Ing. Boris Filatov — Zagreb

Dvostruki računski strojevi

(Svršetak)

8. *Računanje proporcije.*

Zadatak:

$$\frac{a \cdot c}{b} = x$$

Pravilo:

	$\left(\left(\frac{c}{b}\right)\right)$
a	b
((x))	(c)

Manji faktor brojnika a stavimo u P_l, nazivnik b u P_d. Okretanjem unosimo u R_d drugi veći faktor brojnika c. Rezultat x dobivamo u R_l.

U O dobivamo kvocijent $\frac{c}{b}$, koji, ako se to izričto ne traži, ostaje neopažen.

Na desnom stroju dijeljenjem pomoću množenja odredili smo u O kvocijent $\frac{c}{b}$, kojeg smo istovremeno pomnožili na lijevom stroju sa a.

Razumljivo je, da dijeljenje možemo izvesti na lijevom, a množenje na desnom stroju, t. j. možemo postaviti u P_d a, u P_l b, zatim okretanjem unijeti u R_l c i prema tome dobiti u R_d x.

Ukopčavanje P_l određujemo prema predznacima faktora: a u P_l i b u P_d[7] Ako su predznaci isti, onda ukopčavamo istosmjerno, ako su suprotni, onda protusmjerno.[6]

Moramo uzeti takav smjer okretanja ručke, da faktor c u R_d dobijemo sa ispravnim predznakom. Ako je c pozitivan, moramo pozitivnim okretanjem dobiti njegovu apsolutnu vrijednost, a kada je c negativan, onda negativnim okretanjem njegovu komplementnu vrijednost, pri čemu ukopčavanje O može biti bilo koje.

Naprotiv ako želimo dobiti kvocijent $\frac{c}{b}$ u O sa ispravnim predznakom (što inače, kada on ostaje neopažen, nije potrebno), onda treba ukopčavanje O odrediti prema prednazku broja b u P_d. Kada je b pozitivan, onda O ukopčavamo pozitivno, a kada je b negativan, onda ukopčavamo negativno.

Rezultat x dobivamo izražen apsolutno, ako je on pozitivan, odnosno u dekadskoj dopuni ako je negativan.

Međutim možemo računati samo sa apsolutnim vrijednostima, smatrajući sve faktore pozitvnima, dok predznak rezultata određujemo naknadno prema pravim predznacima faktora.

1. Primjer: Presjecanje naprijed sa bazisa.

Zadano je:

T_a $y_a = 0$; $x_a = 0$; $\alpha = 63^0 53'08''$; $\operatorname{ctg}\alpha = +0{,}49021$

T_b $y_b = 0$; $x_b = a = 45{,}486$; $\beta = 54^0 32'51''$; $\operatorname{ctg}\beta = +0{,}71191$

Traže se:

T $y = 37{,}838$; $x = 18{,}549$

Rješenje:

$$y = \frac{a}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \frac{45{,}486}{1{,}20212} ; \quad x = y \cdot \operatorname{ctg}\alpha = \frac{45{,}486}{1{,}20212} \cdot 0{,}49021$$

	Pozitivno!
Istosmjerno!	O (3) 0,0 ((y = 37,838))
P_l (5) ctg α = „+" 0,49021	P_d (5) ctg α + ctg β = „+" 1,20212
R_l (8) 0,0 ((x = 18,54856598))	R_d (8) 0,0 (a = 45,48581656)

2. Primjer:

$$x = 78{,}46 - \frac{26{,}35 \cdot 54{,}392}{97{,}1} = 63{,}70$$

Rješenje:

	Pozitivno!
Protusmjerno![6]	O (5) 0,0((0,56016))
P_l (2) „—" 26,35	P_d (1) „+" 97,1
R_l (7) 78,46 ((x = 63,6997840))	R_d (6) 0,0 (54,391536)

9. *Nastavno računanje proporcija*

U slučaju računanja niza proporcija sa istim faktorom proporcionalnosti

$$\frac{a}{b} \cdot c = x$$

$$\frac{a}{b} \cdot d = y$$

----

postupamo na slijedeći način:

Izračunamo, kako je gore prikazano, prvu proporciju. Dakle stavimo u P_l a, u P_d b. Okretanjem unosimo u R_d c. Dobivamo u R_l x.

Ništa ne brišemo, nego okretanjem pretvorimo c u R_d u d. Dobivamo u R_l y i t. d.

1. Primjer: Računanje trokuta po sinusovom pravilu.

Zadatak:

$$b = \frac{a}{\sin\alpha} \cdot \sin\beta = \frac{216{,}17}{0{,}81140} \cdot 0{,}72452 = 193{,}02$$

$$c = \frac{a}{\sin\alpha} \cdot \sin\gamma = \frac{216{,}17}{0{,}81140} \cdot 0{,}98273 = 261{,}81$$

Rješenje:

Istosmjerno! 0 (5) ostaje neopažen!

P_l(2) a = „+" 216.17 P_d (5) $\sin\alpha$ = „+" 0,81140

R_l (7) 0,0 ((b = 193,0246781)) R_d (10) 0,0 ($\sin\beta = 0,7245234020$)

Ništa ne brišemo! Okretanjem pretvorimo Sin β u R_d (10) u Sin $\gamma \approx \approx 0,9827271100$. Dobivamo u R_l (7) $c = 261,8142955$.

