

## Prijevodi iz strane stručne literature

Dr. Karl Brocks — Hamburg

### Meterološka pomagala za geodetsko mjeranje visina\*

Naslov originala: Meteorologische Hilfsmittel für die geodätische Höhenmessung Zeitschrift für Vermessungswesen, 1950, Heft 3—5. Dozvolom autora preveo Prof. Ing. S. Cimerman, Zagreb

**Résumé.** Rezultati nekih radova o problemu poboljšanja geodetskog mjerenja visina meteorološkim metodama, koji je problem ponovo postao aktualan uslijed napredka meteorologije.

1. Izvode se oblici zrake svjetlosti za normalno temperaturno uslojavanje, i daju se formule za proračunavanje refrakcije, sa meteorološkog polja, a za svrhe trigonometričkog mjerenja visina.

2. Saopćavaju se dugogodišnje srednje vrijednosti koeficijenta refrakcije za različite razdaljine od tla i različite dobe dana.

3. Pomoću istodobnih obostranih mjerenja z nitnih udaljenosti u Chiemgauer Alpama, a spojeno s avionskim uzlijetima, povrh Münchena dokazuje se, da se može postići znatno poboljšanje trigonometričkog mjerenja visina pomoću meteorološkog proračunavanja refrakcije iz aeroloških mjerenja.

4. Iznose se dnevna i godišnja kolebanja nivelitičke refrakcije kako su dobivena iz višegodišnjih meteoroloških opažanja. Srednja nivelitička refrakcija je jednoznačno dana visinom sunca, a njom uzrokovano sistematsko kvarenje preciznog nivelmana je prilično. Samo u jednom malom dijelu dolazi ovo kvarenje do izražaja u konačnoj pogrešci nivelmana, najme samo u koliko postoje razlike:

- a) u prosječnoj visini sunca kod koje se mjerilo uzduž pojedinog dijela pruge;
- b) u uvjetima vremena za vrijeme provođenja mjerenja i
- c) u strmini nivelacionog puta u toku vlaka.

Ukupni iznos kvarenja se može saznati samo ako se znade gustoća zračnih slojeva.

Daju se formule za proračunavanje nivelitičke refrakcije. Njezino pronalaženje je moguće modernim meteorološkim metodama opažanja, i neizbježno je kako se čini, da se u novom preciznom nivelmanu uzme u obzir.

Postoji veliki broj geofizikalnih problema, kod kojih je značajno određivanje točne visinske razlike točaka na zemljinoj površini. Bilo da se radi o ustanovljavanju istinitog oblika zemlje, ili o pronalaženju odklona težišnice i njezine ovisnosti o raspodjeli masa, ili o utvrđivanju pokreta zemljine kore, koje bi naročito na obali moglo biti od praktičnog znanja, ili o pronalaženju topografije površine mora u blizini obale i za to potrebnih mjerenja istaknutih vodomjera sa svojim značenjem za oceanografske probleme ili pak za normalno mjerenje, uvijek su zrake svjetlosti one koje služe kao sredstvo mjerenja, uvijek one prolaze kroz atmosferu, u njoj budu lomljene i otklanjaju se tako od geometrijske spojnice između dotičnih točaka. Kut između zrake svjetlosti u točki opažanja i ove direktne spojnice označuje se kao terestička refrakcija, a pošto je atmosfera medij sa prostornim i vremensko promjenljivim indexom loma, dolazi do toga da zrake poprimaju najrazličitije oblike i više ili manje nepravilno amo tamo kolebaju, tako da je veličina terestičke refrakcije neodređena.

Uslijed toga ne može biti kod mjerenja visina iskorištena visoka točnost geodetskih instrumenata i moralo se, među ostalim, iz tog razloga već pred mnogo desetljeća, u slučaju točnog mjerenja visina odreći iskorištenja dugačke zrake svjetlosti. Na mjesto udobnog i jeftinog trigonometrijskog mjerenja visina nastupio je precizni nivelman u kojem se samo vrlo kratke, većinom 50 m duge, zrake polažu jedna do druge, u nadi da je njihovo kolebanje i utjecaj refrakcije tako maleno, da se može zanemariti.

Ima međutim čitav niz slučajeva, u kojima se nije moguće odreći trigonometrijskog mjerenja visina: mjerenje visina u brdima, ili uglavnom u ne-

\*) Prema jednom predavanju, koje je bilo održano 2. IX. 1949. u Claustal-u na godišnjem zasjedanju Geofizičkog društva.

prohodnim i neizgrađenim predjelima, premoštenje morskih tjesnaca i spoj otoka s kopnom spada ovamo; a zacijelo će biti refrakcija također jednom važna za moderne postupke mjerenja, kao što su triangulaciju sa visokim ciljevima ili mjerenje s radarom.

Dalje se pak nameće pitanje kod preciznog nivelmana, radi velike blizine zraka prema tlu, nije li ipak lom zraka također ovdje u nekoj mjeri uzrok da premašuje preostale izvore pogrešaka.

Tako je došlo, da je ponovo uzet u diskusiju refrakcioni problem, i to ga R. Finsterwalder<sup>1), 2)</sup> obrađuje obzirom na učinak refrakcije u trigonometrijskom mjerenju visina, a T. I. Kukkamaki, obzirom na nivelitičku refrakciju (kako je on označio). Osobito zbog razvoja meteorologije kao znanosti sredstva u kojem zraka prolazi, čini nam se da je danas pohvalno ovo pitanje nanovo ispitati, ne bi li se dobila meteorološka sredstva za geodetsko mjerenje visina. O rezultatima niza radova na tom pitanju trebalo bi ovdje biti u kratko izvješteno, kako je bilo na drugom mjestu već raspravljano, o teoretskim osnovama o opažanim srednjim kolebanjima i razilaženjima refrakcije u zemljinoj atmosferi<sup>3), 5), 6)</sup>

Ako s enetko obraća ovom pitanju kao meteorolog, a ne treba ovdje prešutiti, da se to događa uz oklijevanje, jer se pri tome zapravo mora udaljiti od centralnih problema današnje meteorologije — onda se nađe pred mnogim problemima. Ovdje će biti ukratko govora o četiri od ovih problema.

1. Oblik zrake svjetlosti i izračunavanje refrakcije u normalnoj atmosferi, to znači u slojevima atmosfere sa konstantnim vertikalnim temperaturnim gradijentom.

2. Srednje mjesečne vrijednosti zakrivljenosti zrake svjetlosti za svaki sat u danu u donjih 500 m atmosfere počevši od 2,5 cm udaljenosti tla pa na više, iz meteorološkog opažачkog materijala, koji danas predleži.

3. Izračunavanje terestičke refrakcije za trigonometrijsko mjerenje visina iz istodobno provedenih aeroloških mjerenja.

4. Problem refrakcije u preciznom nivelmanu u svjetlu najnovijih meteoroloških saznanja. Nadalje će biti spomenuto da smo se mi od Geofizičkog Instituta Univerziteta u Hamburgu, radi našeg interesa obratili pitanju refrakcije u najdonjih 10 m atmosfere iznad mora i morske površine uzgibane u izvjesnoj mjeri uslijed plime i osjeke. U vezi s tim bio je poduzet u augustu 1949. jedan veći pothvat u području Watten mora (pličina, Plitko more, op. prev.) na zapadnoj obali Schleswig-Holstein između sjevernog kupališta Büsum i ušća Elbe. Ovdje su bile izmjerene, uz istovremena mjerenja na drugim zrakama s različitim položajem prema obali, istovremene, obostrane zenitne udaljenosti, u nizu dana između Hallig Trischen i Westmole Büsum, (udaljenost 14,4 km) u suradnji sa Dipl. Ing. R. Dolezal-om koji je također putem Watten nivelmana ustanovio točnu visinsku razliku između obih opažачkih točaka, tako da je refrakcionu vrijednost bilo moguće odrediti. Istovremeno je bilo izmjereno temperaturno uslojavanje na Trischenu, a iznad vode u donjih 10 m atmosfere iz čamaca. Materijal dopušta među ostalim puna razjašnjenja u pogledu upliva doba (s obzirom na plinu i osjeku) na kolebanja zrake svjetlosti i sve s time ovisne probleme koji se mogu očekivati.

Treba da bude početo s prvom od spomenutih točaka, posebno je o tome izvješćeno na navedenom mjestu.<sup>6)</sup>

### 1. Zakrivljenosti zrake svjetlosti i izračunavanje refrakcije u normalnoj atmosferi.

Radi se ovdje o temeljnom problemu terestričke refrakcije, bez čijeg rješenja nema nikakve svrhe obraćati se težim pitanjima, naime radi istraživanja oblika zrake svijetla u normalno uslojenoj atmosferi. Doduše mora se kao normalnu atmosferu smatrati prema meteorološkim iskustvima atmosferu s konstantnim temperaturnim vertikalnim gradijentom, koja se također označuje kao »politropna« atmosfera, jer obzirom na okoliš i blizinu tla atmosfera se sastoji većinom iz slojeva s konstantnim vertikalnim temperaturnim gradijentom.

