

Pitanja i odgovori

Rudolf Mlinar, geom. — Kikinda

DEOBA ZEMLJIŠNE TABLE

Na pitanje br. 2 u Geodetskom listu br. 1—4 iz 1954 god. želeo bih da prikažem primenu vektora u ravni za rešavanje ovog zadatka.

Umesto oznaka A, B, C, D za pojedine tačke, uvešću sledeće: $\odot 1$, $\odot 2$, $\odot 3$ i $\odot 4$

Prema tome

Poznato je:

$\odot 1$ ($X_1 = 316,20 - Y_1 = 316,20$)

$\odot 2$ ($X_2 = 302,34 - Y_2 = 695,42$)

$\odot 3$ ($X_3 = 46,72 - Y_3 = 712,28$)

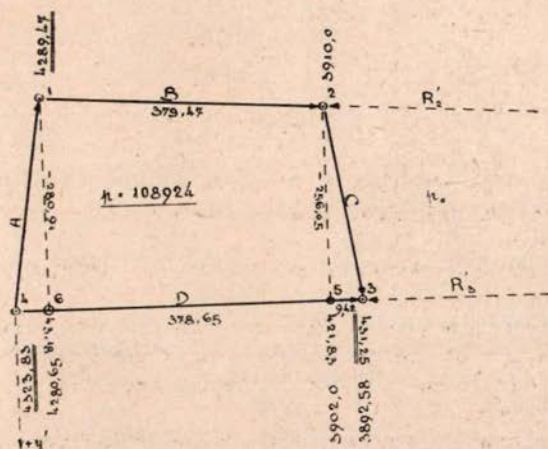
$\odot 4$ ($X_4 = 34,16 - Y_4 = 281,22$)

Traže se:

podatci za deobu zemljišne table, omeđene gornjim tačkama, na 6 jednakih delova, uz uslov, da deobne linije budu okomite na liniju $\odot 3 - \odot 4$.

Rešavanje:

Skica br. 1.



1. Pomaknimo početak koordinatnog sistema u $\odot 4$!

onda ćemo imati vektore:

$A = 282,04 + i 34,98 = a_\alpha = 284,217,073^\circ$

$B = -13,86 + i 379,22 = b_\beta = 379,4702,093^\circ$

$C = -255,62 + i 16,86 = c_\gamma = 256,17176,224^\circ$

$D = 12,56 + i 431,06 = d_\delta = 431,2588,334^\circ$

2. Okrenimo koordinatni sistem za ugao δ u pozitivnom pravcu, onda ćemo imati:

$$D' = d_{\alpha} = 431,25^{\circ}$$

$$A' = a_{\alpha-\delta} = 284,21_{278,739}^{\circ}$$

$$B' = b_{\beta-\delta} = 379,47_{3,759}^{\circ}$$

$$C' = c_{\gamma-\delta} = 256,17_{87,900}^{\circ}$$

a iz toga sledi:

$$A' = 43,18 - i 280,91$$

$$B' = 378,65 + i 24,86$$

$$C' = 9,42 + i 256,05$$

$$D' = 431,25 + i 0$$

t. j. podatci, koji su nama potrebni za izvršenje parcelacije i koji su upisani u skicu 1.

3. Računajmo sada površinu cele figure na osnovu uvodno poznatih podataka po obrascu:

$$2p = \sum_{k=1}^{K=4} \begin{vmatrix} x_k & y_{k-1} \\ x_k & y_{k+1} \end{vmatrix}$$

iz čega dobivamo:

$$p = 108919$$

Za kontrolu, kako same površine, tako i našeg dosadašnjeg rada, računajmo tu istu površinu po podacima iz tačke 2. na osnovu

$$1. |R'_1 \times R'_2| = x'_1 y'_2 - x'_2 y'_1 =$$

$$= -43,18 \cdot 256,05 + 421,83 \cdot 280,91 = 107440$$

$$2. |R'_2 \times R'_3| = x'_2 y'_3 - x'_3 y'_2 =$$

$$431,25 \cdot 256,05$$

$$= 110421$$

$$2p = 217861$$

iz toga:

$$p = 108930$$

i tako vidimo, da su, kako naši podatci, sa kojima ulazimo u parcelaciju, tako i podatci za ukupnu površinu naše figure ispravni, jer je razlika ± 11 dovoljno mala, da je možemo zanemariti.