2. Primjer: Računjanje faktora o i a u slučaju transformacije koordinata na stranicu $T_a T_b$ ($y_a = 0,0$; $y_b = 0,0$ $x_a = 0.0$)

Zadatak (Vidi »računanje koordinata malih točaka G. L. 1—4, str. 42.

$$\sigma^2 = (y'_b - y'_a)^2 + (x'_b - x'_a)^2 = 208,32^2 + 110,73^2 = 55658$$

$$o = -\frac{y'_b - y'_a}{\sigma^2} x_b = -\frac{208,32}{55658} \cdot 235,84 = -0,88272$$

$$a = +\frac{x'_b - x'_a}{\sigma^2} x_b = +\frac{-110,73}{55658} \cdot 235,84 = -0,46920$$

Kontrola: $a(y'_b - y'_a) + o(x'_b - x'_b) = 0,0$

Rješenje:

Istosmjerno! 0 (8) ostaje neopažen!

P_l(2) x_b = „+" 235,84 P_d(0) σ^2 = „+" 55658

R_l(10) 0,0 ((o = 0,882176...)) R_d(8) 0,0 ($y'_b - y'_a = 208,3201\ldots$)

Ništa ne brišemo! Okretanjem pretvorimo $y'_b - y'_a$ u R_d (8) u $x'_b - x'_a \approx \approx 110,72\,992\,126$. Dobivamo u R_l (10) $a = 0,46919\,66\ldots$

Predznak faktora o i a određujemo naknadno.

3. Primjer: Računanje redukcije smjera u G.—K. projekciji.

Zadano je: (13)

$$\begin{array}{ll} y_a = +101,89 \text{ km} & x_a = 5\,170,82 \text{ km} \\ y_b = +113,60 \text{ km} & x_b = 5\,159,57 \text{ km} \\ \hline y_a + y_b = +215,49 \text{ km} & x_a - x_b = +11,25 \text{ km} \end{array}$$

Traže se:

$$w_a^{b''} = -\frac{(x_a - x_b)\{y_a + (y_a + y_b)\}}{K} = -\frac{(+11,25)(+317,38)}{1182,85^{(14)}} = -3,02''$$

$$w_b^{a''} = -\frac{(x_a - x_b)\{y_b + (y_a + y_a)\}}{K} = +\frac{(+11,25)(+329,09)}{1182,85} = +3,13''$$

Rješenje:

Istosmjerno! 0 (5) ostaje neopažen

P_l (2) $x_a - x_b$ = „+" 11,25 P_d (2) K = „+" 1182,85

R_l (7) 0,0 (($w_a^b = 3,0186000$)) R_d (7) 0,0 ($y_a + y_a + y_b \approx 317,3823120$)

---

(13) Vidi isti numerički primjer: Pravilnik za državni premjer. I dio: Triangulacija. Knjiga druga Strana 200.

(14) $K = \frac{6r^2}{\rho''}$ je uzet za r u km koji odgovara širni 44 07'

Ništa ne brišemo! Okretanjem pretvorimo broj u $R_d(7)$ u $y_b + (y_a + y_b) = 329{,}09\,25\,270$. Dobivamo u $R_l(7)$ $W_L^a = 3{,}12\,99\,750$.

Predznak redukcije određujemo naknadno prema pravim predznacima faktora.

10. *Nastavno sumiranje proporcija odnosno kvocijenata.*

Kada se pojedini rezultati niza proporcija posebno ne traže, nego se traži samo njihova algebarska suma, onda se tokom rčunanja R_l ne briše. U njemu se tada automatski pribrajaju pojedini rezultati, tako da na kraju dobivamo traženu sumu, ali pod uvjetom, da je broj decimalnih mjesta u R_l, kod računanja svih proporcija, bio isti.

Isto tako možemo u R_l odrediti algebarsku sumu kvocijenata, ako svaki kvocijent računamo kao proporciju, kod koje je drugi faktor brojnika jednak jedinci. Ako pri tome jedinicu stavimo u P_l, onda ćemo u O dobivati vrijednosti pojedinih kvocijenata.

Primjer: Računanje faktora o i a i otstupanja Δ mejerene dužine d od zadane dužine D.

Zadatak (Vidi računanje koordinata malih točaka G. L. 1—4 str. 42):

$$0 = \frac{y_b - y_a}{d} = + \frac{208{,}32}{235{,}84} = + 0{,}88331\,; \quad a = \frac{x_b - x_a}{d} = - \frac{110{,}73}{235{,}84} = -0{,}46951$$

$$\frac{D^2}{d} = 0\,(y_b - y_a) + a\,(x_b - x_a) = \frac{208{,}32}{235{,}84} \cdot 208{,}32 + \frac{-110{,}73}{235{,}84}(-110{,}73) = 236{,}00$$

$$\Delta = D - d = \frac{1}{2}\left(\frac{D^2}{d} - d\right) = \frac{1}{2}(236{,}00 - 235{,}84) = 0{,}08$$

Rješenje:

Računamo prvu proporciju, t. j. $o\,(y_b - y_a)$.

Istosmjerno!	Pozitivno
	$0\,(5)$ $0{,}0$ $((o = 0{,}88331))$
$P_l\,(2)$ $y_b - y_a =$ „+" $208{,}32$	$P_d\,(2)$ $d =$ „+" $235{,}84$
$R_l\,(7)$ $0{,}0$ $((a\,(y_b - y_a) = 184{,}0111392))$	$R_d\,(7)$ $0{,}0$ $(y_b - y_a = 208{,}3198304)$

Brišemo R_d i O! Ostalo ne brišemo, nego samo pomicanjem postavnih poluga pretvorimo broj u P_l u $X_b - X_a$.

Računamo drugu proporciju t. j. $a\,(x_b - x_a)$. Drugi se rezultat automatski pribraja prvom u R_l.

