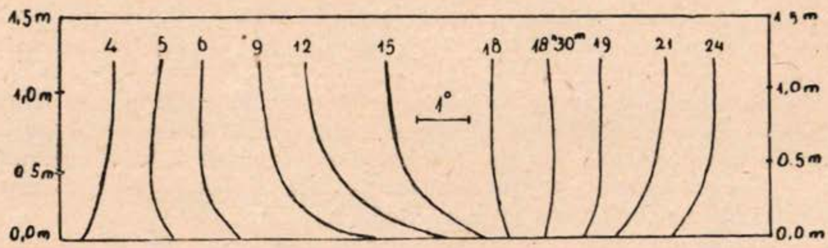
d) — prema tome, sve poznate metode za sračunavanje refrakcije, osim toga što su vrlo komplikovane, ne mogu dati stvarnu veličinu uticaja refrakcije, a znači, dokle god je sredstvo za dobijanje visinske razlike optička vizura — refrakcija se neće moći potpuno uračunati.

I. Neke formule za računanje refrakcije

U svim do sada poznatim formulama za računanje refrakcije uzima se da, u granicama rastojanja između letava, površine jednake temperature (izotermičke površine) kopiraju terenske oblike, tj. one su paralelne fizičkoj površini zemlje. Novije formule usvajaju da se temperatura sa visinom menja po formuli:

$$t = a + bh^c \tag{1}$$

gde su: h — visina nad zemljištem, a, b i c — konstante. a ima značaj početne temperature, b — je proporcionalno gradijentu, a c je koeficijenat, koji zavisi od doba dana, godine i vremena, pa u određenim uslovima (prema ispitivanjima Besta u Južnoj Engleskoj) skoro redovito zauzima određene vrijednosti, koje se nalaze između — 0,8 i + 0,8. Oblici krivulja temperature u zavisnosti od visine nad zemljom i doba dana dati su na sl. 1.



Slika 1.

Da bismo sračunali vrednosti gornjih kojeficijenata, treba da su nam poznate temperature u tri tačke na istoj vertikali, ili temperaturne razlike između njih.

a) — Najstarija formula za sračunavanje refrakcije na jednoj stanici je ona koju je Lalman predložio na kongresu MGGU u Edinburgu 1896 god. Ona izgleda ovako:

$$\varepsilon = \frac{0{,}00000108}{p^2} \cdot \frac{B}{0{,}76} \frac{b\mu}{(1+\alpha\Theta)^2} \left\{ D - (H_3 + c)\, ln \frac{H_3 + c}{H + c} + (H_1 + c)\, ln \frac{H_1 + c}{H + c} \right\} \tag{2}$$

gde je:

ε — ukupni uticaj refrakcije na vis. razliku na jednoj stanici;
p — pad terena, za koji se predpostavlja da je jednoličan između dveju letava i pozitivan kada se zemljište penje u pravcu nivelanja;
B — vazdušni pritisak u momentu nivelanja;
b i c — konstante formule za temperaturu;
μ — modul Neperovih logaritama;
α = 0,0036;
$\Theta = \dfrac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$; $D = H_3 - H_1$ — visinska razlika između krajnjih tačaka;
H — visina instrumenta;
$\left.\begin{matrix} H_3 \\ H_1 \end{matrix}\right\}$ — očitanja $\left\{\begin{matrix} \text{na zadnjoj} \\ \text{na prednjoj} \end{matrix}\right\}$ letvi

Formula nije doživela primenu, jer je, kao što se vidi, vrlo komplikovana, a osobito su nesigurni podatci merenja temperatura. Osim toga nije najsretnije izabrana ni formula za temperaturu kao funkciju visine nad zemljištem.

b) — Nemački meteorolog Broks daje ovu formulu:

$$\varepsilon^2 = -\frac{l^2}{2r} \cdot 503 \frac{B}{T^2} H^{b-1} \cdot a \cdot b \cdot D \cdot f_l \tag{3}$$

gde je (osim gornjih oznaka):

l — dužina vizure;
r — poluprečnik zemlje;
T — apsolutna temperatura;

$$f_l = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(b-1)\ldots(b-2n)}{(2n+2)!} \cdot q^{2n}$$

za ovu veličinu Broks daje tablicu, u kojoj kao argumenti služe q i b.

