

Srednje odstupanje pri trigonometrijskom određivanju visina

Po zahtevu Savezne geodetske uprave, Uprava zavoda za fotogrametriju stavila mi je u dužnost, da sračunam srednje odstupanje za trigonometrijsko određivanje visina trigonometrijskih tačaka. Za tu svrhu, stavljena su mi na raspoloženje sva opažanja, izvršena posle oslobođenja u našoj zemlji.

Iz tih opažanja, uzeto je 4376 visinskih razlika između trigonometrijskih tačaka, određenih obostrano. Te visinske razlike složene su u naročite formule, izrađene po ideji ing. Miloja Mitića geodetskog savetnika Savezne geodetske uprave.

Taj formular ima ovaj oblik:

Red. broj	Strana $\triangle A - \triangle B$	Dužina strane u km	Visinska razlika		Razlika $d = u + q$	d^2	$p = \frac{1}{5^2}$	pd^2	Primjedba			
			uspon (u)	pad (q)								
			+	-	±							
1	1	3	4		5	6	7	8	9			
91	$\triangle 280 - \triangle 353$	1,6	+	9,25	-	9,15	+	0,10	0,0100	0,39	0,003900	
92	$\triangle 349 - \triangle 203$ 78	1,7	+	185,44	-	185,45	-	0,01	0,0001	0,35	0,000035	
93	$\triangle 203 - \triangle 202$	1,6	+	28,93	-	28,98	-	0,05	0,0025	0,39	0,000975	
94	$\triangle 270 - \triangle 202$	1,7	+	242,16	-	242,33	-	0,17	0,0289	0,35	0,010115	
95	$\triangle 195 - \triangle 196$	1,7	+	134,96	-	135,10	-	0,14	0,0196	0,35	0,006860	
96	$\triangle 236 - \triangle 197$	1,7	+	119,84	-	119,83	+	0,01	0,0001	0,35	0,000035	
97	$\triangle 197 - \triangle 211$	1,6	+	39,12	-	39,18	-	0,06	0,0036	0,39	0,001404	
98	$\triangle 194 - \triangle 205$	1,9	+	25,15	-	25,10	+	0,05	0,0025	0,28	0,000700	
99	$\triangle 200 - \triangle 297$	1,9	+	76,10	-	76,25	-	0,15	0,0225	0,28	0,006300	
			+	860,95	-	861,37	-	0,42	0,0898		0,030324	
				[u]+		[q]=		[d]	[d ²]		[pd ²]	

Ovako su obrađene sve visinske razlike upotrebljenje za sračunavanje rednjih odstupanja. Podatci su uzeti iz elaborata srezova: Barskog, Bijeloborskog, Beogradskog, Gačakog, Gračaničkog, Dubrovačkog, Kotorskog, Nevesinjskog, Plavskog, Plevalskog, Pulsog, Titogradskog i Zadarskog. Sa-

radnici na obradi podataka bili su: Vidojević Hristina, Zokić Radinka i Basara Milan geometri i Mijatović Mila i Petrović Nada geometarski pripravnici.

Visinske razlike su klasirane u pet grupa, prema dužinama za koje su računane i skupno obrađene za svaku grupu zasebno. Grupe su uzimane za ove dužine strana:

- | | | |
|----------|-----------|----------|
| 1) grupa | od 0,5 km | — 1,0 km |
| 2) » | » 1,1 » | — 1,5 » |
| 3) » | » 1,6 » | — 2,0 » |
| 4) » | » 2,1 » | — 2,5 » |
| 5) » | » 2,6 » | — 3,0 » |

Broj visinskih razlika po grupama iznosio je:

- | | | |
|-------------------|-------|-------------------|
| 1) grupa imala je | 1 123 | visinskih razlika |
| 2) » » » | 1 608 | » » |
| 3) » » » | 1 161 | » » |
| 4) » » » | 402 | » » |
| 5) » » » | 82 | » » |

Ukupno 4 376 visinskih razlika

Prvo su sračunata srednja odstupanja za svaku grupu ponaosob i zatim za sve zajedno. Računanje je izvršeno naravno po obrascu:

$$M_o = \sqrt{\frac{pd^2}{2n}}$$

gde n znači broj visinskih razlika u grupi, odnosno ukupan broj, za računanje uzetih visinskih razlika.