Istosmjerno!	Pozitivno
	$0\,(5)$ $0{,}0$ $((a = 0{,}46951))$
$P_l\,(2)$ $x_b - x_a =$ „+" $110{,}73$	$P_d\,(2)$ $d =$ „+" $235{,}84$
$R_l\,(7)$ $184{,}011 \cdots \left(\left(\frac{D^2}{d} = 235{,}9999815\right)\right)$	$R_d\,(7)$ $0{,}0\,(x_b - x_a \approx 110{,}7292384)$

Perdznake o i a određujemo naknadno prema pravim predznacima koordinatnih razlika $(y_b - y_a)$ i $(x_b - x_a)$.

Međutim možemo računati sa ispravnim predznacima. U tom slučaju, kod računanja druge proporcije, treba ukopčati P_l protusmjerno [(6)] i okretanjem unesti u R_d (7) *cpl* 110,73 = 999889,27 076 16. Tada dobivamo u *O(5) cpl* a = = 999,53049, t. j. dobivamo a sa ispravnim predznakom.

12. *Računanje proporcije kada se jedan od faktora brojnika već od prije nalazi u rezultatu R.*

Zadatak:

imamo u R_d c

Traže se: $\frac{a \cdot c}{b} = x$

Pravilo:

	$\left(\left(\frac{c}{b}\right)\right)$
a	b
((x))	c (nula)

Stavimo drugi faktor brojnika a u P_l, nazivnik b u P_d.
Okretanjem pretvorimo c u R_d u nulu.
Rezultat x dobivamo u R_l.

U *O* dobivamo kvocijent $\frac{c}{b}$, koji ostaje neopažen. U ovom se slučaju kvocijent u *O* određuje dijeljenjem pomoću odbijanja.

Ukopčavanje P_l određujemo prema, predznacima a u P_l i b u P_d.(7) Ako su predznaci isti, onda ukopčavamo protusmjerno, (6) a kada su suprotni, onda istosmjerno.

Smjer okretanja ručke je pozitivan, ako je c izražen u R_d, u dekadskoj dopuni i negativan, kada je c izražen apsolutno.

Ukopčavaanje *O* može biti bilo koje. Međutim ako želimo dobiti kvocijent $\frac{c}{b}$ u *O* sa ispravnim predznakom, onda treba ukopčavanje *O* odrediti prema predznaku broja b u P_d. Kada je b pozitivan, onda *O* ukopčavamo negativno, a kada je b negativan, tada ukopčavamo pozitvno.

Rezultat x dobivamo izražen apsolutno, ako je on pozitivan, odnosno u dekadskoj dopuni, kada je negativan.

Ako se c nalazi u R_l, onda treba a postaviti u P_d, b u P_l, pa ćemo prema tome x dobit u R_d. Smjer okretanja ručke u ovom slučaju odgovara predznaku broja c u R_l, kada je P_l ukopčan protusmjerno i suprotan je, ako je P_l ukopčan istosmjerno. Želimo li i u ovom slučaju dobiti kvocijent $\frac{c}{b}$ u *O* sa ispravnim predznakom, onda treba ukopčavanje *O* odrediti prema predznaku broja u P_l. Kada je P_l ukopčan istosmjerno, onda je predznak ukopčavanja *O* suprotan od predznaka broja b. Naprotiv, kada je P_l ukopčan protusmjerno, onda predznak ukopčavanja *O* odgovara predznaku broja b u P_l.

1. Primjer: Računanje sfernog ekscesa trokuta.

Zadatak:

$$\varepsilon'' = \frac{a_{km} \cdot b_{km}}{K^{(15)}} \cdot \sin\gamma = \frac{24{,}62 \cdot 19{,}71}{394{,}3} \cdot 0{,}9901 = 1{,}22''$$

(15) x = 44000 4500 4600 4700 4800 4900 5000 5100 5200 km

$k = \frac{2\,r^2}{\rho''}$ = 393,9 393,9 394,0 394,1 394,2 394,3 394,4 394,5 394,5

Rješenje:

1. Izračunamo na desnom stroju produkt dvaju faktora brojnika na pr
P_d (2) 24,62 i O (2) 19,71.

Dobivamo u R_d(4) 485,2602.

R_d ne brišemo! Sve drugo brišemo!

2. Zatim računamo na oba stroja ε:

Protusmjerno! [6]	0 (3) ostaje neopažen!
P_l(4) „+" 0,9901	P_d(1) „+" 394,3
R_l(7) 0,0 ((ε = 1,2188131))	R_d(4) 485,2602 (· · ·999,8769)

2. Primjer: Računanje redukcije dužine u G.—K. projekciji.

Zadano je: (16)

$$\begin{aligned} y_a &= +\,101{,}89\,\text{km} \\ y_b &= +\,113{,}60\,\text{km} \\ \hline y_a + y_b &= +\,215{,}49\,\text{km} \end{aligned} \qquad d \approx 16{,}24\,\text{km}$$

Traže se:

$$U_{cm} = S - d = -\frac{(y_a + y_b)^2 - y_a y_b}{K} \cdot d =$$

$$= -\frac{215{,}49^2 - 101{,}89 \cdot 113{,}60}{2439{,}8} \cdot 16{,}42 = -232\ \text{cm}$$

Rješenje:

Odredimo u R_d(4) $215{,}49^2$—101,89.113,60 = 34 861,2361.

Zatim računamo na oba stroja u:

Protusmjerno!	0 (3) ostaje neopažen
P_l(2) „+" 16,24	P_d(1) „+" 2439,8
R_l(5) 0,0 ((u = 232,05336))	R_d(4) 34861,2361 (0,0 ≈ · · · 998,9339

3. Primjer: Presjecanje unazad.

Zadano je: T_a (y_a x_a,) T_m (y_m x_m). T_b (y_b x_b) α i β

Traže se: T y_o x_o

Rješenje: Vidi formular.

a) Računamo na stroju koordinatne razlike.

