

Izravnanje visinskih razlika dobivenih instrumentima za precizno optičko mjerenje

I.

Prema »Instrukcijama« I. dio, član 41 točka 2 i 3, popravke za visinske razlike dobivene instrumentima za precizno optičko mjerenje, kod izravnanja u zapisniku »K« dijele se proporcionalno apsolutnim vrijednostima pojedinih visinskih razlika po formuli

$$p_r = \frac{fH}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_r$$

Prednji način izravnanja visinskih razlika dobivenih instrumentima za precizno optičko mjerenje, na osnovu praktičnog iskustva kao i izlaganja, koje ću naprijed navesti, smatram da nam često daje osjetljive pogrešne rezultate.

Optičkim instrumentima za precizno mjerenje čitamo na terenu direktno dužinu D i vertikalni kut a . Uslijed neizbježnih pogrešaka dužinu D dobivamo pogrešnu za iznos ΔD , a vertikalni kut a za iznos Δa (u Δa sadržana je pogreška instrumenta, viziranja, mjerenja visine instrumenta, nevertikalnosti letve, i t. d.).

Prava visinska razlika bit će

$$\begin{aligned} \Delta H &= (D + \Delta D) \cdot \operatorname{tg}(a + \Delta a) = (D + \Delta D) (\operatorname{tg} a + \Delta \operatorname{tg} a) = \\ &= D \cdot \operatorname{tg} a + D \cdot \Delta \operatorname{tg} a + \Delta D \cdot \operatorname{tg} a + \Delta D \cdot \Delta \operatorname{tg} a \end{aligned}$$

Kako je faktor $\Delta D \cdot \Delta \operatorname{tg} a$ vrlo mali, to možemo pisati

$$\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} a + D \cdot \Delta \operatorname{tg} a + \Delta D \cdot \operatorname{tg} a \quad \dots\dots (1)$$

Kako je pogreška ΔD za dužine dobivene preciznim optičkim instrumentima malena, a isto tako je malen i tangens kuta a , to već iz gornje formule vidimo, da je pogreška visinske razlike ovisna uglavnom od faktora $D \cdot \Delta \operatorname{tg} a$, a u manjoj mjeri od faktora $\Delta D \cdot \operatorname{tg} a$, t. j. pogreška bit će ovisna većim dijelom od dužine poligone strane.

Ako računamo $D \cdot \Delta \operatorname{tg} a$ i $\Delta D \cdot \operatorname{tg} a$ za razne dužine i vertikalne kuteve, dobit ćemo faktor

$$\delta h = D \cdot \Delta \operatorname{tg} a + \Delta D \cdot \operatorname{tg} a \quad \dots\dots (2)$$

Kod opažanja »Redtom« na poligonizaciji Rijeke 1954 godine, sve se poligone strane slažu mjerene u dva pravca ispod $1/4$ dozvoljenog odstupanja za teren I. kategorije. Kako je D aritmetička sredina iz takva 2 mjerenja, to možemo uzeti, da je dužina D pogrešna za $\Delta D = \pm 1/2$ od $1/4$ I. kategorije. Isto tako dobili smo, da je vertikalni kut a pogrešan za $\Delta a = \pm 30''$, na osnovu podataka iz niza mjerenja.

Na osnovu tih elemenata sračunati su faktori » δh « za dužine od 50—250 mm i kuteve od 0° — 40° . Ti nam faktori u stvari predstavljaju mogući uticaj na

pogrešku visinske razlike za pojedinu dužinu i vertikalni kut, pa bi i popravka za pojedine visinske razlike trebala biti proporcionalna faktorma δh .

U tablicama, koje su sračunate na osnovu gore navedenih elemenata, za $\Delta tg \alpha$ uzeta je tablična razlika za 30" prirodne vrijednosti tangensa odnosno kuta α .

TABLICA RAČUNANJA FAKTORA δh

D	α	ΔD	$\Delta \alpha$	$tg \alpha$	$\Delta tg \alpha$	$D \cdot \Delta tg \alpha$	$\Delta D \cdot tg \alpha$	$\delta h = D \Delta tg \alpha + \Delta D tg \alpha$
100	0°	0,03	30"	0,0000	0,000145	0,014	0,000	0,0014
	5°			0,0875	145	15	3	18
	10°			0,1763	150	15	5	20
	15°			0,2679	155	16	8	24
	20°			0,3640	165	17	11	28
	25°			0,4663	180	18	14	32
	30°			0,5774	195	20	17	37
	35°			0,7002	220	22	21	43
	40°			0,8391	250	25	25	50