Podatci za računanje su ovi:

- | | | | |
|----------|---------------------|--------------|------------------|
| 1) grupa | $pd^2 = 6,061\ 165$ | $n = 1\ 123$ | $a\ 2n = 2\ 246$ |
| 2) » | $pd^2 = 7,680\ 472$ | $n = 1\ 608$ | » $2n = 3\ 216$ |
| 3) » | $pd^2 = 4,713\ 239$ | $n = 1\ 161$ | » $2n = 2\ 322$ |
| 4) » | $pd^2 = 1,672\ 426$ | $n = 402$ | » $2n = 804$ |
| 5) » | $pd^2 = 0,305\ 207$ | $n = 82$ | » $2n = 164$ |

Odatle izlazi srednje odstupanje za:

1) grupu

$$M_o = \sqrt{\frac{6,061165}{2246}} = \sqrt{0,00270} = 0,0519\ m \cong 5,2\ cm$$

2) grupu

$$M_o = \sqrt{\frac{7,680472}{3216}} = \sqrt{0,00239} = 0,0488\ m \cong 4,9\ cm$$

3) grupu

$$M_o = \sqrt{\frac{4,718239}{2322}} = \sqrt{0,00203} = 0,0451 \text{ m} \cong 4,5 \text{ cm}$$

4) grupu

$$M_o = \sqrt{\frac{1,672426}{164}} = \sqrt{0,00208} = 0,0456 \text{ m} \cong 4,6 \text{ cm}$$

5) grupu

$$M_o = \sqrt{\frac{0,305207}{804}} = \sqrt{0,001863} = 0,0431 \text{ m} \cong 4,3 \text{ cm}$$

Podatci za ukupno srednje odstupanje su zbir podataka za svih pet grupa

$$pd^2 = 20,432\ 509 \quad n = 4\ 376 \quad 2n = 8\ 752$$

iz njih izračunato srednje odstupanje iznosi:

$$M_o = \sqrt{\frac{20,432509}{8.752}} = \sqrt{0,00233} = 0,0473 \text{ m} \cong 4,7 \text{ cm}$$

Ovim rezultatom možemo da budemo potpuno zadovoljni. Koliko mi je poznato, iz predratnih opažanja sračunato srednje odstupanje, prelazilo je 1 cm. — te prema tome ovakav rezultat znači veliko poboljšanje, koje je nastupilo usled sve veće uvežbanosti terenaca u ovoj disciplini.

Sve visinske razlike uzete za izračunavanje srednjeg odstupanja bile su u granicama dopuštenog odstupanja. Od interesa je pogledati šta daju sume pozitivnih i negativnih visinskih razlika, kao i sume razlika između njih.

Te sume izložene su u ovoj tablici:

Dužina strane	Broj visinskih razlika	Visinska razlika		Razlika
		[uspon (u)]	[pad (q)]	[d=u+q]
0,5—1,0	1 123	+ 40 904,38	— 40 904,36	+ 0,02
1,1—1,5	1 608	+ 122 175,49	— 122 168,64	+ 6,84
1,6—2,0	1 161	+ 112 791,75	— 112 773,57	+ 18,18
2,1—2,5	402	+ 48 480,50	— 48 473,33	+ 7,17
2,6—3,0	82	+ 13 158,75	— 13 155,35	+ 3,40
0,5—3,0	4376	+ 337 510,86	— 337 475,25	+ 35,61