Prvo izračunamo u R_l (7) $y_m - y_b$ i u R_d (7) $x_m - x_b$ i upišemo u formular a zatim u nastavku računamo u R_l (7) $y_m - y_a$ i u R_d (7) $x_m - x_a$, koje ne upisujemo u formular i u stroju ne brišemo!

Samo računanje — vidi isti zadatak G. L. 1—4 str. 38.

(16) Vidi primjer na strani 137

y_a	80633,00	x_a	63632,47	ctg α	+0,44931	α	$65^0\,48'\,19''$
y_b	83178,06	x_b	60963,79	ctg β	+0,10145	β	$84^0\,12'\,16''$
y_m	83255,96	x_m	64196,38	$K_1 = +(y_m - y_a) - (x_m - x_a)\ \mathrm{ctg}\,\alpha$ $K_2 = +(x_m - x_a) + (y_m - y_a)\ \mathrm{ctg}\,\alpha$ $-K_3 = -(y_m - y_b) - (x_m - x_b)\ \mathrm{ctg}\,\beta$ $-K_4 = -(x_m - x_b) + (y_m - y_b)\ \mathrm{ctg}\,\beta$ $a = K_1 + nK_2$			
$y_m - y_b$	+ 77,90	$x_m - x_b$	+ 3232,59				
$\frac{a}{m} = \Delta y_m$	× 8302,11	$\frac{a}{m} \cdot n = \Delta x_m$	× 7750,57	K_1	+2369,59	K_2	= 1742,43
$y_m + \Delta y_m = y_o$	81558,07	$x_m + \Delta x_m = x_o$	61946,95	$n = -\frac{K_1 - K_3}{K_2 - K_4}$	+1,32484	$m = -(n^2+1)$	−2,75520

Pozitivno!

Istosmjerno! 0 (2) 0,0 $y_m = 83255{,}96$

P_l (5) $n =$ „+“ 1,32484 P_d (5) $m =$ „—“ 2,75520

R_l (7) $x_m = 64196{,}38$ R_d (7) $a = 4678{,}0309 \cdots$

Okretanjem pretvorimo a u R_d (7) u nulu ($\approx 0{,}00\,44\,332$)

Dobivamo u R_l (7) $x_o = 61946{,}95 \ldots$ i u O (2) $y_o = 81558{,}07$, koji upisujemo u formular.

4. Primjer: Kombinirano množenje i dijeljenje.

$$x = \frac{14{,}85 \cdot 48{,}31 \cdot 7{,}46}{60{,}23 \cdot 52{,}31} = 1{,}699$$

Rješenje:

Računamo: $$\frac{14{,}85 \cdot 48{,}31}{60{,}23} = y$$

Istosmjerno! 0 (6) ostaje neopažen!

P_l (2) „+“ 14,85 P_d (2) „+“ 60,23

R_l (8) 0,0 (($y = 11{,}91106620$)) R_d (8) 0,0 (48,31000116)

Brišemo sve osim R_l!

Računamo: $$\frac{y \cdot 7{,}46}{52{,}31} = x$$

Protusmjerno![6] 0 (6) ostaje neopažen!

P_l (2) „+“ 52,31 P_d (2) „+“ 7,46

R_l (8) $11{,}911 \cdots$ (0,00002689) R_d (8) 0,0 (($x = 1{,}69864946$))

13. Množenje broja koji se nalazi u rezultatu R.

Zadatak:

Imamo u R_d c.

Treba izračunati produkt $a \cdot c = x$

Rješenje:

Produkt $a \cdot c$ prikazujemo u obliku proporcije:

$$\frac{a \cdot c}{1} = x$$

koju računamo na način rješavanja proporcije u slučaju kada se jedan od faktora brojnika nalazi u rezultatu, uzevši pri tome samo u obzir, da je nazivnik $b = 1$.

Primjer: Neprekidno računanje produkata od više faktora.

$$x = 4{,}38 \cdot 7{,}42 \cdot 2{,}576 \cdot 9{,}1 \cdot 6{,}74 = 5134{,}82$$

Rješenje: [9]

1. Odredimo množenjem na desnom stroju u R_d (4) $4{,}38 \cdot 7{,}42 = 32{,}49\,96$.

Brišimo sve osim R_d!

2. Ukopčamo P_l protusmjerno! (6)

Stavimo u P_l (3) 2,576, u Pd (o) 1. O (4) ostaje neopažen.
Negativnim okretanjem pretvorimo broj u R_d (4) u nulu.
Dobivamo u R_l (7) 32, 49 96 · 2,576 = 87, 71 89 696.
Brišimo sve osim R_l!

3. Stavimo u P_l (1) 1,0, u P_d (1) 9,1. O (6) ostaje neopažen.
Pozitivnim okretanjem pretvorimo broj u R_l (7) u nulu ($\approx$0, 000 006).
Dobivamo u R_d (7) 83,71 8969 . 9,1 = 761,8426 179.
Brišemo sve osim R_d!

4. Stavimo u P_l (2) 6,74, u P_d (2) 1,0. O (5) ostaje neopažen.
Negativnim okretanjem pretvorimo broj u R_d (7) u nulu ($\approx$ 0, 000 00 7!
Dobivamo u R_l (7) x = 761,84261 . 6,74 = 5134,8191914.
Predznak produkta određujemo naknadno po predznacima faktora.