Kao konačnu zadatu površinu možemo usvojiti: $p = 108924$ pa će tražena $p/6$ biti 18154 jed.

4. U daljnjem rešavanju ovog zadatka stoje nam, za samo izvršenje parcelacije, na raspoloženju razne metode, od kojih ću u konkretnom slučaju upotrebiti metodu sa produženjem, jer se ova metoda u ovom slučaju može primeniti sa najboljim uspehom.

U tu svrhu pomaknućemo ponovo početak koordinatnog sistema u tačku preseka vektora B' sa vektorom D' .

Onda će radiusvektori sistema (x', y') biti:

$$R'_2 = m B'_{180} = \frac{256,05}{24,86} \cdot 379,47_{\beta + 180}$$

$$R'_2 = 3910_{183,759} \quad \text{i istotako sa istim parametrom}$$

$$R'_3 = 3902_{180}$$

iz čega sledi:

$$R'_1 = 4289,47_{183,759}$$

$$R'_6 = 4280,65_{180}$$

Kako je svaka površina u ovom sistemu određena sa

$$P_n = R'_i \times R'_k$$

i kako u sličnim figurama mora da važi odnos

$$R'_i \times R'_k = m R'_1 \times m R'_6$$

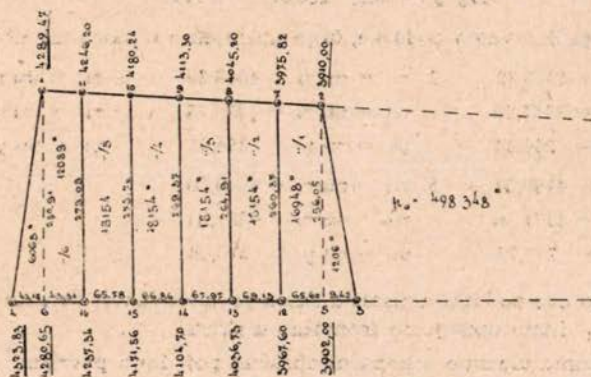
to sa određenom površinom p_n možemo unutar sličnih figura uvek da odredimo i odgovarajuće radiusvektore za tu površinu a time i podatke, koji su nama potrebni za izradu skice iskolčenja i obračun površina.

Nakon ovog objašnjenja prelazimo na samo izvršenje parcelacije.

5. Izvršenje parcelacije.

Prethodno sastavimo skicu i upišemo u nju potrebne podatke prema postavljenom zadatku.

Skica br. 2.



Prema tome će biti:

$$p_0 = |R'_2 \times R'_3| \cdot \frac{1}{2} = 498348$$

$$p_1 = p_0 + p/6 = 516502$$

$$p_2 = p_1 + p/6 = 534656$$

$$p_3 = p_2 + p/6 = 552810$$

$$p_4 = p_3 + p/6 = 570964$$

$$p_5 = p_4 + p/6 = 589118$$

$$p_6 = p_5 + \Delta_1 = 601207$$

$$p_k = p_6 + \Delta_2 = 607272$$

gde je

$$\Delta_1 + \Delta_2 p/6 = 12089 + 6065$$

Na osnovu ovih podataka računamo pojedine koeficijente sličnosti, pa će biti:

$$\log p_6 = 5.77902$$

$$\log m_1 = \log \left(\frac{p_1}{p_6} \right)^{\frac{1}{2}} = 9.96702,5$$

$$\log m_2 = \log \left(\frac{p_2}{p_s} \right)^2 = 9.97453$$

$$\log m_3 = \log \left(\frac{p_3}{p_s} \right)^{\frac{1}{2}} = 9.98178$$

$$\log m_4 = \log \left(\frac{p_4}{p_s} \right)^{\frac{1}{2}} = 9.98879,5$$

$$\log m_5 = \log \left(\frac{p_5}{p_s} \right)^{\frac{1}{2}} = 9.99559$$

$$\log m_6 = 0.00000$$

osim toga će biti:

$$\log r'_1 = \log 4289,47 = 3.63241$$

$$\log r'_6 = \log 4280,65 = 3.63150$$

$$\log y'_1 = \log 280,91 = 2.44857$$

Na osnovu toga dobivamo podatke, koje upisujemo u skicu iskolčenja br. 2:

1. $r_7 = m_1 r_1 = 3975,82$	2. $r_8 = m_2 r_1 = 4045,20$	3. $r_9 = m_3 r_1 = 4113,30$
$r_{12} = m_1 r_6 = 3967,60$	$r_{13} = m_2 r_6 = 4036,73$	$r_{14} = m_3 r_6 = 4104,71$
$y_7 = m_1 y_1 = 260,37$	$y_8 = m_2 y_1 = 264,91$	$y_9 = m_3 y_1 = 269,31$
4. $r_{10} = m_4 r_9 = 4180,24$	5. $r_{11} = m_5 r_1 = 4246,20$	
$r_{15} = m_4 r_6 = 4171,56$	$r_{16} = m_5 r_6 = 4237,34$	
$y_{10} = m_4 y_1 = 273,76$	$y_{11} = m_5 y_1 = 278,08$	

Nakon što smo ove podatke upisali u skicu premeravanja, obrazujemo osim toga i razlike $r_n - r_{n-1}$ i iste upisujemo frontalno u skicu.

Sa tim podacima ulazimo u konačni obračun pojedinih površina, koji nam daje sledeće rezultate:

Parc.	Površina	Popravka	Konačna površina
../1	18145	+ 9	18154
../2	18156	- 2	18154
../3	18157	- 3	18154
../2	18156	- 2	18154
../5	18150	+ 4	18154
../6	18170	- 16	18154
	108934	- 10	108924

i stim bi naša parcelacija bila završena, pošto je obračun površina pokazao, da je račun parcelacije ispravno izvršen.

Dodatak

Kao rezime svega toga dajem na kraju jedno opšte vektorsko rešenje za sve slučajeve ove vrste sa nešto manjim odstupanjima u uvodno prikazanom redosledu računskih operacija.

1. Presek dva proizvoljna vektora A_i, A_k dat je vektorom položaja tačke preseka R_p i to:

$$\begin{aligned}R_p &= R_i + m_1 A_i \\ R_p &= R_k + m_2 A_k\end{aligned}$$

2. Transformacija koordinata sa prenosom koordinatnog početka u tačku preseka i zaokretom kordinacionog sistema za ugao ψ u pozitivnom smislu data je obrascem:

$$R'_n = (R_n - R_p)_{-\psi}$$

3. Površine:

a) površina table u sistemu (x, y) data je determinantom

$$p = \sum_{k=1}^{k-1} \begin{vmatrix} x_k & y_{k-1} \\ x_k & y_{k+1} \end{vmatrix}$$

b) površina table u sistemu $(x' y')$ kao kontrola data je vektorom

$$2P = (R'_1 - R'_2) \times (R'_4 - R'_3)$$

(indeksi odgovaraju skici 1.)

c) površina p_s , koju određuje uslovna tačka 6. data je vektorom

$$2P_s = R'_1 \times R'_6$$

4. Parcelacija:

Neka je: p_o = površina produženja

p_z = zadata površina prema uslovima parcelacije (u našem slučaju p/6)

Onda je: $p_n = p_o + p_z$

a iz toga

$$P_n = R'_1 \times R'_k = m R'_1 \times m R'_6$$

Primedba:

Tačka 6, određena vektorom položaja R'_6 , je uslovna tačka. Ona određuje pravac deobnih linija.