Pa niti o ovom jednostavnom pitanju ovisnosti građe normalne atmosfere s oblikom zrake svjetlosti, ne postoji do danas jasno shvaćanje. Helmholtz pretpostavlja, da zakrivljenost zrake svjetlosti i njezini diferencijalni konfijenti po visini su konačni i neprekidni; Jordan polazi kod izvoda svoje poznate formule za izračunavanje refrakcije sa stanovišta, da se zraka svjetlosti može prikazati jednadžbom trećeg stepena: koliko su ova shvaćanja ispravna, za tim se do danas nije sistematski išlo.

Za normalnu atmosferu je to razmjerno jednostavno. Kod zanemarivanja vlažnosti zraka, koja u većini slučajeva, osim u neposrednoj blizini tla, ima samo veoma mali utjecaj na refrakciju, — što se u posebnim slučajevima također ne smije zanemariti — postoji jednostavni odnos između zakrivljenosti zrake svjetlosti i meteoroloških elemenata za horizontalnu zraku.

$$\kappa = 5.03 \frac{p}{T^2} (3.42 - \gamma) \quad ; \quad \gamma = - \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1)$$

Pritom je  $\kappa$  u jedinicama zakrivljenosti zemlje izražena zakrivljenost zrake svjetlosti u dotičnoj točki, tako zvani lokalni konfijent refrakcije. U faktoru 5,03 nalazi se radius zemlje (u hektometrima), normalna vrijednost zračnog tlaka i temperatura zraka i  $k$  tome pripadajuća normalna vrijednost eksponenata loma zraka, računata za Na-D-crtu, te eksponenta loma zraka u času mjerenja, i radi posljednjeg je faktor potpuno neznačajno (osim ovdje navedenih konstanti) s prostorom i vremenom promjenljiv. Tlak zraka  $p$  je umbar, temperatura  $T$  u apsolutnim stupnjevima, vertikalni temperaturni gradijent (pozitivan kod opadanja temperature s visinom) je izmjeren u  $^{\circ} \text{C}/100 \text{ m}$ .

Ako se u meteorologiji poznati odnos između tlaka zraka i temperature zraka u politropskim atmosferama uvrsti u ovu jednadžbu, dobije se slijedeća visinska funkcija zakrivljenosti zrake svjetlosti.

$$\kappa = \kappa_0 \left( 1 - \frac{\gamma}{T_0} z \right)^{\frac{3.42}{\gamma} - 2} \quad (2)$$

U ovoj jednadžbi  $\kappa_0$  znači zakrivljenost horizontalne zrake, a  $T_0$  temperaturu zraka u točki na kojoj se opaža (o horizontalnim razlikama zračnog tlaka i temp. razlika ne treba voditi računa),  $z$  znači izmjerenu visinu od stajališta u odgovarajućem mjerilu vertikalnog temperaturnog gradijenta u hektometrima. (Prema gore pozitivna).

Poblize promatranje ove jednadžbe omogućuje uvid u zavisnost između oblika zrake svijetla i meteorološkog polja. Za vertikalni temperaturni gradijent

$\gamma = 3,42^{\circ}/100$  m, kod kojeg, kako je u meteorologiji poznato, jer gustoća zraka s visinom ostaje konstantna, iščezava refrakcija. Ova vrijednost će biti postignuta samo u blizini tla kod istovremene jake visinske promjenljivosti temperaturnog gradijenta. Kad temperaturni gradijent postane još veći, nastupa slučaj negativne zakrivljenosti zrake svijetla, kod koje je zraka svjetlosti savita nasuprot zakrivljenosti zemlje i nastupa prividno umanjenje izmjerenih visinskih razlika, nasuprot za normalno (kod pozitivne refrakcije) prividno povećanje istih. Ove negativne refrakcione vrijednosti nastupaju pravilno u blizini tla, i to u Evropi, o podne, u sredini, unutar kojih 7 m debelih slojeva — kod nenaoblačenog neba, odgovarajućeg istežanja (poblize vidi <sup>6)</sup>), dakle se tiču osobito refrakcije u nivelmanu, ali utječu i na terestričku refrakciju.

Kod temperaturnog gradijenta

$\gamma = 1,71^{\circ}/100$  m je zakrivljenost zrake svjetlosti, kako pokazuje formula (2), u svakoj točki atmosfere jednaka onoj u tu točki opažanja. U ovom slučaju su dakle zrake svjetlosti kružno zakrivljene. U meteorologiji je poznata činjenica, da jedan temperaturni gradijent od oko  $1^{\circ}/100$  m tzv. »adiabatski« temperaturni gradijent, u slobodnoj atmosferi prikazuje gornju graničnu vrijednost, koja praktički ne može biti prekoračena, jer tada nastupa labilitet i prevrtanje zračnih slojeva. Samo u blizini tla bit će ova vrijednost prekoračena, a u donjim hektometrima atmosfere, dakle u području koje je od naročitog značenja za trigonometrijsko mjerenje visina, bit će ona približno postignuta kod usijavanja. Kroz to imamo razjašnjenje za geodetsko iskustvene činjenice, da je postupak određivanja refrakcije s istovremenim obostranim mjerenjima zenitnih udaljenosti, koji počiva na shvaćanju o kružnoj zakrivljenosti zrake svjetlosti, najbolje je primjenljiv oko podne. Oko tog vremena je odstupanje stvarnog temperaturnog gradijenta od vrijednosti  $1,71^{\circ}/100$  m kod usijavanja najmanje.

Kod temperaturnog gradijenta

$\gamma = 1,14^{\circ}/100$  m je zakrivljenost zrake svjetlosti linearna funkcija visine. To znači, kod ove vrijednosti je pretpostavka koju Jordan uzima za izvod svoje refrakcione formule ispunjena. Jordan izračunava konfijecijent refrakcije  $k$  jedne zrake iz zakrivljenosti zrake na stajalištu i onoga na cilju prema jednadžbi

$$k = \frac{2 \kappa_1 + \kappa_2}{3},$$

i pokazalo se, također kod ove metode izračunavanja refrakcije, da su pogreške oko podneva najmanje. Tako nalazi ovo geodetsko iskustvo sada i svoje meteorološko razjašnjenje, premda način Jordanovog računanja vertikalnog temperaturnog gradijenta iz opažanja temperature na stajalištu i na cilju kod toga igra neku ulogu, (vidi opasku dalje dolje) — jer temperaturni gradijent  $1,14^{\circ}/100$  m već leži upravo blizu one vrijednosti koja se pravilno postiže u podne u donjim hektometrima atmosfere kod usijavanja.

Tako se dobiva za svaki temperaturni gradijent jedna dobro definirana funkcija zakrivljenosti zrake svjetlosti, t. j. točni uvid u oblik zrake svjetlosti u politropskim atmosferama, i mi vidimo, da će ova s manjim postojećim temperaturnim gradijentom biti prikazana polinomom uvijek višeg stepena.

S time imamo osnovu za računanje terestričke refrakcije u politropskim atmosferama. Ako označimo refrakcioni koeficijent  $k$  koji ulazi u poznatu jednadžbu za visinsku razliku  $H$  dviju točaka udaljenosti  $s$  i izmjerene zenitne

$$H = \left(1 + \frac{H_m}{r}\right) s \operatorname{ctg} \zeta + \frac{1-k}{2r} s^2 \operatorname{cosec}^2 \zeta, \quad (3)$$

$r$  radius zemlje  $H_m$  sr. visina udaljenost  $\xi$  (bez obzira na otklon težišnice) kao djelujući koeficijent refrakcije, u suprotnosti s lokalni konfijentom refrakcije (zakrivljenost zrake svjetlosti u nekoj točki) i uvedemo izvjesna dozvoljena pojednostavljena, onda dobivamo iz Fearnleyeve refrakcione formule s jednadžbom (2) poslije integracije i razvijanja u red ovaj odnos.

$$k = \kappa_0 \left[ 1 - \frac{1}{3} (3.42 - 2\gamma) \frac{H}{T_0} + \frac{1}{12} (3.42 - 2\gamma) (3.42 - 3\gamma) \frac{H^2}{T_0^2} - \frac{1}{60} (3.42 - 2\gamma) (3.42 - 3\gamma) (3.42 - 4\gamma) \frac{H^3}{T_0^3} \pm \dots \right] *$$

Ova formula daje u većini slučajeva već s linearnim članom dovoljno točno refrakciju (t. j. točnije od njezine optimalne točnosti; vidi pod 5), za veliku visinsku razliku i mali temperaturni gradijent mora se posegnuti za kvadratnim članom, no često je meteorološko polje tako netočno poznato, da ove razlike ostaju unutar granice pogrešaka. U jednadžbi (4) nalazi se već unutra tražena visinska razlika, koju je lako sukcesivnim postupkom računanja naći. Ako na pr. na jednoj ekspediciji u bregove visine budu određene trigonometričkim postupkom, može se ovom formulom uz meteorološke vjerojatne pretpostavke o meteorološkom polju i njegovoj nesigurnosti procijeniti refrakcija i njezina vjerojatna vrijednost pogreške pomoću jednadžbe (4). Do vrlo točnih podataka ne može se doduše doći na ovaj način, ali još je uvijek bolje tako, nego da se stvori bilo koje meteorološki nefundirano mišljenje o refrakciji; primjeri su dati pod 5).