14. *Računanje proporcije kada je jedan od faktora brojnika prikazan obliku diferencije. Dobivanje diferencije u rezultatu R.*

$$\frac{a\,(c - d)}{b} = x \qquad (1$$

$$\frac{a\,(c + d)}{b} = x \qquad (2$$

Izraz u zagradi druge proporcije prikazujemo kao algebarsku diferencij

$$\frac{a\,(c - (-d))}{b} = x \qquad (2'$$

Rješenje:

	$\left(\left(\frac{c-d}{b}\right)\right)$
a	b
((x))	d (c)

Suptrahend diferencije *d* stavimo u R_d.

Ako računamo po formuli (2), onda treba u R_d posta viti cpl *d*.

Stavimo u P_l *a*, u P_d *b*.

Ukopčavanje P_l određujemo prema predznacima *a* i *b* u P. (7) Ako su preć znaci isti, onda ukopčavamo istosmjerno, a kada su suprotni, tada protu smjerno. (6)

Okretanjem pretvorimo suptrahend *d* u R_d u minuend c. Ako je c nega tivan, onda treba *d* pretvoriti u cpl. c.

Dobivamo u R_l *x* izražen apsolutno, ako je on pozitivan, odnosno u dekad skoj dopuni ako je negativan. U O dobivamo kvocijent $\frac{c - d}{b}$ koji ostaj neopažen.

Na desnom stroju dijeljenjem odredili smo u O: kvocijent $\frac{c - d}{b}$ koje smo istovremeno pomnožili na lijevom stroju sa *a*.

Ako želimo dobiti kvocijent $\frac{c-d}{b}$ u O sa ispravnim predznakom (što
nače, kada on ostaje neopažen, nije potrebno), onda treba ukopčavanje O
odrediti prema predznaku broja b u P_d. Kada je b pozitivan, onda O ukopčamo pozitivno, a kada je b negativan, onda ukopčavamo negativno.

Diferenciju (c — d) možemo podijeliti i na taj način, što prethodno u R_d tavimo minuend c, kojega zatim pretvorimo u suptrahend d. U tom slučaju, kada su predznaci a i c u P isti, ukopčavanje P_l mora biti protusmjerno, a kada u predznaci suprotni, onda istosmjerno.

Želimo li i u ovom slučaju dobiti kvocijent u O sa ispravnim predznakom, onda moramo, u slučaju da je b u P_d pozitivan, ukopčati O negativno, a kada je b negativan, ukopčati O pozitivno!

1. Primjer: Kontrolno računanje stranice trokuta.

Zadatak:

$$a = \frac{\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)}{\sin\frac{1}{2}(\beta-\gamma)} \cdot (b-c) = \frac{+0{,}89008}{-0{,}28325}(193{,}02-261{,}82) = 216{,}20$$

Rješenje:

Protusmjerno! (6)	0 (3) ostaje neopažen
$P_l(5)\ \sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma) =$ „+" 0,89008	$P_d(5)\ \sin\frac{1}{2}(\beta-\gamma) =$ „—" 0,28325
$R_l(8)$ 0,0 ((a = 216,19598160))	$R_d(8)$ c = 261,82 (b = 193,01999125)

2. Primjer: Računanje trokuta primjenom tangens'ovog poučka.

Zadatak:

$$\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}(\beta-\gamma) = \frac{\mathrm{ctg}\,1/2\,\alpha}{(b+c)}(b-c) = \frac{+1{,}95279}{+454{,}84}(193{,}02-261{,}82) = -0{,}29538$$

Protusmjerno!(6)	0 (5) ostaje neopažen
$P_l(5)\ \mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2} =$ „+" 1,95279	$P_d(2)$ (b + c) = „+" 454,84
$R_l(10)$ 0,0	$R_d(7)$ b = 193,02

Okretanjem pretvorimo b u $R_d(7)$ u c ≈ 261,819 0984. Dobivamo u $R_l(10)$
ol $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}(\beta-\gamma) = 999{,}70\,462\,09\,846$. Konačno $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}(\beta-\gamma) = -0{,}29\,538$.

3. Primjer:

$$x = 46{,}78 - \frac{0.8357}{32.67}(354{,}29 + 71{,}845) = 35{,}88$$

Rješenje:

Protusmjerno!(6)	0 (4) ostaje neopažen
$P_l(4)$ „—'. 0,8357	$P_d(2)$ „+" 32,67
$R_l(8)$ 46,78 ((x = 35,87946348))	$R_d(6)$ · · · 9928,155 (354,289416)

15. *Rješavanje dviju jednadžbi sa dvije nepoznanice izjednačenjem bro jeva u rezultatu R.*

Zadatak :

$$y = a + c x$$
$$y = b + d x$$

Rješenje:

	((x))
c	d
a ((y))	b ((y))

Slobodne članove *a* i *b* stavimo u R.

Koeficijente c i *d*, kod nepoznanice *x*, stavimo u iznad odgovarajućih slobodnih članova.

Okretanjem izjednačujemo vrijednosti brojeva postavljenih u R, t. j. pre tvorimo *a* i *b* u iste brojeve. Taj izjednačeni broj bit će *y*. U O dobivamo

Na lijevom stroju izračunali smo u R_l neki broj Z = a + cx, a na desno u R_d isti broj z = b + dx (broj okretaja *x* za oba stroja je isti). Prema tom mora biti z = y.

