

Deformacije kod Gauss-Krüger-ove projekcije i dozvoljena odstupanja u poligonskoj mreži

Kod izbora projekcije i određivanja broja koordinatnih sistema — kad se radi o premjeravanju većih područja — redovno nastojimo da kod triangulacije nižih redova i poligonske mreže ne moramo voditi računa o deformaciji projekcije odnosno o projekciji uopće. Razumije se, da u tome slučaju ne će biti potrebno voditi računa o projekciji ni kod drugih operacija, koje slijede iza poligonske mreže, kao što su na pr. snimanje i kartiranje detalja ili računanja površina.

Kao što je poznato, tako je postupljeno i u našoj zemlji, kad se je radilo o izboru projekcije za državni premjer. Izabrana je Gauss-Krüger-ova projekcija meridijanskih zona od po 3^0 geografske dužine, pri čemu se srednji meridijan zone projicira kao x -os.

Pri tome je postavljen uvjet, da maksimalna deformacija (greška) projekcije ne smije preća 0,0001 dužine, odnosno ne smije biti veća od 1 dm na kilometar. Iz ovoga zahtjeva, da točnost projekcije mora biti veća od 1 dm na kilometar, uslijedila je širina zona od 3^0 po dužini.

Deformacija dužina kod Gauss-Krüger-ove projekcije računa se po formuli:

$$d = \frac{y^2}{2R^2} + \dots,$$

gdje su: d — deformacija projekcije,

y — odstojanje od srednjeg meridijana odnosno od x -osi, a

R — srednji radius Zemljine krivine.

Ova formula vrijedi za slučaj kad cilindar dodiruje Zemlju po srednjem meridijanu, gdje je tada deformacija jednako 0. Uz ovu pretpostavku ne bi mogli imati zone široke 3^0 , a da deformacija projekcije ostane u granicama 1 dm na kilometar. U ovome slučaju mogli bi imati zone šireoke nešto preko 2^0 , a to bi iziskivalo veći broj zona odnosno koordinatnih sistema za našu državu, što predstavlja priličnu poteškoću kod praktičnih radova. Da bi se to izbjeglo, pristupilo se je uvođenju deformacije na srednjem meridijanu, tako da bi prema osobini Gauss-Krüger-ove projekcije, na izvjesnom odstojanju od srednjeg meridijana deformacija bila jednaka 0. Idući još dalje od srednjeg meridijana deformacija će postajati sve veća i veća i na kraju zone dobit će maksimalan iznos od 1 dm na kilometar. Da bi se taj postupak iskoristio do maksimuma, uzeto je da deformacija dužina na srednjem meridijanu bude — 0,0001,

što znači da će sve dužine na i oko srednjeg meridijana biti kraće za 0,0001 svoje dužine. Dakle, jedan kilometar na srednjem meridijanu bit će kraći za dm.

U tome slučaju ćemo deformaciju računati po formuli:

$$d = \frac{y^2}{2R^2} - 0,0001.$$

Posmatrajući ovu formulu vidimo, da će deformacija biti negativna sve dok $y^2/2R^2$ ne pređe iznos 0,0001, što uglavnom zavisi od koordinate y , jer se R — kao funkcija širine φ ili koordinate x — polagano mijenja. Kad $y^2/2R^2$ postane veće od 0,0001, tada deformacija postaje pozitivna, odnosno tada dužine postaju duže u projekciji nego u prirodi (na elipsoidu).

Sve ove opće poznate činjenice navedene su, da bi se moglo postaviti pitanje, da li je o njima ipak potrebno voditi računa i kod radova detaljnog premjera, jer smo naprijed rekli, da se projekcija i broj koordinatnih sistema obično odabire i određuje tako, da se o projekciji ne treba voditi računa.

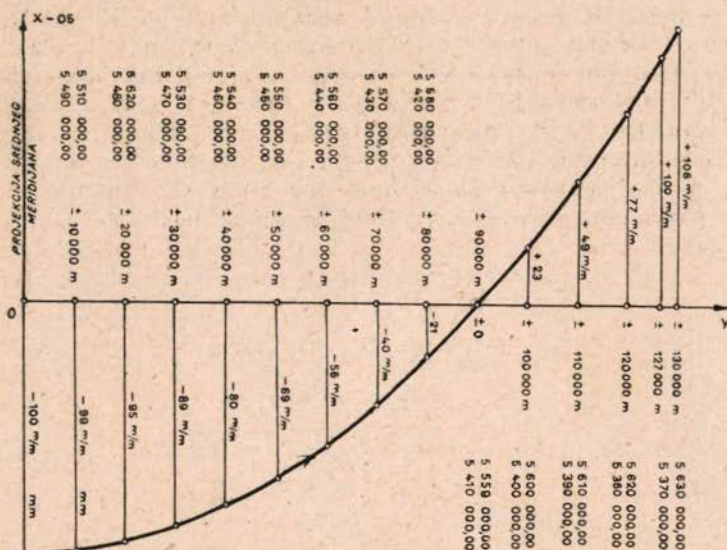
I iz ovoga, što je ovdje rečeno, nije teško zaključiti, da će se morati voditi računa o deformaciji (griješci) projekcije, ako se radi o radovima veće točnosti. Naročito u tome slučaju, ako se radi o premjeravanju područjâ, koja se nalaze na srednjem meridijanu i na kraju koordinatnog sistema. U tome je slučaju, kao što smo naprijed naveli, griješka projekcije 10 cm na kilometar. Dakle, u jednom poligonskom vlaku dugačkom 1 km imat ćemo griješku od 10 cm od projekcije, pa nije teško zaključiti — ako se radi na pr. o premjeru grada — da će se o toj griješci morati voditi računa.