Izgleda da ova formula daje dobre rezultate, ali je bez dopunskih tablica, kao što se vidi, vrlo komplikovana.

c) — Profesor Pavlov daje ovakvu formulu:

$$\varepsilon = l^2 f_0 \cdot s \cdot W^0 \tag{4}$$

gde je (osim gornjih oznaka):

$$f_0 = 2{,}5\,[(t_{0,5} - t_{1,5}) - (t_{1,5} - t_{2,5})];$$

$t_{0,5}$, $t_{1,5}$ i $t_{2,5}$ su temperature na visinama 0,5, 1,5 i 2,5 metara iznad zemlje;

$$s = 0{,}000\,36\ \text{mm} \cdot \frac{B - 0{,}387\,e}{760\,(1 + \alpha t)^2}$$

e — pritisak vodene pare;

$$w^o = \frac{1}{D}\left\{1{,}128 \cdot 0{,}5^{H-\frac{D}{2}}\,[5 \cdot 0{,}5^D - 4 \cdot 0{,}5^{\frac{3}{4}D} - 2 \cdot 0{,}5^{\frac{D}{2}} - 4 \cdot 0{,}5^{\frac{D}{4}} + 5] - lg\right.$$

$$\left.\left[1 - \frac{D^2}{4(H+k)^2}\right] - 4\,lg\left[1 + \frac{D}{4(H+k)+D}\right] - 4\,lg\left[1 - \frac{D}{4(H+k)-D}\right]\right\};$$

$$k = +\,0{,}146 \text{ — konstanta.}$$

Dakle opet jedna vrlo komplikovana formula. Ona istina donekle uzima u obzir horizontalne gradijente, što je sadržano u odgovarajućim koeficijentima. Ipak, ona je približna i zahteva mnogo dopunskih merenja, što bi izazvalo povećanje broja osoblja prilikom rada na terenu; verovatno bi došla u obzir i promena metodike rada. Rad u birou bio bi olakšan odgovarajućim tablicama, ali bi ipak ostao mučan i glomazan. U SSSR-u je primenjena samo prilikom ispitivanja.

d) Prof. Kukameki daje ovakvu formulu:

$$\varepsilon = ctg^2\gamma\,\frac{\vartheta_1}{h_2^c - h_1^c}\left\{\frac{1}{c+1}\,(H_1^{c+1} - H_2^{c+1}) - H\,(H_1 - H_2)\right\} \tag{5}$$

gde je (sem gornjeg):

γ = ugao nagiba terena;
$\vartheta_1 = t_2 - t_1$;

t_1, t_2 i t_3 — temperature merene na visinama $h_1 = 0{,}33$, $h_2 = 1{,}00$ i $h_3 = 3{,}00$ m.
c — kojeficijenat formule za temperaturu (uzima se iz Bestovih ispitivanja u Južnoj Engleskoj).

Vidi se da merene temperature (ovde su zapravo merene temperaturne razlike termometrima na otpor) ulaze samo u veličinu ϑ_1. One se mere u jednoj tački. Kukameki kaže, da su ta merenja nepouzdana za određivanje kojeficijenta c. Zbog toga on za c uzima Bestove prosečne vrednosti iz višegodišnjih ispitivanja. Onda množitelj sa ϑ_1 ima značenje $b \cdot \frac{h_2^{cm} - h_1^{cm}}{h_2^{c_B} - h_1^{c_B}}$, gde indeksi m i B znače — mereno, odnosno Bestovo. To znači, kada bi merene temperaturne razlike bile pouzdane, onda bi umesto člana sa ϑ_1 trebalo da stoji samo b. A kad nisu pouzdane za računanje c, ne vidim zašto bi one bile pouzdanije za ostala računanja. Osim toga ova je formula dosta komplikovana.

Dakle sve navedene formule za računanje su vrlo nepodesne. Još veće teškoće izaziva merenje temperature ili temperaturnih razlika. Osim što to dovodi do usporavanja rada, videli smo da su ta merenja vrlo nepouzdana.