Time je riješen problem računanja refrakcije za zračne slojeve s konstantnim vertikalnim temperaturnim gradijentom. Kod kompliciranijeg atmosferskog uslojavanja pomagali smo si do sada s približnim formulama, koje su bile razvijene u <sup>9)</sup> iz Farnleyeve refrakcione teorije. Tamo dane formule za način postepenog računanja aktuelnog refrakcionog koeficijenta iz prostornog meteorološkog polja može se dati u još općenitijem obliku

$$k = \sum_{\nu=1}^n \frac{2 \cdot \Delta s_{\nu} (s - s_{\nu}) - \Delta s_{\nu}^2}{s^2} \kappa_{\nu} \quad (5)$$

ovdje znači  $\kappa_{\nu}$  srednji lokalni koeficijent refrakcije zrake u odsječku zrake  $\Delta s_{\nu}$  koji je udaljen za dužinu  $s_{\nu}$  od točke opažanja;  $s$  je dužina zrake.

\*) Ovdje je vis. razlika  $H$  izražena u hektometrima.

Slijedeća zadaća je također naći, što je moguće jednostavnije formule za slučajeve kompliciranijeg uslojavanja. Na drugom mjestu izvedene, srazmjerno jednostavne zakonitosti temperaturnog uslojavanja u području blizine zemlje dozvoljavaju, opravdano nadati se, da bi u najmanju ruku, za djelovanje slojeva smetnje u blizini tla mogle još vrijediti zatvorene formule. U slučajevima nepostojanosti meteorološkog polja, koji također nastupaju, trebat će se svakako uvijek ograničiti na brojčane približne metode.

## 2. Srednje vrijednosti refrakcije iz meteoroloških opažanja

Nakon što su u posljednjim decenijama bila provedena, u različitim mjestima Evrope, brižljiva registriranja zračne temperature i vertikalnog temperaturnog gradijenta u raznim visinskim slojevima od neposredne blizine tla (u razmaku od zemlje 2,5 cm) do kojih 300 m visine, mogu se za ovo područje publicirati kratko sažeto, radovi dnevnog i godišnjeg hoda temperaturnog slojevanja<sup>7, 8)</sup>. Radi se kod toga većinom o vrlo točnim mjerenjima s aspiracionim električnim instrumentima i minutnim registriranjima provedenih kroz više godina. Iz registriranja bile su pronađene srednje vrijednosti za pune satove pomoću dvadeset opažanja oko tog termina (dakle u odsječku vremena od 10 minuta prije do 10 minuta poslije punog sata), i aritm. sredinom ovih vrijednosti dobiven je srednji dnevni niz svakog mjeseca, koji je publiciran, istovremeno također za izabrane vedre i naoblačene dane juna i decembra.

Na bazi ovih publikacija poduzeli smo računanje srednje vrijednosti refrakcije svakog mjeseca za 24 dnevna sata u 12 različitim visinskih slojeva između 0,025 i oko 300 m razmaka od tla, a iz toga sastavljene tabele refrakcije za 44 različita visinska sloja od 0,1 do 500 m visinske razlike od tla u razmacima od 10—10 cm u najdonjim, a od 50—50 m u najgornjem području.

Nije moguće ovaj novi materijal ovdje pobliže reproducirati, to će slijediti na drugom mjestu. Kao primjer treba uzeti samo nekoliko srednjih godišnjih vrijednosti refrakcije za 06<sup>h</sup> i 12<sup>h</sup> — termin, i to u obliku srednjih vrijednosti slojeva, kako ih se iz tablica lako može izračunati.

Da bi se već ovdje dao uvid u veličinu refrakcije u području preciznog nivelmana, u tabelu je također uzeta visina 1,2 m. Vidi se, kako ovdje s debljinom slojeva također refrakcija u toku dnevnog hoda mijenja svoj predznak; za vrijeme isijavanja su zrake prema gore, za vrijeme usijavanja prema dolje savijene, i to za iznose koji odgovaraju veličini reda zakrivljenosti zemlje.

Vidi se nadalje, da također u većim razmacima od tla visinska funkcija zakrivljenosti zrake oko 06 i oko 12 sati pripada potpuno različitim tipovima. Jutrom se povećava zakrivljenost zrake proporcionalno s rastućim razma-

Razmak od tla	Koeficijent refrakcije	
	06 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>
1,2 m	0,7	—1,3
1,5—20 m	0,33	—0,18
20—100 m	0,24	0,15
100—250 m	0,22	0,16
250—500 m	0,21	0,16
1,5—250 m	0,23	—0,14

Tab. 1. Srednje godišnje vrijednosti zakrivljenosti zrake svjetlosti (u jedinicama zemljine zakrivljenosti) u raznim slojevima iznad ravnica u zapadno i srednjoj Evropi.

kom od tla, popodne naprotiv prelazi ona s rastućom visinom ponajprije od negativne k pozitivnoj vrijednosti i raste do visine od oko 500—700 m, da bi tek s većim razmakom od tla, koji u našoj tabeli nije obuhvaćen, opet opadala — odgovarajući općem opadanju tlaka u visini. Za trigonometričko mjerenje visina važna je činjenica, da se refrakcija u visinskom području svog maksimuma, to znači često iznad nekoliko stotina metara debelog sloja, mijenja samo vrlo malo s visinom. Za računanje refrakcije u brdima djeluje ovo povoljno.

Svrha ovih refrakcionih tablica trebala bi u prvom redu biti, da svakom onom koji se bavi terestričkom refrakcijom dađe uvid u veličinu zakrivljenosti zrake kakova je za očekivati na temelju višegodišnjih meteoroloških opažanja iznad travom obraslih ravnica u različitim visinama za različito dnevno i godišnje vrijeme i kod raznovrsnih vremenskih prilika (vlažnost zraka je također ovdje zanemarena).

Za neposrednu redukciju geodetskih nizova mjerenja tablice nisu bez daljnega prikladne. One ipak mogu dati smjernice o vjerojatnim vrijednostima refrakcije i predstavljaju toliko više napredak nasuprot onoj, u geodeziji različito korištenoj, srednjoj vrijednosti koeficijenta refrakcije 0,13. Naša podnevna godišnja srednja vrijednost, za sloj 1,5—250 m, od 0,14 leži uostalom u blizini ove dosada upotrebljavane vrijednosti. Ako se uzme u obzir, da se naše refrakcione tablice baziraju na tlaku zraka od 1000 mb, a za manje vrijednosti tlaka, t. j. u skoro svim slučajevima, u kojima površina leži više od nivoa mora, mora biti množeno s odgovarajućim faktorom koji je manji od 1, a koji odgovara stvarnom tlaku zraka; ako se dalje promisli, da su u našim srednjim vrijednostima sadržani također i zimski mjeseci s većom vrijednosti refrakcije, koji ne igraju nikakvu ulogu za period normalnog geodetskog opažanja, onda nalazimo ovdje grubu geodetsku približnu vrijednost refrakcije također potvrđenu našim materijalom.

Za dovoljno točno određivanje refrakcije u pojedinom slučaju ne dostaju tablice. Ovdje možemo mi sami za vrijeme geodetskih opažanja nastaviti provedena meteorološka i aerološka mjerenja kao osnovu određivanja refrakcije.

### 3. Računanje refrakcije u brdima iz meteoroloških opažanja

Metoda računanja refrakcije iz meteorološkog polja bila je ispitana pomoću jednostranih opažanja zenitnih udaljenosti na zrakama dužine 3—42 km na visinskom opservatorijumu »Hoher Sonnblick« (3106 m) u Hohen Tauern u godini 1937. Budući da nikakva aerološka sondiranja nisu stajala na raspolaganju, bio je u tom upotrebljen — u meteorologiji već različito iskušan — postupak upotrebe indirektna aerologije (upotreba mjerenja tlaka i temperature u okolici područja opažanja položenih brdskih opservatorija za pronalaženje vertikalnog temperaturnog gradijenta itd.). Na Hoher Sonnblick-u bila je za spomenute vizure u visokim brdima postignuta točnost računanja refrakcije od  $\pm 1/20$  (u nepovoljnom slučaju).