Naročitu pažnju treba posvetiti deformaciji projekcije, kad se vrše premjeravanja veće točnosti područja, koja se nalaze oko srednjeg meridijana, a poligonske strane mjerimo čeličnom pantljkikom. U tome slučaju deformacija projekcije ima protivan predznak od normalno očekivanih griješkâ kod poligonskih strana. Naime, u tome slučaju odstojanja (dužine) između točaka triangulacije su kraće od odgovarajućih im dužina na elipsoidu odnosno na terenu. U isto vrijeme — ako strane mjerimo mjerimo pantljkikom — moramo očekivati, da ćemo ta odstojanja dobiti uvijek veća. Odnosno, moramo očekivati da će sume koordinatnih razlika dy i dx dobivene iz podataka mjerenja (iz poligonskih strana i kuteva) biti veće od koordinatnih razlika između početne i završne točke triangulacije, na koje se naslanja poligonski vlak. Tako će linearno odstupanje sadržavati (griješku) deformaciju projekcije i očekivane griješke kod mjerenja poligonskih strana.

Ako se radi o premjeravanju na kraju koordinatnog sistema (zone) (griješka) deformacija projekcije bit će ista (10 cm), ali će ona ići u prilog slaganju poligonskih vlakova, što nikako ne znači da o njoj ne moramo voditi računa.

Na priloženom grafikonu prikazane su deformacije dužina zbog projekcije na svakih 10 km izražene u milimetrima i to od srednjeg meridijana do kraja koordinatnog sistema (zone). Iz toga grafikona može se neposredno uzeti popravka dužina zbog uticaja projekcije za svaku udaljenost od srednjeg meridijana odnosno za svaki y . Na srednjem meridijanu vidimo da je taj iznos — 1000 m/m, i idući dalje od srednjega meridijana taj iznos postaje sve manji i manji. Kod 90 km on iznosi 0, a idući dalje poprima pozitivne vrijednosti i na 127 km ima iznos od + 100 m/m. To znači, da je na odstojanju od 127 km od srednjega meridijana 1 km duži za 100 m/m u projekciji, nego što je na

elipsoidu odnosno u prirodi. Na grafikonu su otstojanaja od srednjeg meridijana odnosno od x -ose napisana na dva načina. Tako vidimo da pored otstojanja od $\pm 10\,000$ m stoje brojevi 5 510 000,00 i 5 490 000,00, a to je to isto otstojanje, odnosno ordinata y , samo što je napisana po Baumgarten-ovom načinu, koji je i kod nas usvojen. Po tako napisanoj ordinati y kao argumentu traže se odgovarajuće deformacije projekcije.



Grafikon deformacija dužina kod Gauss-Krüger-ove projekcije

Kod korišćenja ovog grafikona dovoljno je, da se za izvjesno područje uzme neka srednja vrijednost ordinate y , na pr. kod premjera grada uzme se ordinata y za neku točku triangulacije, koja se nalazi oko sredine grada. Po tome argumentu uzimamo iz grafikona odgovarajuću deformaciju projekcije i gledamo, da li je potrebno o toj veličini voditi računa. Ako je deformacija manja od 5 cm, onda o njoj — osim u izuzetnim slučajevima — ne treba voditi računa. Ali ako ona prelazi iznos od 5 cm, onda se ona mora uzimati u obzir kod određivanja dozvoljenog linearnog odstupanja kod poligonskog vlaka.

Na osnovu onoga što smo naprijed naveli slijedi, da ćemo oko srednjeg meridijana koordinatne razlike između datih točaka triangulacije morati povećati za deformaciju projekcije. S tako popraavljenim koordinatnim razlikama obrazujemo pogreške u smjeru koordinatnih osi f_y i f_x . Na osnovu tih pogrešaka f_y i f_x određujemo zatim linearno odstupanje fd u poligonskom vlaku. Ovaj postupak se može uprostiti na taj način, da se linearno odstupanje u vlaku fd sračunato na uobičajen način smanji ili poveća — prema tome da li je poligonski vlak na početku ili na kraju zone — za deformaciju projekcije. A zatim gledamo, da li je linearno odstupanje ostalo u granicama dozvoljenih odstupanja.* Popravljanje dužina ili koordinatnih razlika zbog deformacije

* Ovaj uprošćeni postupak može se primjeniti samo u tome slučaju kad je poligonski vlak ispružen, i kad linearno odstupanje fd ide u pravcu poligonskog vlaka.

projekcije nije potrebno vršiti, jer se to jednovremeno vrši razbacivanjem sveukupnih pogrešaka f_y i f_x na uobičajen način.

Potrebno je napomenuti da su novija dozvoljena odstupanja kod nas znatno smanjena, tako da bi prema njima trebalo imati više koordinatnih sistema ili češće voditi računa o deformaciji projekcije.

Kao što je naprijed spomenuto, kod nas je uzeto da deformacija projekcije može da bude 1 dm na kilometar. Ta je granica uzeta, pretpostavljajući, da su dužine poligonskih strana mjerene sa srednjom relativnom tačnošću 1 : 3000. Prema tome je tačnost projekcije tri puta veća od tačnosti mjerenja poligonskih strana. Međutim, naša novija dozvoljena odstupanja predviđaju, da je tačnost mjerenja daleko veća — nešto oko 1 : 4000 do 1 : 4500, a tada bi trebalo da tačnost projekcije bude veća od 1 : 10 000. To za sobom povlači uvođenje većeg broja koordinatnih sistema ili uzimanje u obzir deformacije projekcije. Zbog toga je bilo potrebno da se o ovome malo obavijestimo i priložimo prednji grafikon, koji nam može vrlo dobro u praksi poslužiti.