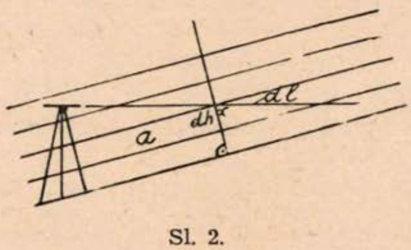
Uzimajući u obzir sve to (nepouzdanost temperatura, velike horizontalne gradijente, složenost formula, što je u ostalom i prouzrokovalo da se uticaj refrakcije uvodio u rezultate nivelanja kao popravka samo u Finskoj), mislio sam o jednom jednostavnijem načinu za sračunavanje uticaja refrakcije, kojim bi se bar delimično ovaj uticaj eliminisao.

Za osnovu sam uzeo temeljne pretpostavke koje ulaze u sve dosadašnje formule: izotermičke površine u granicama rastojanja između letava paralelne su zemljištu, (sl. 2); atmosfera je u prizemnim slojevima mirna. Osim toga, visina vizure je takva, da ona letvu pogađa najniže na 0,7 m. iznad zemlje; letve su dužine m. Prema tome, može se uzeti da je u granicama između 0,7 i 3 m. temperaturni gradijent s k o r o linearan (vidi sl. 1). Znači da ima osnova pretpostavka da je vertikalna pomponenta refrakcije bliska luku kružnice koja tangencijalnu ravan libele nivelira dodiruje u tački O (sl. 2). Pred nama je sada samo zadatak da sračunmo poluprečnik zakrivljenosti te kružnice, pa ćemo onda za datu dužinu vizure lako dobiti odstupanje te kružnice od pomenute tangencionalne ravni.

II. Nova formula za sračunavanje refrakcije

Ja sam pošao ovakvim putem:

Pretpostavio sam da je temperaturni gradijent pozitivan, to jest da zakrivljenost vizure ima isti predznak kao i zakrivljenost Zemlje; posmatrajmo jedan vrlo tanak sloj vazduha a, debljine dh, kroz koji vizura prolazi na dužini dl. Taj elemenat dl vizure sa normalom na izotermičke površine zaklapa ugao α.



Sl. 2.

Zakrivljenost neprekidne krivulje u jednoj tački dobije se po formuli:

$$\frac{1}{R} = \frac{d\alpha}{dl};$$

gde je R poluprečnik krivine u toj tački.

dl ćemo zameniti sa $dl = \frac{dh}{\cos\alpha}$, pa će biti:

$$\frac{1}{R} = \cos\alpha \cdot \frac{d\alpha}{dh} \tag{7}$$

Iz fizike je poznat odnos:

$$n \cdot \sin\alpha = const, \tag{8}$$

odakle diferenciranjem dobijemo:

$$dn \cdot \sin\alpha + n\cos\alpha \cdot d\alpha = 0,$$

ili

$$\cos\alpha \cdot d\alpha = -\frac{dn}{n}\, dn \sin\alpha \tag{9}$$

Kad ovo uvrstimo u jednačinu (7), dobijemo

$$\frac{1}{R} = -\frac{\sin\alpha}{n}\,\frac{dn}{dh} \tag{10}$$

a pošto imamo osnovnu vertikalnu projekciju vizure smatrati za neprekidnu krivulju, imamo pravo pisati:

$$\frac{1}{R} = -\frac{\sin\alpha}{n} \cdot \frac{dn}{dt} \cdot \frac{dt}{dh}. \tag{11}$$

Za koeficijent loma svetlosnog zraka u vazduhu (gasu) usvojio sam formulu Megersa i Petersa:

$$n = 1 + \frac{0{,}000\ 2923}{1 + 0{,}0036\, t} \cdot \frac{B}{760}\ ^{1)} \tag{12}$$

Izvod po temperaturi biće:

$$\frac{dn}{dt} = -[0{,}000\ 000\ 933 - 0{,}000\ 000\ 0064\,(t - 20)]\,\frac{B}{760} \tag{13}$$

Uvrstimo ovo u formulu (11), pa ćemo za zakrivljenost vizure u nekoj tački dobiti formulu:

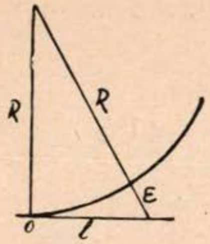
$$\frac{1}{R} = \frac{\sin\alpha}{n}\,[0{,}000\ 000\ 933 - 0{,}000\ 000\ 0064\,(t - 20)]\,\frac{B}{760} \cdot \frac{dt}{dh} \tag{14}$$

Računanje refrakcije

Dakle, pod gore usvojenom pretpostavkom da je vizura luk kruga, iz poznatog odnosa (sl. 3) imamo:

---

[1]) Ostale članove sam zanemario, pošto je promena pritiska i vlažnosti na dužini između letava tako mala, da praktično ne utiče na visinsku razliku.



$$\varepsilon(2R + \varepsilon) = l^2 \tag{15}$$

gde je: ε — veličina skretanja krivulje polupřečnika R, na dužini vizure l.