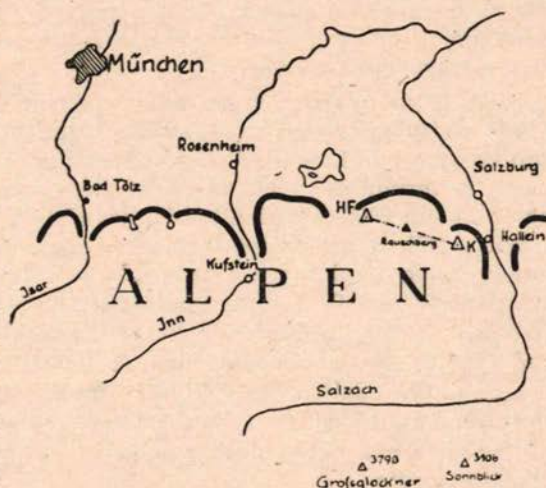
Postupak je imao dva nedostatka: prvo moralo se, kod obrađivanja opažanja meteoroloških brdskih stanica, prilično podataka odbaciti\*. Ovo je doduše s meteorološkog gledišta vjerojatno (radi mjesnih iskrivljenosti tempe-

\* Na ovoj točki započela je stoga kritika u raspravi rada E. Pinkwarta (Z. f. V. 72, 1943., str. 20—23). Pri tome se spomenula metoda mjerenja temperature na opažalčkoj točki i cilju koju je već upotrebio Bauernfeind, a pomoću koje su bili različito izračunati temperaturni gradijenti. Ovdje treba primi-

raturnog polja) i mora se poduzeti, ali otežava upotrebu postupka u geodetskoj praksi, jer meteorološka opažanja moraju biti kritički iskorištena. Osim toga ne će se moći uvijek u kompliciranijim slučajevima zračnog slojevanja pronaći meteorološko polje indirektnim putem, a u drugim slučajevima može biti otežano lokalnim specifičnostima. Drugi nedostatak ležao je u tome, što visinske razlike između opažačke točke i cilja nisu bile točno poznate, tako da se nije moglo točno kontrolirati izračunate vrijednosti refrakcije. Indirektna kontrola je bila moguća pomoću uporedjenja opažanja u različitim danima, pa među ostalim proizlazi iz toga data točnost. Ovi nedostaci bili su u pomanjkanju većih financijalnih sredstava svjesno prihvaćeni (vidi <sup>9)</sup> str. 59), da bi metoda uopće mogla biti isprobana.

Jedan drugi pokušaj pružao je povoljnije uslove, jer su stajala na raspolaganju istovremena obostrana mjerenja zenitnih daljina kao i aerološka sondiranja. Radi se o jednom pothvatu koji su od augusta do oktobra 1938. u Chiemgauer Alpama proveli zajednički Geodetski Institut Tehn. Visoke Škole u Hannoveru (R. Finsterwalder) i Meteorološki Institut Berlinskog Univerziteta (autor) u svrhu visinske triangulacije i određivanja refrakcije. Dok su geodetski rezultati visinskog mjerenja<sup>2)</sup> i meteorološki zaključci iz mjerenja zenitnih udaljenosti bili publicirani<sup>10)</sup>, bilo je obrađivanje problema računanja refrakcije ratom odgođeno.

Među inim bilo je provedeno u brojnim sljedovima dana istovremeno obostrano mjerenje zenitnih udaljenosti između Karkopfa (1740 m) kod Bad Reichenhalla i Hochfellna (1658 m) kod Ruhpoldinga na udaljenosti od 26,3 km (opažać na Hochfellnu cand. geod. K. Popp, na Karkopfu autor), a istovremeno bio je i umjeren prednji Rauschberg (1646 m; 16,5 km od Karkopfa; 9,8 km od Hochfellna), koji se pojavio neposredno ispred vizure u vidnom



Sl. 1. Položaj vizure Karkopf-Hochfelln, Karkopf-Rauschberg, Hochfelln-Rauschberg.

jetiti, da postupak indirektna aerologije daje u svakom slučaju bolje rezultate, naročito ako postoje još dodatna temperaturna mjerenja na opažačkoj točki ili djelomično na cilju (Hochkknig), kako je to bilo na Sonnblicku. (Sama Bauernfeindova temperaturna opažanja imaju osim toga još i vremenom uslovljene nedostatke uslijed nedovoljnog zračenja termometara.) Pomoću Bauernfeindove metode ne može se izvesti redukcija vizura zvog refrakcije kod preciznih mjerenja koja bi donekle odgovarala točnosti opažanja, a koju Pinkwart s pomoću meteoroloških dopunskih mjerenja pravom zahtijeva, nego samo pomoću moderne aerološke metode mjerenja, eventualno kombinirano s električnim opažanjima temperaturnog gradijenta u blizini tla, što je oboje bez daljnje dana moguće. Indirektna aerologija je pomoćna metoda, no ona može donijeti kako je pokazao primjer mjerenja na Sonnblicku, u visokim bregovima primjetljivo poboljšanje točnosti trigonometrijskog mjerenja visina. Ova činjenica ukazivanjem Pinkwarta na velike razlike refrakcije kod istovremenih obostranih mjerenja koje je izveo Bauernfeind nije pokolebana. Jer prvo ove razlike imaju i kod Bauernfeinda u podne minimum, drugo su srednji razmaci od tla kod Bauernfeindovih mjerenja sa 110, 360 i 400 mnogo manji nego kod dugačkih vizura na Sonnblicku (520, 530 i 000 m) osobito u odsjeku zrake kod opažačke točke, koja je za refrakciju tako važan; apsolutna visina vizura na Sonnblicku (2—3 km) je znatno veća nego kod Bauernfeindove vizure (0,6—1,2 km). Vizure srednjih bregova ne mogu se upotrebiti sa vizurama visokih bregova, jer nepravilnosti refrakcije vrlo opadaju s visinom. Jedino na visoke bregove mogu se dakle odnositi rezultati sa Sonnblicka. Naravno ostaje mogućnost sistematske pogreške; ispitivanju ovog pitanja služi među inim pothvat u Chiemgauer alpama.



polju durbina. Skicu položaja stajališta i presjek terena ispod vizure vidi u slici 1 i 2. Ciljevi (zabat krova ili prozor na kući na Hochfellnu, prvi 8,75 m iznad osovine durbina na Hochfellnu; jedna crna ploča 1,52 puta 1,02 m sa sredinom 0,79 m iznad osovine durbina na Karkopfu — i jedan križ sa dvije kugle od 0,5 m promjera na Rauschbergu) mogli su se vizirati bez daljnjega kod svake rasvjete. Kao instrumenti služili su Universalu I. reda sa sekundnim očitavanjem.

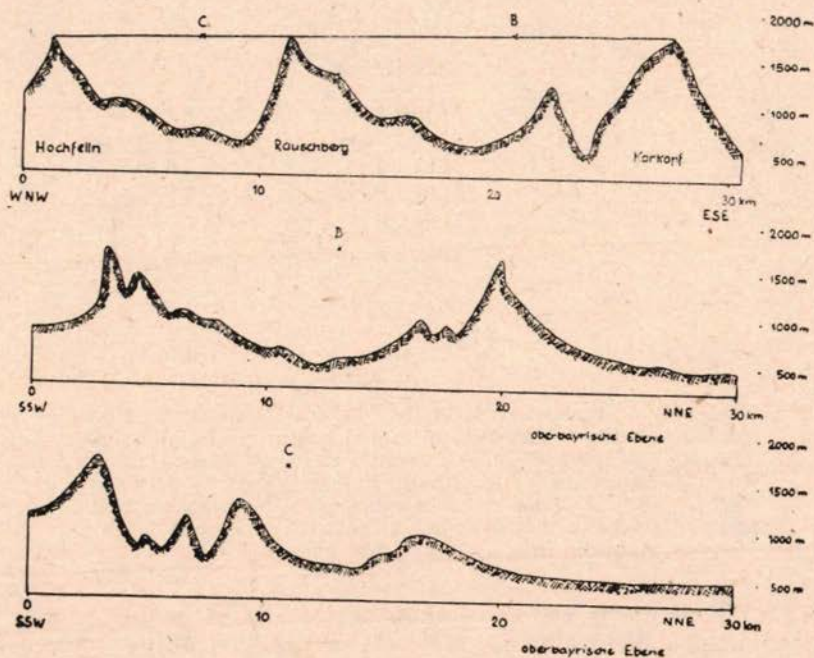
Svakako ni ovdje nisu bile poznate stvarne visinske razlike i direktna uporedba računatih i opažanih vrijednosti refrakcije opet nije moguća. Ali zato brojna istovremena mjerenja na sva četiri pravca pomoću obostranog upoređivanja dozvoljavaju točno ispitivanje pitanja točnosti izračunatih vrijednosti refrakcije i visina. Iscrpno publiciranje uslijedit će kasnije. Mi se ograničujemo na prikazivanje onih rezultata, koji su najvažniji za prosuđivanje refrakcionog računa.

Kako je već spomenuto, nalazila se meteorološka stanica udaljena oko 100 km kod područja opažanja (nekadanje uzletište kod Münchena), sa kojeg su u skoro sve dane, za koje predleže istovremena obostrana mjerenja zenitnih udaljenosti za termin 06<sup>h</sup> i 14<sup>h</sup>, izvršena sva mjerenja temperature, tlaka i vlage zraka do kojih 5000 m visine i objavljena u »Wetterbericht der Deutschen Seewarte«. — Gledajući sa meteorološkog stajališta, može se prigovoriti, da se upoređuju ova aerološka opažanja s onim refrakcionim vrijednostima koje su u udaljenosti od 100 km u bregovima izmjerena. S toga se mora očekivati, da će odnosi u gorskoj atmosferi pokazivati karakteristične otklone nasuprot onih iznad ravnica. To je bilo potvrđeno također meteorološkim obrađivanjem mjerenja zenitnih udaljenosti<sup>10)</sup>. Upravo radi toga je takav jedan pokus osobito interesantan i podesan, da doprinese razjašnjenju pitanja mjesnih razlika unutar prostornih meteoroloških polja koja su za računanje refrakcije od tako velikog značenja.