Kod računanja treba se držati slijedećih pravila:

1. Negativne brojeve stavljamo i dobivamo u R i O izražene u dekad skoj dopuni.

2. Ukopčavanje P_l određujemo prema predznacima c i *d* u P(7). Ako s predznaci isti, onda ukopčavamo istosmjerno, a kada su suprotni — prot smjerno.(6)

3. Ukopčavanje O određujemo prema prednzaku *d* u P_d. Ako je *d* poz tivan, onda ukopčavamo pozitivno, kada je d negativan ukopčavamo negativn

4. Izjednačenje brojeva postavljenih u R_l i R_d vršimo izmjeničnim (poz tivnim i negativnim) okretanjem uz pomicanje kolica. Pri tome treba prati onaj broj u R, iznad koejga u P stoji po apsolutnoj vrijednosti veći koeficijen (t. j. onaj broj u R čija je promjena kod okretanja ručke veća), i treba nastojat da se taj broj što više približi broju u drugom R (t. j. broju čija je promjen kod okretanja ručke manja). Kada se u najvećoj mjeri postigne to približava nje brojeva, treba za definitivnu vrijednost nepoznanice y uzeti broj iz ono R, iznad kojega se u P nalazi po apsolutnoj vrijednosti manji broj.

1. Primjer:

$$y = 36,52 + 75,84\,x$$
$$y = 29,37 + 64,68\,x$$

Rješenje:

	Pozitivno!
Istosmjerno!	0 (5) 0,0 ((x = 999,35932))
P_l(2) „+" 75,84	P_d(2) „+" 64,68
R_l(7) 36,52 ((· · ·987,9308288))	R_d(7) 29,37 ((y = · · ·987,9308176))

Budući da je $|75,84| > |64,68|$, zato kod okretanja treba pratiti br 36,52 u R_l (7). Da bi se taj broj približio broju 29,37 u R_d (7) treba ga um njiti. Pošto je lijevi stroj ukopčan istosmjerno, zato okretanje mora bi negativno.

Ako, kod položaja kolica na 5 izvršimo jedan negativni okret, onda ćemo lobiti u R_l (7) 28,9..., a u R_d (7) 22,9.... Apsolutna razlika između ta dva roja je |6,0...|. Međutim kod položaja kolica na 6 jednim negativnim okreom dobivamo u R_l (7) 9999 60,6...., a u R_d (7) 9999 64,6... U ovom je slučaju apsolutna razlika |4,0...|. Ona je manja od pređašnje. Prema tome, prvo negativno okretanje treba izvršiti kod položaja kolica na 6.

Dakle računamo: k na 6 : 1 neg. okreti k na 5 : 4 poz. okr., k na 4 : 4 neg. okr.; k na 3 : 1 neg. okr.; k na 2 : 3 poz. okr.; k na 1 : 2 poz. okr.

Konačno:

$$y = \cdots 987{,}9308176 = -12{,}07 \text{ (iz } R_d)$$
$$x = \cdots 999{,}35932 = -0{,}64$$

2. Primjer: Presjecanje naprijed sa bazisa.

Zadano je:

T_a $y_a = 0{,}0$; $x_a = 0{,}0$ $\qquad \alpha = 63^0\,53'\,08''$; $\operatorname{ctg}\alpha = +0{,}49021$

T_b $y_b = 0{,}0$; $x_b = a = 45{,}486$; $\qquad \beta = 54^0\,32'\,51''$; $\operatorname{ctg}\beta = +0{,}71191$

Traže se:

T $y = 37{,}838$; $x = 18{,}549$

Rješenje:

$$x = a - \operatorname{ctg}\beta \cdot y = 45{,}486 - 0{,}71191 \cdot y$$
$$x = +\operatorname{ctg}\alpha \cdot x = +0{,}49021 \cdot y$$

Negativno!

Protusmjerno! (6) $\qquad$ 0 (3) 0,0 (($y = 37{,}838$))

P_l (5) $+\operatorname{ctg}\alpha =$ „+" 0,49021 $\qquad$ P_d (5) $-\operatorname{ctg}\beta =$ „—" 0,71191

R_l (8) 0,0 (($x = 18{,}54856598$)) $\qquad$ R_d (8) $a = 45{,}486$ ((18,54874942))

k na 5 : 4 neg. okr.; k na 4 : 2 poz. okr.; k na 3 : 2 poz. okr.; k na 2 : 4 neg. okr.; k na 1 : 2 poz. okr.

3. Primjer: Presjecanje naprijed po kutovima.

Zadano je:

T_a $y_a = 83178{,}06$, $x_a = 60963{,}79$, $\alpha = 45^0\,31'\,29''$, $\operatorname{ctg}\alpha = +0{,}98185$

T_b $y_b = 80796{,}50$, $x_b = 60358{,}23$, $\beta = 50^0\,08'\,05''$, $\operatorname{ctg}\beta = +0{,}83510$

Traže se:

T $y = 81557.83$ $\quad x = 61947{,}30$'1'

T $y = 81\,557{,}83$ $x = 61\,947{,}30$ (18)

Rješenje:

1. Računamo ordinatu y_p podnožne točke i apsisnu razliku Δx_p od podnožne do tražene točke.

$$y_p = y_a - \operatorname{ctg}\alpha \cdot \Delta x_p = 83178{,}06 - 0{,}98185 \cdot \Delta x_p$$
$$y_p = y_b + \operatorname{ctg}\beta \cdot \Delta x_p = 80796{,}50 + 0{,}83510 \cdot \Delta x_p$$

(18) Oznaka trokuta T, Ta, Tb u smjeru satne kazaljke.

Negativno!

Protusmjreno. (6) 0 (2) 0,0

P_l (5) + ctg β = „+" 0,83510 P_d (5) — ctg α = „—" 0,98185

R_l (7) y_b = 80796,50 R_d (7) y_a = 83178,06

Okretanjem izjednačimo brojeve u oba R: k na 6 : 1 neg. okr.; k na 5 : neg. okr.; k na 4 : 1 neg. okr.; k na 3 : 1 neg. okr.; k na 2 : 3 poz. okr.; k n 1 : 5 neg. okr.

Dobivamo u R_l (7) y_p = 81 891,10 732 50 i u u R_d (7) 81 891,1001 125, a O (2) Δx_p = 1310,75.