Odavde približno:

$$\varepsilon = \frac{l^2}{2R} \tag{16}$$

ili:

$$\varepsilon = \frac{l^2}{2}\,\frac{\sin\alpha}{n}\,[0{,}000\,000\,933 - 0{,}000\,000\,0064\,(t - 20^0)]\,\frac{B}{0{,}76}\cdot\frac{dt}{dh} \tag{17}$$

Diskusija formule

a) — Kao iz svih drugih formula i odavde se vidi, da je veličina refrakcije proporcionalna kvadratu dužine vizure.

b) — Refrakcija se povećava kada se upadni ugao α povećava. To, prvo, znači da se po meri povećanja dužine vizure ona sve jače zakrivljuje (a to pokazuje i praksa), jer posle prvog loma elementi vizure sukcesivno povećavaju svoj upadni ugao i sve više dolaze u položaj blizak paralelnom sa izotermičkim površinama. Ovde se, osobito kod nestabilnih mikroklimatskih uslova, osim refrakcije može postaviti i pitanje refleksije koja verovatno može da poprimi i dosta velike vrednosti.

c) — Refrakcija je obrnuto proporcionalna koeficijentu loma n. Iz formule (12) vidi se da to ukazuje, da je refrakcija veća, što se vizura više približava zemlji.

d) — Uticaj opšte temperature je ništavan.

e) — Vazdušni pritisak B utiče skoro beznačajno, pošto se on u običnim uslovima malo razlikuje od *0,76*.

f. — Temperaturni gradijent utiče direktno proporcionalno. Ovo, kao i primedba pod c, upozorava nas na značaj visine vizure nad zemljom.

g. — Zapazimo opštu vrednost ove formule. Ona važi i za trigonometriski i za geometriski nivelman. Ako je temperaturni gradijent negativan, kako je to slučaj u slojevima atmosfere u kojima se vrši geometriski nivelman, onda je negativna i zakrivljenost vizure, pa je popravka zbog refrakcije negativna. Ako je temperaturni gradijent pozitivan, onda je i zakrivljenost vizure pozitivna, pa je pozitivna i popravka zbog refrakcije.

Slučaj obostranih vizura

U primedbi pod g govorio sam o jednostranim vizurama. Uzmimo sada normalan slučaj u geometriskom nivelmanu — viziranje nazad i napred. U tom slučaju radijusi krivina za vizure napred i nazad, jasno, neće biti jednaki. Neka oni imaju vrednosti: R_1 — za vizuru nazad i R_2 + za vizuru napred; odgovarajući temperaturi gradijenti neka budu $(dt/dh)_1$ i $(dt/dh)_2$; dužina vizure na obe strane normalno je jednaka i neka bude — l. Smatraćemo dalje, da su, kao i svugde do sada, izotermičke površine pralelne zemljištu i da je srednja temperatura duž obe vizure indentična i jednaka — t; Pad terena je jednoličan. Onda je uticaj refrakcije ε na visinsku razliku na jednoj stanici jednak razlici uticaja refrakcije za vizuru nazad ε_1 i za vizuru napred ε_2:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{l^2}{2\,R_1} - \frac{l^2}{2\,R_2} = \frac{l^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{18}$$

Ako ovde uvrstimo formulu (14), dobićemo:

$$\varepsilon = \frac{l^2}{2} \cdot \frac{kin\ \alpha}{n}\ [0{,}000\,000\,933 - 0{,}000\,000\,0064\ (t-20)]\ \frac{B}{0{,}76} \cdot$$

$$\cdot \left[\left(\frac{dt}{dh}\right)_1 - \left(\frac{dt}{dh}\right)_2\right] \tag{19}$$

tj. dobija se ista veličina, kao kada bismo radili sa jednom vizurom dužine l, pri temperaturnom gradijentu, koji je jednak razlici gradijenata za vizuru nazad i vizuru napred.