Za četiri dana (8., 9., 17. i 19. IX. 1938.), u kojima su na jutarnje i podnevne sate predležala isto tako aerološka sondiranja kao i istovremena obostrana mjerenja zenitnih udaljenosti svih četiri imenovanih vizura, bile su dobivene vrijednosti vertikalnog temperaturnog gradijenta za visinu 1700 m iz materijala prigodom uzlijetanja. Kad je u području od 200 m s jedne i druge strane ove visine bio opažen pregib temperaturne visinske krivulje, t. j. promjena vertikalnog temperaturnog gradijenta s visinom, tada se računanje zasnivalo na srednjoj vrijednosti vertikalnog temperaturnog gradijenta na većoj vertikalnoj pruzi s obe strane dotične visine, radi iskapčanja utjecaja slučajnog nagiba slojeva. Instrumentalna pogreška vertikalnog temperaturnog gradijenta kod aeroloških uspona mora biti dodana prema dosadašnjim iskustvima već prema odnosima od  $\pm 0,02$  do  $\pm 0,05^0/100$  m. Mi računamo sa srednjom pogreškom našeg temperaturnog gradijenta  $m = \pm 0,03^0/100$  m kojem odgovara u našem slučaju, slučajna pogreška koeficijenta refrakcije od oko  $\Delta k_r = \pm 0,002$ . Uzevši u pomoć vrijednost temperature zraka i zračnog tlaka koji se daju iz istovremenih meteoroloških opažanja na točkama mjerenja i na meteorološkim stanicama u blizini, bijaše tada izračunat pomoću jednadžbe (4) stvarni koeficijent refrakcije za svaku vizuru za svako doba.

Visinska razlika između točke opažanja i cilja dobije se iz jednadžbe (3) s pomoću izmjerenih zenitnih udaljenosti i poznate udaljenosti od točke opa-

žanja do cilja. Za zenitne udaljenosti bile su obrazovane srednje vrijednosti iz predležćih opažanja dana (bez svakog izdvajanja), i to za jutarnje doba iz opažanja između 6.30 i 7.30 sati (u prosjeku 3 opažanja po danu i vizuri), a u podne radi manjeg sistematskog hoda refrakcije u to doba između 12.30 i 15.30 sati (u prosjeku po 7 opažanja). Iz odstupanja pojedinih opažanja naprama ovoj srednjoj vrijednosti (uslovljenoj pogreškom opažanja i nemirom refrakcije) bila je izračunata za svako doba pogreška  $m_z$  srednje vrijednosti zenitne udaljenosti, s dobivenom pogreškom računate refrakcije zajedno, dobilo se tako po zakonu sumiranja za pogreške konačna pogreška  $m_h$  dotične visinske razlike. (Kao mjerilo točnosti bit će uvijek upotrebljena srednja pogreška.) Ova pogreška visinske razlike služila je za računanje težine  $p$ , koja se dotičnom rezultatu pri daljnjem izjednačenju pridjeljuje ( $p = 1/m^2$ ). Najprije su bile izračunate srednje vrijednosti jutarnjeg i podnevnog doba od 4 dana za svaku pojedinu vizuru, a onda skupne srednje vrijednosti iz svih



Sl. 2. Vertikalni presjek terena ispod vizura Karkopf-Hochfelln, Karkopf-Rauschberg, Hochfelln-Rauschberg. Gore: u smjeru vizure. Sredina: okomito na vizuru u blizini Karkopfa Dole: okomito na vizuru u blizini Hochfellna.

vizura i doba. Pri tome je pronađena iz mjerenja s obe strane prema Rauschbergu visinska razlika Karkopf-Hochfelln, kod čega mora biti uvedena još jedna nesigurnost od  $\pm 5$  cm za polumjer promjera križa na Rauschbergu, jer ovaj piscu za sada nije točno poznat (on ulazi u to, jer cilj Rauschberg sa Karkopfa bio namješten na nit, a sa Hochfellna je bio dobiven između niti. U

koliko može kod Rauschberg-vrijednosti nastupiti još jedna mala promjena (polovica promjera kugle,  $25 \text{ cm} \pm 5 \text{ cm}$ , dodala bi se izračunatoj visinskoj razlici).

Rezultat ovog određivanja visina pomoću meteorološki izračunatih vrijednosti refrakcije je reproducirana u lijevom dijelu tabele 2. Istodobno bila je određena visinska razlika pomoću inače u geodeziji uobičajenog postupka, t. j. s konstantom refrakcije pri čemu je bio upotrebljen refrakcioni koeficijent 0,13. Morala bi se uvesti odgovarajuća veća pogreška ovog konstantnog koeficijenta refrakcije. Da bi se oslobodilo upliva veličine ove pogreške, i rezultate obiju metoda moglo čisto uporediti, bila je upotrebljena ista pogreška refrakcije kao ranije, a kod računanja je postupljeno na uobičajeni način. Tako su dobijene visinske razlike, koje su sadržane u desnom dijelu tabele 2 a čije pogreške predstavljaju minimalne vrijednosti.

Vizura	Vrijeme	Visinska razlika Karkopf-Hochfellr	
		meteorol. rač. refr. aer. uzlijet München	za konst. refrak. $k = 0,13$
K.-H.	07 <sup>h</sup>	$81.10 \pm 0.06 \text{ m}$	$80.55 \pm 0.13 \text{ m}$
	14 <sup>h</sup>	$81.29 \pm 0.24$	$81.07 \pm 0.12$
H.-K.	07 <sup>h</sup>	$81.23 \pm 0.14$	$81.81 \pm 0.14$
	14 <sup>h</sup>	$81.52 \pm 0.34$	$81.75 \pm 0.17$
H. odnosno K.	07 <sup>h</sup>	$81.05 \pm 0.14$	$80.81 \pm 0.08$
Rausc.	14 <sup>h</sup>	$81.10 \pm 0.12$	$81.04 \pm 0.06$
Prosjeck		$81.13 \pm 0.05$	$81.04 \pm 0.15$
Max. razl.		0.47 m	1.26 m

Tab. 2. Visinska razlika K-H (26,3 km) u Chiémgauer Alpa-ma iz istodobnih obostranih mjerenja zenitnih udaljenosti na 8., 9., 17., 19., 1938, 06.30—07.30 sati i 12.30—15.30 sati između Karkopf-Hochfelln i istodobnih mjerenja od Rauschberga (16,5 od 9,8 km). Terestrička refrakcija 1.) iz aeroloških uzlijeta u Münchenu oko 06 sati i 14 sati, 22.) računata s konstantnim koeficijentom refrakcije  $k = 0,13$ .

Tabela 2 pokazuje jasno, da usprkos meteorološkom mišljenju zbog udaljenosti uzletišta, individualno računanje terestričke refrakcije pomoću aeroloških uzlijeta, omogućuje točnije određivanje visina nego do sada u geodeziji primijenjeni postupak. Zacijelo bi rezultat bio još bolji, kad aerološko sondiranje ne bi bilo udaljeno 100 km u ravnici, nego bi bilo izvedeno u sredini područja opažanja, što je s današnjim meteorološkim pomoćnim sredstvima (radiosonde itd.) bez daljega moguće. Postignuto poboljšanje očituje se naročito u tome da je srednja pogreška visinske razlike u konačnom rezultatu bila potisnuta na 0,31 dijela. (Pri čemu bi se u oba slučaja moglo diskutirati o svrsishodnosti ovog mjerila točnosti, jer sveukupno 24 pojedinačne srednje vrijednosti ne predstavljaju nikakvu egzaktnu Gaussovu razdiobu; ali to je jedno principijelno pitanje, koje bi smjelo igrati ulogu kod svih geo-

detskih problema.) Tome odgovara umanjenje maksimalne diferencije od 126 cm na 47 cm. Sistematska različitost izmjerenih visinskih razlika, koja se svodi na utjecaj razlika međudnevni refrakcija i na njezin dnevni hod, bit će dakle stvarno aerološkim uzlijetima obuhvaćena u znatnom dijelu. Preostali ostatak je sveden na veliku udaljenost aeroloških i geodetskih mjesta mjerenja, na lokalne razlike u brdskoj atmosferi i na upliv slojeva smetnje u blizini tla, a koji pomoću avijonskog uzleta, koji predstavlja slobodnu atmosferu naravno nije mogao biti obuhvaćen. Poučna je također i pobliža usporedba rezultata. U četiri od 6 slučajeva bit će individualnim računanjem refrakcije povećana srednja pogreška pojedinih rezultata nasuprot staroj metodi (koja odražuje izvorno razilaženje zenitnih udaljenosti). Usprkos tome je rezultat posljednjeg sigurno manje vjerojatan, tim više što je upotrebljena pogreška konstantnog koeficijenta refrakcije 0,13 premala. To razjašnjava uporedba svih pojedinačnih rezultata jednoga s drugim. U tom dolazi do izražaja, da su međudnevna kolebanja meteorološkog polja unutar planinske atmosfere često manja nego u slobodnoj atmosferi. Tako dobivamo doduše u pojedinom slučaju stalnih koeficijenata refrakcije manje srednje visinske pogreške, ali uz isto sistematsko iskrivljenje, vrijednost srednje pogreške pokazuje se kao fikcija. Ovdje se ne može iscrpno ulaziti u pojedina pitanja. Samo problem otklona težišnice će biti spomenut. Metoda stalnog koeficijenta refrakcije daje za mjerenje s Hochfellna vrijednost veću za  $96 \pm 27$  cm visinske razlike Karkopf-Hochfelln nego za mjerenja s Karkopfa. Ako se to razjasni samo otklonom težišnice, dobiva se sistematska razlika istih između Hochfellna i Karkopfa od  $7,5 \pm 2,1''$  u pravcu vizure. Metoda meteorološkog računanja refrakcije daje naprotiv razliku visinske diferencije u istom smislu od  $15 \pm 11$  cm, čemu će odgovarati sistematska razlika otklona težišnice od  $1,2'' \pm 0,9''$ . Zacijelo je ta velika prvo spomenuta vrijednost samo prividna uslijed refrakcije. Zaključna, posve jednoznačna kvantitativna odluka o tome bila bi doduše opet jedino moguća, ako bi bile poznate ispravne visinske razlike. Prema tabeli 2 čini se vrlo vjerojatnim, da drugoj vrijednosti pripada veća realnost. U svakom slučaju javlja se tako mogućnost naknadnog ispitivanja naših rezultata određivanjem otklona težišnice na Karkopfu i Hochfellnu.