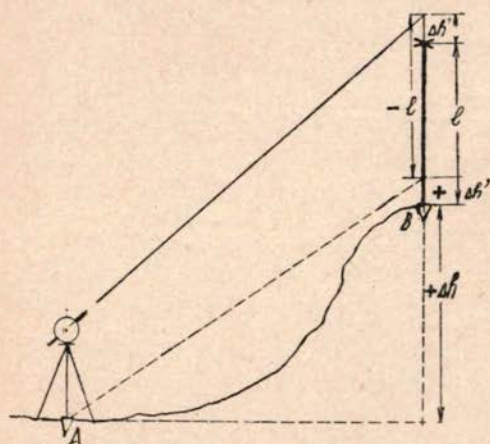
Iz ove tablice može se uočiti ovo:

Prvo, da je razlika $d = u + q$

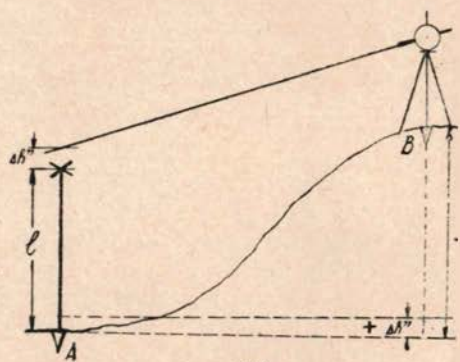
u svim grupama pozitivna. To dovodi do zaključka da postoji izvesno sistematsko odstupanje;

Drugo, to sistematsko odstupanje je sve veće što su dužine strana veće, Treće, da je jedino za prvu grupu (dužina trigonometrijskih strana o 0,5 — 1,0 km.), razlika $d = u + q$ manje više pravilna.

Vršeci analizu gornjih podataka može se izvesti zaključak da su u većini slučajeva, visinske razlike pozitivne (kad se vizira uz brdo) veće od negativnih visinskih razlika (kad se vizira niz brdo). Prosto izgleda kao da se i u jednor i u drugom slučaju viziralo iznad signala.



Sl.1



Sl.2

Iz ove dve slike vidji se da bi taj prirast visinske razlike u oba slučaja bi pozitivan, te bi se u slučaju pretstavljenim u slici 1 sabrao sa usponom povećao u stvari pozitivnu visinsku razliku, a u slučaju iz slike 2 oduzeo o negativne visinske razlike i na taj način smanjio negativnu visinsku razliku u oba slučaja dakle delovao u korist pozitivne visinske razlike.

Dakle bilo bi u prvom slučaju:

$$u = \Delta h + \Delta h'$$

a u drugom

$$q = -\Delta h + \Delta h''$$

Posmatrajući ta sistematska odstupanja po grupama vidimo da je za:

1) grupu (dužina vizure 0,5 — 1,0 km)

$$\frac{d}{n} = \frac{+0,02 \text{ m}}{1123} = +0,0002$$

2) grupu (dužina vizure 1,1 — 1,5 km)

$$\frac{d}{n} = \frac{+6,84 \text{ m}}{1608} = +0,00426 \text{ m}$$

3) grupu (dužine vizure 1,6 — 2,0 km)

$$\frac{d}{n} = \frac{+ 18,18 \text{ m}}{1161} = + 0,01562 \text{ m}$$

4) grupu (dužine vizure 2,1 — 2,5 km)

$$\frac{d}{n} = \frac{+ 7,17 \text{ m}}{402} = + 0,01785 \text{ m}$$

5) grupu (dužine vizure 2,6 — 3,0 km)

$$\frac{d}{n} = \frac{+ 3,40 \text{ m}}{82} = + 0,04150 \text{ m}$$

Oдавде se vidi da se sistematsko odstupanje rapidno povećava sa porastom dužine vizure. Naročito je veliki skok čim pređe strana 1 km. Dalji skokovi nisu tako nagli ali su ipak veliki, tako se na primer vidi da je sistematsko odstupanje za treću grupu veće skoro četiri puta od onog za drugu grupu, za četvrtu 11 puta veće od onog za treću itd.