Praktična primena formule (19)

Pod uslovima u kojima se NVT obično vrši možemo usvojiti da je $sin\ \alpha/n = 1$[1]

Temperatura će u normalnim uslovima rada korigovati samo osmu decimalu člana u uglastim zagradama. Njen uticaj prema tome je minimalan. Uzmimo temperaturu koja se od 20^0 C razlikuje za 10^0 C; za $\sin \alpha / n = 1$, $l = 50$ m i $B = 0{,}76$ m i razliku gradijenata 0,1, refrakcije će se promeniti za:

$$d\varepsilon = -\ \frac{l^2}{2}\ 0{,}000\,000\,0064 \cdot dt \cdot 0{,}1 = -1250 \cdot 0{,}000\,000\,0064 = 0{,}000\,008 \text{ m} \quad \text{ili}$$

$$d\varepsilon = -\ 0{,}008 \text{ mm} \approx 0{,}01 \text{ mm}$$

tj. veličina koja se praktično ne mora uzeti u obzir, osobito kada je razlika temperaturnih gradijenata redovito još i manja, a i temperature se od 20^0 C u normalnim uslovima razlikuju za manje od 10^0 C.

Pritisak se može lako meriti sa dovoljnom tačnošću. Ali ni on ne utiče mnogo, pošto su razlike od normalne vrednosti pritiska za vreme rada vrlo male. Uzmimo isti slučaj kao gore, samo neka temperatura bude 20^0 C a pritisak neka se od 0,76 razlikuje za 0,01. Onda:

$$d\varepsilon = \frac{l^2}{1{,}52}\ 0{,}000\,000\,0933 \cdot dB = 0{,}000\,002 \text{ m}$$

ili

$$d\varepsilon = 0{,}002 \text{ mm},$$

dakle još manje nego gore, pa ni o ovome nije potrebno voditi računa.

Što se tiče temperaturnih gradijenata, predlažem da se oni ne mere, nego da se za odgovarajuće visine vizura nazad i napred uzimaju prosečne vrednosti za dati datum, doba dana i vremenske prilike; ove prosečne vrednosti dobile bi se iz višegodišnjih opažanja. Kao što sam napomenuo ispitivanja Besta, kao i Broksa, Levaloa, Kolmilera i t. d. pokazala su da se ove prosečne vrednosti dobro slažu za datu sezonu i doba dana. Zatim se lako formira razlika gradijenata za ma koje visine vizura. Takve prosečne vrednosti, koje je Best dobio za Južnu Englesku, kao što smo videli, upotrebio je Kukameki za određivanje kojeficijenta c, pa se veliki deo refrakcije po Kukamekijevoj formuli dobija pomoću tih prosečnih vrednosti, a merene vrednosti sadržane su samo u veličini ϑ_1, koja ove srednje vrednosti korigira. Međutim, ne vidim nikakvog razloga za takav postupak, osobito kada znamo da postoje veliki horizontalni gradijenti, koje ova formula uopšte ne uzima u obzir, nego je tačka u kojoj su ova

---

[1] Jedino u slučaju velikih uspona mora se voditi računa o uticaju $\sin\alpha$

merenja izvršena izabrana slučajno; osim toga merenja temperature vrši se u jednoj tački u kojoj se mikroklimatski uslovi redovito ne podudaraju sa mikroklimatskim uslovima na svoj ostaloj dužini vizure. Zato smatram da je pravilno, a osobito je mnogostruko lakše i za rad na terenu i za rad u birou da se u celini uzimaju srednje vrednosti gradijenta, dobijene iz višegodišnjih opažanja.

Prema tome rad na terenu obuhvatao bi samo merenje opšte temperature vazduha i pritiska, a osim toga bi se najbrižljivije morala voditi evidencija o promenama (oblačnost i t. d.).

Računanje bi se vršilo vrlo prosto logaritmarom, ili po lako izrađenoj tablici refrakcije po argumentima dužine vizure l i razlike temp. gradijenata $(dt/dh)_1 - (dt/dh)_2$:

TABLICA REFRAKCIJE U mm

$$t = 20^0 C;\ B = 0{,}76;\ \frac{\sin \alpha}{n} = 1$$

$\left(\frac{dt}{dh}\right)_1 - \left(\frac{dt}{dh}\right)_2$ \ l	20	25	30	35	40	45	50	60
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,1	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,09	0,12	0,17
0,2	0,04	0,06	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,34
0,3	0,06	0,09	0,13	0,17	0,22	0,28	0,35	0,50
0,4	0,07	0,12	0,17	0,23	0,30	0,38	0,47	0,67

Vrednosti iz tablice treba pomnožiti sa B/0,76 dodati im:

Za temperature koje su od 20^0 C manje za 10^0 C i vizure od 40 i 50 m ... + 0,01 mm.