Također analiza utjecaja slojeva u blizini tla na refrakciju u bregovima koja će biti poduzeta pomoću ovih mjerenja ne će biti na ovom mjestu pobliže razmatrana, ali neka bude spomenuto, da on smije iznositi samo oko jedne trećine u ravnici u sredini opažene vrijednosti, pri čemu dolazi do izražaja ublažujući utjecaj nagiba terena i izjednačenje sa zračnim slojevima u visini iznad gornjo-bavarske ravnice.

Nadalje se dolazi do praktične upute za trigonometričko mjerenje visina u bregovima, naime da je potrebno što je moguće više kombinirati jutarnje i podnevne vizure s aerološkim uzlijetima i tako ocijeniti opasni utjecaj slojeva smetnje u blizini tla.

U prethodnom radilo se doduše jedino o iskorištenju nekoliko manjih vizura u ograničenom broju dana, ali one ipak dostaju, da bace novo svjetlo na problem trigonometričkog mjerenja visina u bregovima, i da ne dopuštaju, da se to čini tako beznađnim kao što je bio slučaj prije razvoja meteoroloških metoda opažanja, naročito ako se uzme u obzir, da će biti još manje rasipanje refrakcije kod kraćih vizura od ovih koje su bile ovdje upotrebljene.

S tim u vezi treba spomenuti saopćenje R. Finsterwaldera o pokusima računanja refrakcije u nizozemlju pomoću mjerenja radiosondama, koja su nedavno bila provedena u geodetskom institutu Tehničke Visoke Škole, Hannover (diplomatski rad H. Fuchsa). Moglo se promatrati kroz 11 dana u augustu i septembru 1948. dnevni hod zenitne udaljenosti 20,8 km duge zrake između Geodetskog Instituta u Hannoveru i Deister-a sa srednjim razmakom od tla od samo 170 m. Visinska razlika između točke opažanja i cilja dobivena je nivelmanom (378,775 m) tako, da je moguće naknadno ispitivanje računate refrakcije. Ovo računanje će biti provedeno pod <sup>9)</sup> spomenutom metodom (vidi jednadžbu 1) i 5) pomoću uzlijeta radiosonda, koje je provodila oko 15 km udaljena aerološka stanica Langenhagen u vrijeme 0, 4, 10, 16 i 22<sup>h</sup>. Ove tako računate vrijednosti refrakcije imaju, nasuprot činjeničnim djelatnim, srednju pogrešku od  $\pm 7,5\%$ , one računate iz temperature na točki opažanja i cilju (vidi primjedbu gore) su za  $\pm 30\%$  krive, konstantni koeficijent refrakcije 0,13 dao je srednju pogrešku refrakcije od  $\pm 60\%$ . Iz toga možemo razabrati, da meteorološko računanje refrakcije može i izvan bregova donijeti vidljivo poboljšanje. Bilo bi poželjno, da uslijede i daljnji pokusi ove vrste.

#### 4. Utjecaj refrakcije na precizni nivelman

Dok je meteorolog danas u položaju, da barem ublaži skepsu koja obuzima geodete prema trigonometričkom mjerenju visina u bregovima i pokaže putove, na kojima je moguće da se pojave poboljšanja, s druge strane je obvezan, da na temelju novih rezultata meteoroloških istraživanja upozori na precjenjivanje točnosti (potcrtao prevodilac) preciznog nivelmana, i on zna, da se u tome slaže s modernim stremljenjima u geodeziji, koja su našla tako rječiti izraz u radovima T. J. Kukkamäki-a,<sup>3, 11-13)</sup> o problemu nivelističke refrakcije.

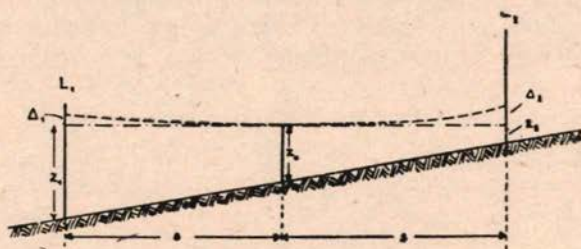
Doduše kod nivelmana upotrebljene zrake su vrlo kratke, ali zato se uvijek nalaze unutar najdonjih 3 m atmosfere, t. j. u području u kojem zakrivljenost zrake svjetlosti radi blizine zemljine površine i njezinog utjecaja na temperaturno polje u blizini tla podleži enormnim kolebanjima. Naše već spomenute refrakcione tabele bile su stoga u području koje je najbliže tlu računate vrlo gusto (zbijeno), da bi jasno pokazale promjene nivelističke refrak-

Razmak od tla	06 <sup>h</sup>				12 <sup>h</sup>			
	Juni		Decembar		Juni		Decembar	
	vedro	oblačno	vedro	oblačno	vedro	oblačno	vedro	oblačno
0.1m	-17	-2.7	+20	+2	-47	-14	-23	-3
0.5	-2.5	-0.02	+3.5	+0.7	-8	-2	-3.2	-0.5
1.0	-1.1	+0.09	+2.1	+0.4	-4	-1	-1.4	-0.2
1.5	-0.6	+0.11	+1.6	+0.4	-2.3	-0.8	-0.6	-0.1
2.0	-0.4	+0.11	+1.3	+0.3	-1.6	-0.6	-0.4	0.0
3.0	-0.2	+0.12	+1.1	+0.3	-0.9	-0.4	-0.2	+0.1

Tab. 3. Srednja vrijednost zakrivljenosti zrake svjetlosti (u jedinicama zemljine zakrivljenosti) oko 06 i 12 sati na vedre i oblačne dane Jun-a i Decembra u najdonjim 3 metra atmosfere iznad tratina (travnjaka) po ravninama u Zapadnoj Evropi (bez obzira na vlagu zraka).

cije. U tabeli 3. je reproduciran mali izvadak za 06 sati i 12 sati termin za vedre i naoblacene dane juna i decembra.

Kako je već spomenuto, bio je iscrpno razmatran učinak ovih činjenica na precizni nivelman po T. J. Kukkamäki-u. Ali budući da su u međuvremenu predležala nova obrađivanja općenito zahvaćenog meteorološkog materijala opažanja u donjim slojevima atmosfere, dok se Kukkamäki morao ograničiti na iskorišćenje dvogodišnjeg opažanja na jednoj engleskoj stanici u 0.025; 0,30 i 1.2 m razmacima od tla, treba ove rezultate ovdje saopćiti, a razna stanovišta, koja se čine važnima, ukratko obrazložiti. To se čini potrebnim radi toga, što se bez obzira na pokuse Kukkamäki-a — opasni izvor pogrešaka nivelitičke refrakcije nije do sada dovoljno uzimao u geodeziji u obzir. Ali su metode opažanja i istraživanja meteorologije istodobno tako daleko napredovale, da se takav propust danas više ne može ispričati.



Slika 3. Tok zrake u nivelmanu kod usijavanja.  
(SHEMA)

Sama po sebi ne bi zakrivljenost zrake svjetlosti u blizini tla bila od velikog značenja za nivelman, jer će se uvijek gotovo istovremeno viziranje obavljati iz sredine na obadvije strane, tako da pod istim okolnostima i kod jednolične podloge (tla) uzduž obih zraka kod računanja visinskih razlika opet otpada refrakcija. Principu nivelmana kao metodi za točno određivanje visinskih razlika odgovaraju terenske okolnosti, koje dovode do toga, da je teren ispod zrake nagnut, tako da je razmak tla kod obiju vizura različit. Kroz to je zakrivljenost zrake svjetlosti kod jednog viziranja drugačija nego kod prvog, a koliko pri tome može značiti mala razlika, proizlazi jasno iz tabele 3. U slici 3. su šematski prikazani odnosi. U slijedećem znači (sve dužine u metrima)  $z_0$  razmak nivelitičkog instrumenta od tla (os durbina),  $z_1$  odn.  $z_2$  razmak presjeka horizontalne osi durbina s letvom  $L_1$  i  $L_2$  od tla  $z_1 = z_0 = z_2$ .