2. Računamo apscisu x_p podnožne točke i ordinatnu razliku Δy_p od podnc žne do tražene točke.

$$x_p = x_a + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \Delta y_p = 60963{,}79 + 0{,}98185 \cdot \Delta y_p$$

$$x_p = x_b - \operatorname{ctg}\beta \cdot \Delta y_p = 60358{,}23 - 0{,}83510 \cdot \Delta y_p$$

Pozitivno!

Protusmjerno! (6) 0 (2) 0,0

P_l (5) — ctg β = „—" 0,83510 P_d (5) + ctg α = „+" 0,98185

R_l (7) x_b = 60358,23 R_d (7) x_a = 60963,79

Okretanjem izjednačimo brojeve u oba R: k na 5 : 3 neg. okr.; k na 4 : neg. okr. ; k na 3 : 3 neg. okr. ; k na 2 : 3 neg. okr. ; k na 1 : 2 poz. okr.

Dobivamo u R_l (7) x_p = 60 636,5521 280 i u R_d (7) 60 636,55 90 320, a O (2) cpl Δy_p = . . . 999 666,72, što znači da je ordinatna razlika negativna

3. Računamo koordinate y i x tražene točke T:

$$y = y_p + \Delta y_p = 81891{,}11 - 333{,}28 = 81557{,}83$$

$$x = x_p + \Delta x_p = 60636{,}55 + 1310{,}75 = 61947{,}30$$

4. Primjer Presjecanje naprijed po smjerovima.

Zadano je:

T_a $y_a = 83178{,}06$, $x_a = 60963{,}79$, $\varphi_a = 301^0\,15'\,30''$, $\operatorname{tg}\varphi_a = -1{,}64741$

T_b $y_b = 80796{,}50$, $x_b = 60358{,}23$, $\varphi_b = 25^0\,45'\,56''$, $\operatorname{tg}\varphi_b = +0{,}47910$

Traže se:

T $y_o = 81557{,}82$, $x_o = 61947{,}30$

Rješenje:

Formule i tok računanja shematski prikazujemo ovako:

(R) R P (O) O

$$\begin{array}{ll} D & (m) = y_a + \operatorname{tg}\varphi_a\,((x_b) - x_a) \quad \operatorname{tg} \rightarrow \operatorname{ctg} \\ D & (y_o) = m + \operatorname{tg}\varphi_a\,((x_o) - x_b) \quad x \leftarrow y \\ L & (y_o) = y_b + \operatorname{tg}\varphi_b\,((x_o) - x_b) \quad \rightarrow \end{array}$$

Bez zagrade su označene vrijednosti, koje direktno stavljamo u stroj, a zagradama one vrijednosti, koje okretanjem unosimo u stroj, odnosno koje dobivamo kao rezultat računanja na stroju.

Kada je tangens po apsolutnoj vrijednosti vrlo velik, možemo računati po cotangens'u. U ovom slučaju treba svuda u formulama tangens zamjeniti cotangensom, y sa x i x sa y. Ova je zamjena prikazana simbolički s desne strane gornje sheme.

Samo računanje prema prikazanoj shemi bilo bi slijedeće:

1. Računamo na desnom stroju m:

Negativno!

0 (2) $x_a = 60963{,}79$

P_d (5) $\mathrm{tg}\,\varphi_a =$ „—" 1,64741

R_d (7) $y_a = 83178{,}06$

Okretanjem pretvorimo x_a u O (2) u $x_b = 60\,358{,}23$.

Dobiavmo u R_d (7) m = 84 175,66 55996.

Ništa ne brišemo!

2. Računamo na oba stroja zajedno $y_0\,x_0$:

	Negativno!
Protusmjerno! (6)	0 (2) $x_b = 60358{,}23$
P_l (5) $\mathrm{tg}\,\varphi_b =$ „+" 0,47910	P_d (5) $\mathrm{tg}\,\varphi =$ „—" 1,64741
R_l (7) $y_b = 80796{,}50$ (19)	R_d (7) m = 84175,6655996

Okretanjem izjednačimo brojeve u oba R: k na 6 : 2 neg. okr. ; k na 5 : 4 poz. okr. ; k na 4 : 1 poz. okr. ; k na 3 : 1 poz. okr. ; k na 2 : 1 neg. okr. ; k na 1 : 3 poz. okr.

Dobivamo u R_l (7) $y_0 = 81\,557{,}823\,4370$ i u R_d (7) 81 557, 815 7909, a u O (2) $x_0 = 61\,947{,}30$.

16. Dijeljenje diferencija načinom izjednačenja brojeva u rezulatu R.

Zadatak:

$$x = \frac{a - b}{c - d} \tag{1}$$

$$x = \frac{a + b}{c + d} \tag{2}$$

Brojnik i nazivnik druge jendadžbe prikazujemo kao algebarsku diferenciju:

$$x = \frac{a - (-b)}{c - (-d)} \tag{2'}$$

Jednadžbu (1) možemo napisati ovako:

$$a + c(-x) = b + d(-x)$$

odnosno u obliku dviju jednadžbi sa dvije nepoznanice:

$$\left.\begin{aligned} r &= a + c(-x) \\ r &= b + d(-x) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

(19) Na stroju »Brunsviga« i »Thales«, unašanje zadanih veličina u lijevi stroj, možemo izvršiti istovremeno sa unašanjem u desni stroj . U tom slučaju lijevi stroj, za vrijeme računanja m na desnom stroju, mora biti iskopčan.

Ove jednadžbe rješavamo na isti način i po istim pravilima, kao što smo prikazali u predašnjem slučaju, samo s tom razlikom, što u O dobivamo x sa suprotnim predznakom, t. j. negativne vrijednosti izražene apsolutno, a pozitivne u dekadskoj dopuni.