Za temperature koje su od 20^0 C veće za 10^0 C i vizure od 40 do 50 metara ... — 0,01 mm.

Interpolacija linearna.

Jasno je da se na ovaj način ne može da sračuna ukupan uticaj refrakcije, ali to sretno svojstvo ne poseduje nijedna dosadašnja formula, pa makako bila komplikovana. Siguran sam međutim da bi se i na ovaj način sistematska greška zbog refrakcije jako smanjila, a uz to sa minimalnim dopunski merenjima na terenu i radom u birou.

Određivanje najpovoljnije dužine vizure

Uzmimo nivelanje sa vizurama od 20, 30, 40 i 50 m. Svi ostali uslovi neka budu isti. Onda će se greška zbog refrakcije odnositi kao kvadrati dužina vizura. Ako za jedinicu mere uzmemo linearno otstupanje vizure po vertikali za dužinu vizure od 50 m, onda će:

za vizuru od 20 m to otstupanje biti 6,2 puta manje.
za vizuru od 30 m to otstupanje biti 2,8 puta manje;
za vizuru od 40 m to otstupanje biti 1,8 puta manje;

[1]) Kada se *B* mnogo razlikuje od 0,76.

Prema tome smanjivanjem dužine vizure smanjuje se i uticaj refrakcije. Samo u tome se ne može ići predaleko. Jer smanjenje dužine vizure izaziva povećanje broja stanica, što opet prouzrokuje sistematske greške drugog karaktera.

Ako ne postavimo za cilj potpunu eliminaciju refrakcije iz merenja, nego postavimo zahtev da ona ne prelazi izvesne granice, onda postupamo ovako:

Postavimo uslov da srednja sistematska greška na 1 km vlaka zbog uticaja refrakcije ne prelazi 0,2 mm na kilometar (međunarodna norma). Neka to znači da sistematska greška na jednoj stanici ne treba da pređe 0,02 mm. Iz tablice se vidi da bi u tom slučaju i u uslovima za koje je tablica sastavljena trebali da radimo sa vizurama od 20 m. Naravno, veće razlike gradijenata zahtevale bi još kraće vizure. Ali sa ovako kratkim vizurama broj stanica bio bi preterano veliki, a to bi, kao što rekoh, izazvalo dopunske sistematske greške drugog karaktera.

Prema tome, radeći sa normalnim dužinama vizura od 40—50 m, i pri razlici gradijenata od 0,^{0}1, mi u nivelanja unosimo greške koje su 4—6 puta veće od predviđenih međunarodnim normama. Takve vrednosti dobio je i profesor Pavlov prilikom svojih ispitivanja kod Staljingrada i Ufe.

—.—

Upotreba ove formule pretpostavlja da se imaju prosečne vrednosti temp. gradijenta po visini u najdonja 3 m atmosfere. U tom cilju treba stupiti u vezu sa meteorolozima za ove podatke.

Razumljivo je da se ispitivanja pomoću ove formule mogu izvršiti i sa redukovanim Bestovim vrednostima. Visina na kojoj treba uzimati gradijente mislim da treba da odgovara visini vizure na $^2/_3$ njene dužine od instrumenta. U ostalom to bi se moglo točnije utvrditi u toku specijalno postavljenih ispitivanja.

Kao i sve druge formule i ova pati od mnogih nedostataka. Naročito joj se može zamjeriti da srednje višegodišnje vrednosti gradijenta neće odgovarati stvarnim vrednostima. Mišljenja sam pak da će te srednje višegodišnje vrednosti daleko bolje odražavati temperaturno stanje na čitavoj dužini vizure (kao neka sredina iz svih vrednosti u svim tačkama vizure) nego usamljena merenja u jednoj proizvoljnoj uzetoj tački, kako se to obično predlaže. Uostalom i eventualne greške u tom smislu biće slučajnog karaktera, pa smo i time postigli jako mnogo, kada smo sistematske greške sveli na slučajne.