$\Delta_1$  odn.  $\Delta_2$  onaj po nivelitičkoj refrakciji prouzrokovani otklon zrake od horizontalne, izmjeren na letvi  $L_1$  i  $L_2$  (pozitivan — prema gore računato — kod negativne, negativan kod pozitivne refrakcije).

$Z_1 + \Delta_1$  i  $Z_2 + \Delta_2$  su dakle očitavanja na letvama.

$s$  udaljenost instrumenta od letve  $L_1$  i  $L_2$

$r$  radius zemlje

$\kappa$  lokalni koeficijent refrakcije, t. j. zakrivljenost zrake svjetlosti u jednoj određenoj točki zrake, izražen u jedinicama zemljine zakrivljenosti.

Ako sad pretpostavimo u prvom približenju kružnu zakrivljenost zrake svjetlosti, tada se dobiva za otklone zrake na letvi od horizontale jednostavni odnos

$$\Delta = - \frac{s^2}{2r} \kappa \quad (6)$$

Za ocjenu nivelitičke refrakcije moglo bi se ovdje kod zraka, koje nisu kružnog oblika, umjesto  $\kappa$  substituirati srednju rvijednost  $k$  koeficijent refrakcije uzduž vizure.

Radi promjenljivosti zakrivljenosti zrake svjetla s visinom bile bi ove srednje vrijednosti za obe vizure međusobno različite i dobilo bi se tako kao razlika između stvarno visinske razlike  $h_w = z_1 - z_2$  i one nivelitičkom refrakcijom izobličene  $h_f = z_1 + \Delta_1 - (z_2 + \Delta_2)$

$$h_f - h_w = \Delta_1 - \Delta_2 = \frac{s^2}{2r} (k_2 - k_1). \quad (7)$$

Jer apsolutna vrijednost zakrivljenosti zrake svjetla raste s približavanjem  $k$  tlu, proizlazi iz toga, da su kod negativne refrakcije (tlo toplije nego zrak, usijavanje) izmjerene visinske razlike uvijek manje nego stvarne, kod pozitivne refrakcije naprotiv, (tlo hladnije nego zrak, isijavanje) nivelman daje prevelike visinske razlike.

Sada znamo — jednadžba (1) — da je zakrivljenost zrake svjetlosti u biti funkcija vertikalnog temperaturnog gradijenta

$$\kappa = f \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Srednje ponašanje ovog za geodetsko mjerenje visina tako važnog elementa je vrlo točno poznato pomoću spomenutog meteorološkog istraživanja na temelju do sada predležeg opsežnog opservacionog materijala. U visinskom području zanimivom za precizni nivelman prikazan je pomoću visinske funkcije oblika

$$\frac{\partial T}{\partial z} = a z^b \quad (8)$$

pri tom podliježe faktor  $a$  (odgovara vrijednosti vertikalnog opadanja temperature zraka u visini 1 m i negativan je kod opadanja temperature s visinom) po danu — bez obzira na njegovu ovisnost o okolnostima na tlu — strogoj funkciji visine sunca i može po noći biti prikazan u ovisnosti o dužini noći. Eksponent  $b$  naprotiv koleba noću u umjerenom uskom području oko vrijednosti — 0,9, po danu oko vrijednosti — 1,05, pri čemu je bila opažena u prosjeku kao maksimalna granica po noći vrijednost — 0,7 i — 1,1, po danu vrijednost — 0,8 i — 1,3. Obzirom na pojedinosti o tome morat ćemo ukazati na spomenute radove.

Ako se upotrebe ove činjenice, jednadžba (8) stavi u jednadžbu (1), za  $k_1$  i  $k_2$  integracijom odrede srednje vrijednosti  $z_1$  odn.  $z_0$  i  $z_2$  i uvršte u (7); ako se nadalje pretpostavi, da je teren duž obje vizure jednolično nagnut, tako da vrijedi  $z_1 - z_0 = z_0 - z_2 = \Delta Z$ ;

ako se osim toga uvede veličina  $q = \Delta z/z_0$  i to upotrebi, budući da je ova veličina uvijek manja od 1, tako da se funkcija  $(1 \pm q)$  može razviti u red,

tada se dobije kao razlika između opservirane i stvarne visinske razlike odnos (9). Pri tome je zanemaren utjecaj smanjenja tlaka zraka s visinom

$$(h_f - h_w) = -\frac{s^2}{2r} 503 \frac{p}{T^2} z_0^{b-1} a b \Delta z f_I = -h_0 f_I \quad (9)$$

sa

$$f_I = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(b-1) \cdots (b-2n)}{(2n+2)!} q^{2n},$$

gdje je veličina faktora  $f_I$  vidljiva iz tabele 4. Izraz  $h_0$  predstavlja utjecaj nivelističke refrakcije na ravne uspone.

b \ a	-0.6	-1.0	-1.4
0.2	1.01	1.02	1.03
0.6	1.16	1.24	1.34
0.9	1.6	2.1	2.9

Tab. 4. Faktor  $f_I$  jednadžbe 9 kao funkcija od  $q = s^2/z_0$  ib.

b \ a	-0.6	-1.0	-1.4
0.2	1.01	1.01	1.02
0.6	1.09	1.13	1.19
0.9	1.3	1.4	1.7

Tab. 5. Faktor  $f_{II}$  jednadžbe 10 kao funkcija od  $q$  i b.

Ova jednadžba predstavlja samo jedno približenje, jer proizlazi iz jednog fiktivnog srednjeg radiusa zrake svjetlosti u opsegu vizura. Kod egzaktnog integriranja uzduž puta svjetlosti dolazi se do rezultata koji odstupa. Ako se na primjer od Kukkamäki-a na takav način izvedena jednadžba diferencije: mjerena — stvarna visina, podvrgne sličnoj transformaciji i razvoju u red, kako se primijenilo za (8), ta da se dobije slijedeći odnos

$$h_f - h_w = -\frac{s^2}{3r} 503 \frac{p}{T^2} z_0^{b-1} a b \Delta z f_{II} = -\frac{2}{3} h_0 f_{II} \quad (10)$$

$$f_{II} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(b-1) \cdots (b-2n)}{(2n+3)!} q^{2n},$$

gdje vrijednost za  $f_{II}$  se može uzeti iz tabele 5.

Egzaktna formula daje dakle za visinske razlike od letve do letve do oko 1 m za oko dvije trećine manje vrijednosti nego jednadžba (9), da bi se za veće visinske razlike postiglo oko polovicu iznosa. Ako se dakle utjecaj nivelističke refrakcije određuje time, da se srednji refrakcioni koeficijent za obe vizure izračuna i primjeni u jednadžbu (7), onda se mora rezultat pomnožiti s faktorom  $\frac{2 f_{II}}{3 f_I}$ , da bi se dobio ispravan rezultat s pretpostavkom, da je ispu-

njena jednadžba (8).

Ako sada uvrstimo slijedeće brojčane vrijednosti:

$$s = 50 \text{ m}$$

$$p = 1013 \text{ mb (odgovara 760 mm)}$$

$$T = 288^\circ \text{K (odgovara } 15^\circ \text{ C)}$$

$$z_0 = 1,5 \text{ m}$$

i jednadžbu (10) pišemo u obliku  $h_f - h_w = -w \cdot a (z_1 - z_2)$ , tada dobijemo za faktor  $w$  vrijednost sadržanu u tabeli (6). Pri tome je  $a$  u  $^0/\text{m}$ ,  $z$  u metrima. Pogreška većeg nivelmana računa se kao suma pogrešaka pojedinih stajališta.



$$H_f - H_w = \Delta H = \sum_{\nu=1}^n (h_f - h_w)_\nu = - \sum_{\nu=1}^n w_\nu a_\nu (z_1 - z_2)_\nu \quad (11)$$

sa

$$w = \frac{s^2}{6r} 503 \frac{p}{T_2} z_0^{b-1} \cdot b \cdot f_{II}$$

Ova jednadžba odnosi se na nivelman kod kojeg nagib terena ne mijenja svoj pravac. Kod promjenljivog pravca nagiba visinske se pogreške logično moraju zbrajati sa svojim predznacima, da bi dobili pogrešku visinske razlike između početka i svršetka. Mi sada vidimo, da ima različitih uzroka uslijed kojih odstupanje visinske razlike izmjereno preciznim nivelmanom može različito ispasti:

q \ b	b				
	-0.6	-0.8	-1.0	-1.2	-1.4
0.2	-0.13	-0.16	-0.18	-0.20	-0.21
0.4	-0.13	-0.16	-0.19	-0.21	-0.23
0.6	-0.14	-0.17	-0.20	-0.23	-0.25
0.8	-0.15	-0.19	-0.23	-0.27	-0.30
0.9	-0.16	-0.21	-0.26	-0.31	-0.36

Tab. 6. Faktor  $w$  jedn. 11 i 12 koji s vertikalnim temperaturnim gradientom u 1 m visine i s niveliranom visinskom razlikom  $H$  multiplicira sistematske razlike između nivelirane i stvarno dobivene visinske razlike u mm kao funkcija od  $q$  i  $b$ . Dužina vizure 50 m, Visina instrumenta 1,5 m.

1. Kod različitih visinskih funkcija vertikalnog temperaturnog gradijenta može biti uzrokovano dnevnim hodom temperaturnog slojevanja (mi ćemo se na to još jednom vratiti), njegovim godišnjim hodom, ali također i neperiodičkim kolebanjima istog uslijed promjene vremena. Nadalje nastupaju nad raznim okolnostima na tlu različita temperaturna slojevanja.