Međutim rezultat x možemo dobiti u O i sa ispravnim predznakom. U tom slučaju, kada je d u P_d pozitivan, treba O ukopčati negativno, a kada je d negativan, O ukopčati pozitivno.

U slučaju računanja po jednadžbi (2), treba b i d uzeti sa negativnim predznacima.

Kod postavljanja brojeva u stroj treba pamtiti, da brojevi u brojniku dolaze u R, a brojevi u nazivniku u P i to: minuendi u jedan (na pr. lijevi), a suptrahendi u drugi (na pr. desni) stroj.

Na isti način možemo računati izraz:

$$\frac{a}{c \mp d} = x$$

uzevši samo u obzir, da je prema jednadžbi (1), odnosno (2) b jednak nuli.

1. Primjer:

$$x = \frac{368{,}69 - 305{,}18}{8014{,}42 - 7962{,}31} = +\,1{,}21877$$

Rješenje:

	Negativno!
Istosmjerno!	0 (5) 0.0 ((x = 1,21877))
P_l(2) „+" 8014,42	P_d(2) „+" 7962,31
R_l(7) 368,69 ((990600,9553366))	R_d(7) 305,18 ((990600,9554413))

Da bi se brojevi u R izjednačili, treba broj 368,69 smanjiti. Budući da je lijevi stroj ukopčan istosmjerno, to okretanje mora biti negativno. Prvo negativno okretanje, kod položaja kolica na 6, daje u R_l (7) 992 354,2 . . . i u R_d (7) 992 342,8 . . . Apsolutna razlika između ta dva broja je |11,4 . . .|. Međutim, kod položaja kolica na 5, dobili bi prvim negativnim okretom u R_l (7) 999 567,2 . . . i u R_d (7) 999 508,9 . . . Apsolutna razlika je |58,3 . . .|. Kod položaja kolica na 7 dobili bi u R_l (7) 920 224, 4 . . . i u R_d (7) 920 682, 0 . . . Ralzika je |457, 6 . . .|. Prema tome, prvo negativno okretanje treba izvršiti kod položaja kolica na 6.

Dakle računamo: k na 6 : 1 neg. okr.; k na 5 : 2 neg. okr.; k na 4 : 2 neg. okr.; k na 3 : 1 poz. okr. i k na 2 : 2 poz. okr. k na 1 : 3 poz. okr.

Budući da je broj u P_d pozitivan, a ukopčali smo O negativno, zato smo rezultat x dobili u O sa ispravnim predznakom.

2. Primjer: Računanje smjernog kuta stranice.

Zadano je:

$$T_b \; y_b = 82160{,}58 \qquad x_b = 63435{,}42$$
$$T_a \; y_a = 79584{,}31 \qquad x_a = 64762{,}56$$

Traže se:

$$\operatorname{tg} \nu_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{82160{,}58 - 79584{,}31}{63435{,}42 - 64762{,}56} = -\,1{,}94122; \nu_a^b = 117^0\,15'\,17''$$

Kontrola:

$$\operatorname{ctg} \nu_a^b = \frac{x_b - x_a}{y_b - y_a} = \frac{63435,42 - 64762,56}{82160,58 - 79584,31} = -0,51514; \nu_a^b = 117^0\,15'\,18''$$

Rješenje:

	Negativno!
Istosmjerno!	0 (5) 0,0
P_l (2) x_b = „+" 63435,42	P_d (2) x_a = „+" 64762,56
R_l (7) y_b = 82160,58	R_d (7) y_a = 79584,31

Okretanjem izjednačujemo brojeve u oba R_l k na 6 : 2 poz. okr.; k na 5 : 1 neg. okr. ; k na 4 : 4 poz. okr. ; k na 3 : 1 poz. okr. ; k na 2 : 2 poz. okr. ; k na 1 : 2 poz. okr.

Dobivamo u R_l (7) 205 302, 686 0124 i u R_d (7) 205 302, 686 7232, a u O (5) : cpl $\operatorname{tg}\gamma_a^b$ = ... 998,05878. To znači da je on negativan.

Kvadrant, u kojem se kut nalazi, određujemo iz slijedeće tablice:

Kvadrant	$\operatorname{tg} \nu_a^b$	Ordinate
I	+	$y_a < y_b$
II	—	
III	+	$y_a > y_b$
IV	—	

Kontrolno računanje:

	Negativno!
Istosmjerno!	0 (5) 0,0
P_l (2) y_b = „+" 82160,58	P_d (2) y_a „+" 79584,31
R_l (7) x_b = 63435,42	R_d (7) x_a = 64762,56

Okretanjem izjednačujemo brojeve u oba R: k na 5 : 5 poz. okr. ; k na 4 : 2 poz. okr.; k na 3 : 5 neg. okr.; k na 2 : 1 poz. okr.; k na 1 : 4 poz. okr.

Dobivamo u R_l (7) : 105 759, 621 1812 i u R_d (7) 105 759, 621 4534, a u O (5) cpl ctg V_a^b = ... 999, 48 486. To znači da je on negativan.

LITERATURA

1. Herrmann, Geodätische Berechnungen mit der Doppelrechenmaschine Thales-Geo. Rastatt in Baden.

2. Schieferdecker, Geodätisches Rechnen auf Brunsviga-Rechenmaschine Doppel 13z. 2 Aufl. Braun schweig 1949.

3. Wachendorf — Schrader, Allgemeine mathematische Berechnungen auf Brunsviga-Doppelrechenmaschinen, Braunschweig 1951.

4. Wittke, Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik Beerlin-Grunewald 1943.