Vrijednosti δh za dužine 50 m — 250 m i vert., kuteve od 0°—40°

$\alpha \backslash D$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	Opaska
50	7	10	13	13	15	18	22	25	29	δh izražen u mm
75	11	13	15	17	20	23	27	31	36	
100	14	18	20	24	28	32	37	43	50	
125	18	21	24	27	33	37	41	48	56	
150	22	25	29	32	37	42	48	56	66	
175	25	28	31	36	42	48	54	63	73	
200	29	33	37	42	48	55	62	72	84	
225	33	37	41	46	52	60	67	78	90	
250	36	40	46	52	59	68	78	90	106	

Primjer izravnjanja sa radilišta Rijeka

D hm	α	ΔH	δh	Poravke f po			Kote po			Opaska
				I. δh	II. D	III. ΔH	I. δh	II. D	III. ΔH	
2,6	0° 10'	0,76	3,6	0,04	0,05	0,00	4,0	5,0	0,0	I) $f_r = \frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_r$ II.) $f_r = \frac{f}{[D]} \cdot D_r$
2,5	8° 00'	36,40	4,4	0,05	0,04	0,09	9,0	9,0	9,0	III.) $f_r = \frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_r$
5,1		37,16	8,0	0,09	0,09	0,09	f = 0,09 (0,12)			

2. Primjeri

Broj točke	D	α	ΔH	δh	Popravke			Popravljene vis. razlike			Kote		
					I po δH	II po d	III po ΔH	I po δH	II po d	III po ΔH	I po δh	II po d	III po ΔH
1											0,00	0,00	0,00
2	2,5	1°	0,10	0,036	3	4	0	0,03	0,04	0,00	0,03	0,04	0,00
3	1,5	2°	13,10	0,025	2	2	3	13,12	13,12	13,13	13,16	13,16	13,13
4	2,0	2°	6,97	0,030	3	3	1	7,00	7,00	6,98	20,15	20,16	20,11
5	2,5	1°	2,93	0,037	3	3	0	2,96	2,96	2,93	23,11	23,12	23,04
6	1,0	15°	26,79	0,024	2	2	6	26,81	26,81	26,85	49,92	49,93	49,89
7	0,5	25°	23,25	0,018	2	1	5	23,27	23,26	23,30	73,19	73,19	73,19
	10,0		73,04 Treba 73,19	0,170 f = + 15	15	15	15	73,19	73,19	73,19	73,19	73,19	73,19
1											0,00	0,00	0,00
2	2,2	1,5°	5,76	34	3	3	1	5,79	5,79	5,77	5,79	5,79	5,77
3	2,5	1,8°	8,00	37	3	3	2	8,03	8,03	8,02	13,82	13,82	13,79
4	2,0	0,5°	1,80	29	2	3	0	1,82	1,83	1,80	15,64	15,65	15,59
5	1,9	2,0°	6,64	29	2	2	1	6,66	6,66	6,65	22,30	22,31	22,24
6	1,7	1,7°	4,92	26	2	2	1	4,94	4,94	4,93	27,24	27,25	27,17
7	2,2	115,0°	59,20	46	4	3	11	59,24	59,23	59,31	86,48	86,48	86,48
	12,5		Ima: 86,32 Treba 86,48	201 f = + 0,16	16	16	16	86,48	86,48	86,48			86,48

U primjerima su popravke određene po formulama:

$$\text{Pod I.} \dots p_n = \frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_n$$

$$\text{Pod II.} \dots p_n = \frac{f}{[d]} \cdot d_n$$

$$\text{Pod III.} \dots p_n = \frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_n$$

Iz navedenih primjera i tablica možemo izvesti slijedeće zaključke:

- a) Popravke pod I. i II. ($\frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_n$ i $\frac{f}{[d]} \cdot d_n$) razlikuju se međusobno najviše za 1 cm.
- b) Popravke i kote pod III. ($\frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_n$) razlikuju se do 7 cm od popravaka i kota dobivenih pod I. ($\frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_n$).
- c) Najvjerojatnije popravke, a time i kote dobit ćemo, ako pojedinim visinskim razlikama dajemo popravke srazmjerno faktoru »δh«, koji nam predstavlja odnos mogućih pogrešaka za pojedine dužine i vertikalne kuteve.

- d) Praktično dobit ćemo zadovoljavajuću točnost, ako popravke dajemo srazmjerno dužinama pojedinih poligonih strana.
- e) Nadalje iz svega naprijed izloženog proizlazi, da popravkama po formuli

$$p_n = \frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_n$$

možemo rezultate opažanja u pojedinim slučajevima toliko iskriviti, da će sama poziciona pogreška tako dobivenih kota biti veća od dozvoljenog odstupanja vlakova, koji se na te točke vezuju. — Po toj formuli dobit ćemo samo onda zadovoljavajuće rezultate, ako poligone strane u vlaku imaju jednoliki pad, pa je sasvim svejedno, dali se popravka dijeli proporcionalno dužini strana ili veličini visinskih razlika.