Ovo nije ništa novo za ovaj način određivanja visinskih razlika. Odavno je poznato da su visinske razlike dobivene trigonometrijskim putem bolje određene za kraća odstojanja trigonometrijskih tačaka, samo je ovo još jedan dokaz više, dobiven iz podataka iz naše prakse, da je to tako.

Sad bi bilo još interesantno utvrditi šta je uzrok pojavi ovog sistematskog odstupanja. Drago bi mi bilo, kad bi ova mala studija, izazvala sve one, kako praktičare tako i teoretičare koji su se ovim pitanjem bavili, da iznesu svoja zapažanja i mišljenja a eventualno i svoje zaključke, da bi se mogao stvoriti jedan pravilan sud i prema tome eventualno i proces kako da se ona i isključe što je više moguće iz naše prakse.

Ako se pođe iz početka neki, ili možda svi zajedno od ova tri elementa, je od uticaja na ovo sistematsko odstupanje. Ti elementi su:

1. Radna metoda;
2. Čovek; i
3. Instrumenat.

Metoda primenjena u ovim opažanjima za trigonometrijsko određivanje visina, upotrebljena je kod nas ista ta, koja je prihvaćena i koja se upotrebljava u celom svetu.

Što se čoveka tiče u našem slučaju — ta opažanja nije vršio jedan čovek — nego čitav niz raznih stručnjaka, svaki na svom terenu i zadatku u raznim delovima naše zemlje, kao što je to već napred navedeno.

Ostalo je da se kaže još nešto o instrumentima. Instrumenti upotrebljeni za ova opažanja bili su svuda najbolje vrste — koje je dala do danas savremena fabrikacija geodetskih instrumenata, tj. ili konstrukcije Wild ili konstrukcije Zeiss.

Možda bi se mogla jedina zamerka staviti signalima, koji se stavljaju na trigonometrijske tačke, ponekad loše sklepani, krivi — jednom reči neprecizni. Aljkavo prikucane palete i one raznih dužina i širina — često koso stoje — što donekle prouzrokuje pri viziranju tj. pri spuštanju konca na gornji kraj signala izvesnu nesigurnost i nepreciznost.

Diskutujući sa kolegama u nevezanom razgovoru o razlozima za ovo sistematsko odstupanje — jedni su pretpostavljali da to dolazi usled neobraćanja

pažnje na libelu pri čitanju vertikalnih uglova, drugi da to dolazi više od, za naše prilike, netačno određenog koeficijenta za refrakciju k . Na ime misli se da vrednost za taj koeficijent treba da bude veća od 0,13 koliko se on uzima za naše prilike.

Ja lično mislim da na veličinu tog sistematskog odstupanja utiču i jedar i drugi razlog, kao i neprecizni signali. Ali je naravno to samo moje mišljenje nepotkrepljeno nekim stvarnim činjenicama — dakle samo moja pretpostavka.

Moj predlog, na kraju ove male studije, bio bi, da pored iskustva, koje b izneli i ostali stručnjaci, trebalo bi da, ili Savezna geodetska uprava ili Geodetski instituti na Tehničkim velikim školama, izvrše probe i ispitivanja, kako procesa oko dobivanja visinskih razlika tako i instrumenata i signala i posle tih ispitivanja podnesu svoje predloge na diskusiju.

Istovremeno bilo bi potrebno po mom mišljenju, da se ponovo uzme u rasmatranje i veličina koeficijenta k i za naše prilike odredi njegova odgovarajuća vrednost.

Posetite

Geodetsku izložbu

Za vreme Kongresa i savetovanja
geod. inženjera i geometara *F. N. R. J.*
od 6. do 13. decembra 1953.

Umjetnički Paviljon

Zagreb — Zrinjevac