II.

Radi provjere prednjih izvoda i zaključaka na praktičnim radovima uzeto je na radilištu Rijeka niz vlakova umetnutih između trigonometrijskih točaka i repere, za koje su točke i repere kote određene nivelanjem iz sredine preciznim nivelmanom, te su po dva takva vlaka spojena u jedan, tako da su se u svakom tom novom vlaku izravnavanjem po formulama

$$p_n = \pm \frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_n$$

$$p_n = \pm \frac{f}{[d]} \cdot d_n$$

$$p_n = \pm \frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_n$$

dobila tri para kota za srednju točku u vlaku, te su se ti rezultati uporedili sa pravim kotama dobivenim preciznim nivelmanom.

Ti su primjeri prikazani u zasebnoj tablici »Uporedni rezultati računanja visinskih razlika (kota) dobivenih opažanjem preciznim optičkim instrumentom »Redta« na radilištu Rijeka.«

Iz tih primjera vidimo, da se kote dobivene davanjem popravaka po formulama

$$p_n = \pm \frac{f}{[\delta h]} \cdot \delta h_n$$

$$p_n = \pm \frac{f}{[d]} \cdot d_n$$

vrlo malo razlikuju od kota dobivenih preciznim nivelmanom.

Kote dobivene dijeljenjem popravke po formuli

$$p_n = \pm \frac{f}{[\Delta H]} \cdot \Delta H_n$$

razlikuju se od kota dobivenih preciznim nivelmanom osjetljivo, u nekim slučajevima i do 8 cm.

III.

Dosadašnja dozvoljena odstupanja u visinskom vlaku propisana »Instrukcijama« I. dio određena po formuli:

$$\Delta h = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{[M^2 \Delta H]}$$

u praksi su se pokazala dovoljno oštra, ali ipak realna. Ona bi trebala u tim granicama i dalje ostati.

Radi pojednostavljenja računanja dozvoljenih odstupanja predlažem slijedeći način:

Iz naprijed prikazanih tablica za » δh « imamo maksimalno » δh « za dužinu od 100 m i vertikalni kut 40°

$$\delta h = 5 \text{ cm}$$

Ako taj faktor za 1 hm (100 m) uzmemo kao jedinicu, onda bi imali dozvoljeno odstupanje za koju god dužinu visinskog vlaka po formuli

$$\Delta = 5 \sqrt{[d]}$$

gdje je $[d]$ izražena u hektometrima, a Δ u centimetrima.

Dozvoljena odstupanja dobivena po toj formuli, koja je vrlo jednostavna za računanje, u mnogome bi ujednostavnila računanje u zapisniku »K«. Ona se gotovo u potpunosti poklapaju sa dozvoljenim odstupanjima propisanim »Instrukcijama« po formuli

$$\Delta h \leq \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{[M^2 \Delta H]}$$

osim u rjeđim slučajevima, kada po formuli $\Delta h = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{[M^2 \Delta H]}$ dobivamo stvarno nerealno visoka dozvoljena odstupanja.

Dozvoljena odstupanja za pojedine visinske razlike čitane u dva pravca propisana »Instrukcijama« po formuli

$$\Delta h = 4 \sqrt{[M^2 \Delta H]}$$

pokazala su se u praksi nerealno visoka. Stoga predlažem, da se ista određuje po formuli

$$\Delta h = 2 \cdot \delta h$$

gdje je » δh « faktor prikazan naprijed u zasebnoj tablici.

To bi bilo opravdano iz razloga, što je faktor » δh « maksimalna moguća pogreška visinske razlike za pojedine dužine i vertikalne kuteve. S obzirom da ona može biti pozitivna ili negativna, to bi se kod čitanja u dva pravca mogla kretati do dvostrukog iznosa faktora » δh «.

**Tablica dozvoljenih odstupanja pojedinih visinskih razlika
čitanih u 2 pravca $\Delta h = 2 \cdot \delta h$**

$\alpha \backslash D$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
50	2	2	3	3	3	4	4	5	6
75	2	3	3	3	4	4	4	5	6
100	3	4	4	5	6	6	7	8	10
125	4	4	5	6	7	8	8		11
150	4	5	6	7	7	9	9	11	13
175	5	6	6	7	8	10	11	13	15
200	6	7	7	8	10	11	12	14	17
225	7	8	8	9	10	12	13	16	18
250	7	8	9	10	12	14	16	18	21

IV.

Na osnovu svega naprijed izloženog, u svrhu povećanja točnosti izravnjanja podataka dobivenih instrumentima za precizna optička mjerenja, kao i radi pojednostavljenja računanja u zapisniku »K«, predlažem slijedeće:

- a) Dozvoljeno odstupanje za pojedine visinske razlike dobivene čitanjem u dva pravca određuje se

$$\Delta h = 2 \cdot \delta h,$$

gdje je

$$\delta h = D \cdot \Delta \operatorname{tg} \alpha + \Delta D \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

- b) Dozvoljeno odstupanje u visinskom vlaklu za visinske razlike dobivene preciznim optičkim instrumentima određuje se

$$\Delta h = 5 \cdot \sqrt{[d]},$$

gdje je $[d]$ dužina vlaka izražena u hektometrima, a dozvoljeno odstupanje Δh dobijemo u centimetrima.

- c) Popravke visinskih razlika dobivenih instrumentima za precizno optičko mjerenje dijele se proporcionalno dužinama poligonih strana po formuli

$$p_n = \frac{f}{[d]} \cdot d_n.$$

izravnanja visinskih razlika dobivenih opažanjem »REDTOM«

Redni broj	Br. vlaka	Vlak od preko	»Redta« [ΔH]	Apsolutne vrednosti [ΔH]	D hm	Izravnanje po		Izravnanje po		Izravnanje po		Kote dobivene ni- velanjem iz sre- dine (prec. niv.)
						$F_n = \frac{f}{(d)} \cdot d_{nn}$	$p_n = \frac{f}{(H\gamma)} \cdot \Delta H_n$	$p_n = \frac{f}{(\delta h)}$				
						f	Kota	f	Kota	f	Kota	
1		Δ 98										82,75
	1558	○352	86,94	156,0	10,3	- 9	169,62	-11	169,60	- 9	169,62	169,63
	1556	Δ 16	68,30	68,0	8,5	- 7		- 5		- 7	237,85	237,85
			155,24	224,0	18,8	-16	- 1	-16	- 3	-16	- 1	155,08
2		Δ 364										190,42
	1561	○352	x 79,15	49,0	7,3	+ 6	169,63	+ 3	169,60	+ 5	169,62	169,63
	1558	Δ 98	x 13,06	156,0	10,3	+ 8		+11		+ 9		82,77
			x 892,21	205,0	17,6	14	± 0	+14	- 3	+14	- 1	x892,35
3		Δ 364										190,42
	1560	Δ 98	x 892,42	107,6	8,8	- 9	82,75	-15	82,69	- 9	82,77	88,25
	1559	Δ 103	5,56	5,6	6,4	- 6		- 0		- 6		82,77
			x 897,98	113,2	15,2	-15	- 2	-15	- 8	-15	- 2	x897,83
4		Δ 98										82,77
	1560	Δ 364	107,58	108,0	8,8	+ 7	190,42	+ 9	190,44	+ 7	190,42	190,42
	1561	○352	x 79,15	49,0	7,3	+ 6		+ 4		+ 6		169,63
			86,73	157,0	16,1	+13	± 0	+13	+ 2	+13	± 0	86,86
5		Δ 156										71,86
	1563	Δ 364	118,64	119,8	9,5	- 8	190,42	- 8	190,42	- 8	190,42	190,42
	1560	Δ 98	x 892,42	107,6	8,8	- 7		- 7		- 7		82,77
			11,06	227,4	18,3	-15	± 0	-15	± 0	-15	± 0	10,91
6		Δ 97										171,96
	1564	Δ 156	x 899,96	105,3	9,0	- 7	71,85	- 7	71,85	- 7	71,85	71,86
	1563	Δ 364	118,64	112,6	9,5	- 7		- 7		- 7		190,42
			18,60	223,9	18,5	-14	- 1	-14	- 1	-14	- 1	18,46
7		Δ 156										71,86
	1562	Δ 98	10,95	58,6	7,4	- 5	82,76	- 3	82,78	- 5	82,76	82,77
	1558	○352	86,94	156,0	10,3	- 7		- 9		- 7		169,63
			97,89	214,6	17,7	-12	- 1	-12	+ 1	-12	- 1	97,77
8		Δ 364										190,42
	1563	Δ 156	x 881,36	119,8	9,5	+ 9	71,87	+14	71,92	+ 9	71,87	71,86
	1576	Δ 227	x 52,12	47,8	9,5	+10		+ 5		+10		24,09
			x 833,48	167,6	19,0	+19	+ 1	+19	+ 6	+19	+ 1	x833,67