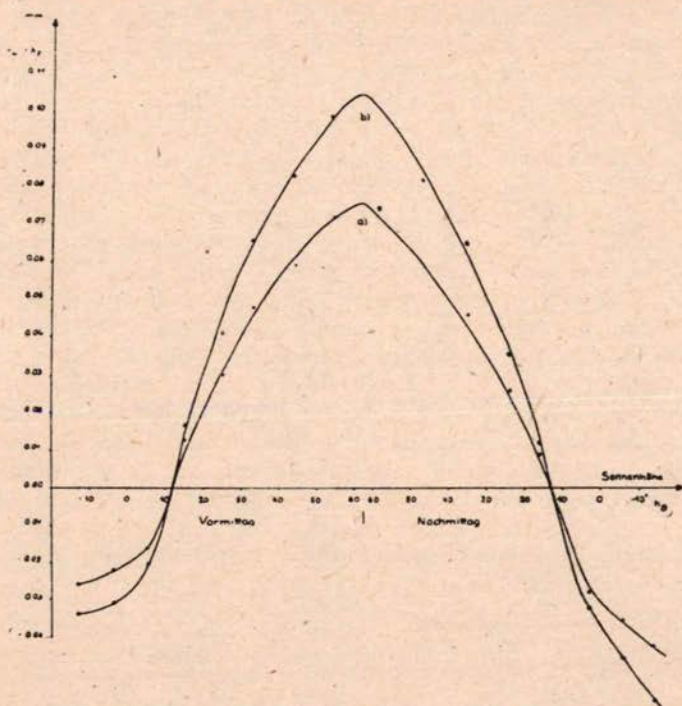
2. Također kod potpuno istovrsnih meteoroloških uvjeta može visinsko određivanje neke točke putem preciznog nivelmana imati raznovrsna odstupanja, ako se nivelman vrši jedamput na strmom, a drugi put na manje strmom putu. Kako pokazuje tabela 6, bit će kod strmije mjerene stranice refrakciona odstupanja znatno veća nego kod ravne pruge mjerenja, jer su tada razlike zakrivljenosti zrake svjetlosti duž vizure naprijed i natrag bezuvjetno veće. Uzmimo na pr. uzduž jednog nivelmanskog poteza, da je površina zemlje potpuno jednolično nagnuta, tako da uvijek jedan te isti  $\Delta Z$  vrijedi. Tada je ukupna pogreška visinske razlike  $H$  (dužina vizure neka je 50 m)

$$H_f - H_w = -w a H.$$

A ako na pr. uzmemo, da u prvom slučaju nagib iznosi 60 cm na 100 m ( $q = 0,2$  kod visine durbina od 1,5 m), u drugom slučaju 2,4 m ( $q = 0,8$ ;

t. j. zraka se približuje tlu na 30 cm, što u praksi često dolazi), ako nadalje uzmemo, da je visinska razlika koju treba nivelirati 100 m, da temperatura zraka opada logaritmički s visinom ( $b = -1$ ) - što je također veoma čest slučaj, i da temperaturno opadanje iznosi jednomjerno za vrijeme čitavog vremena  $0,3 \text{ } ^\circ/\text{m}$  1 m visine (srednja vrijednost za juni 08 sati, mart i septembar 12 sati), tada sistematska pogreška iznosi u prvom slučaju — 5,4 mm, u drugom slučaju — 6,9 mm.

Dok se kod potpuno jednomjernih odnosa ne može utvrditi nivelitička refrakcija zatvorenog nivelmanskog vlaka, izazivaju dakle njezine vremenske promjene i njezina ovisnost o usponu nivelirane pruge neke razlike, koje se kao završna pogreška mogu zapaziti. Ova nivel. završna pogreška je uvijek samo dio sistematskog učinka nivelitičke refrakcije koja sve nivelacione rezultate iskrivljuje, ukoliko se ne poduzmu prikladne protumjere.



Slika 4. Srednje iskrivljenje preciznim nivelmanom opaženih visinskih razlika uslijed nivelitičke refrakcije za visinsku diferenciju 1 m, kao funkcija visine sunca. Visina instrumenta 1,5 m, dužina vizure 50 m.

a) Blago nagnuta pruga ( $\Delta z/z_0 = 0,3$ ,  $z_1 = 1,95$  m,  $z_2 = 1,05$  m)

b) Strma pruga ( $\Delta z/z_0 = 0,9$ ,  $z_1 = 2,85$  m,  $z_2 = 0,15$  m)

Ordinata daje diferenciju stvarna visinska razlika — opažana visinska razlika u mm.

Na vedre dane vrijednost se povećava 1,5 do 2 puta, a na oblačne dane 0,5 puta.

Iz dugogodišnjih meteoroloških opažanja u Srednjoj i Zapadnoj Evropi (ravnica) iznad tretina bez obzira na vlagu zraka.

One bi se mogle sastojati u tome, da se kod iskorištenja dnevnog hoda nivelitičke refrakcije mjerenja tako udese, da je njihov utjecaj što je moguće manji, ili da se na rezultate mjerenja primjeni korigiranje koje odgovara srednjoj vrijednosti refrakcije, kako se može zaključiti iz meteoroloških iskustava; ili se mjeri za vrijeme nivelmana temperaturno slojevanje u blizini tla i računa individualna korekcija koja odgovara jednadžbi (10). Za provedbu ovih triju metoda korekcije preciznog nivelmana je Kukkamäki u svojim radovima pružio pažnje vrijedan doprinos. Iako bi od njega izvedena tabela ekspanenata visinske funkcije zračne temperature smjela samo ograničeno vrijediti radi srazmjerno malo materijala na kojem se zasniva, naročito u pogledu njezine primjene u drugim geografskim širinama, koje Kukkamäki predlaže.

Da bi se dalo uvid u srednju veličinu nivelitičke refrakcije u evropskom prostoru, sredili smo vrijednosti faktora **a** i eksponenta **b**, koje su bile objavljene u spomenutim meteorološkim radovima u obliku srednjeg dnevnog hoda za svaki mjesec, prema pripadnoj visini sunca, i iz toga obrazovali odgovarajuće vrijednosti faktora **w** a uz upotrebu dužine vizure **s** od 50 m, i visine durbina  $z_0$  od 1,5 m, i to jednom za male nagibe (visinska razlika preko 100 m manja od 90 cm) a jednom za velike nagibe (visinska razlika na 100 m jednaka 2,7 m t. j.  $z_2 = 15$  cm). Rezultat je prikazan u slici 4. Svaka nanešena točka je pronađena iz prosjeka šest srednjih vrijednosti. Apscisa je visina sunca od  $-10^0$  prije izlaska sunca do najviše visine koju sunce dostiže u srednjoj Evropi od nešto preko  $60^0$  i dalje do  $-10^0$  poslije zalaska sunca. Ordinata daje dugogodišnju sredinu iz opažanih vrijednosti od  $w - a$ , s kojom se mora multiplicirati u nivelmanu izmjerene visinske razlike (u m), da bi se na temelju meteoroloških odnosa kod dotične visine sunca dobilo očekivanu visinsku pogrešku u mm. Ovdje mora biti naglašeno, da meteorološki materijal reproducira srednje odnose kako se oni predstavljaju, ako se svi dani bez obzira na vrijeme uzmu u prosjek, dakle su u tome sadržani i kišni dani. Za sunčano vrijeme moraju ove vrijednosti biti množene u prosjeku s faktorom nešto oko 1,5 do 2, a za oblačne dane sa nešto oko 0,5.

Vrijeme	Diferencija: izmjerena visinska razlika — stvarna visinska razlika								Vrijeme
	q = 0.2				q = 0.9				
	Juni		Decembar		Juni		Decembar		
	vedro	oblačno	vedro	oblačno	vedro	oblačno	vedro	oblačno	
h									h
04	+0.06	+0.02	+0.04	+0.01	+0.08	+0.02	+0.05	+0.01	04
08	-0.08	-0.02	+0.04	0.00	-0.12	-0.03	+0.04	0.00	08
12	-0.12	-0.04	-0.04	-0.01	-0.18	-0.06	-0.05	-0.01	12
16	-0.07	-0.02	+0.06	+0.01	-0.10	-0.02	+0.07	+0.01	16
20	+0.07	+0.01	+0.06	+0.01	+0.07	+0.02	+0.07	+0.01	20

Tab. 7. Srednje sistematsko kvarenje (pogreške) preciznog nivelmana uzrokovano nivelitičkom refrakcijom na vedre i oblačne dane Juna i Decembra, iznad tratina (travnjaka) za 1 m visinske razlike, izmjereno u milimetrima. Lijevi dio: slabi uspon (za visinu instrumenta  $z=1,5$  m  $6:1000$ ); desni dio: jaki uspon (za  $z=1,5$  m,  $27:1000$ ). Visina instrumenta 1,5 m, dužina vizure 50 m. Za veće dužine vizura i manje visine instrumenta vrijede odgovarajuće veće vrijednosti. Vлага zraka nije uzeta u obzir.

Iz ovog grafičkog prikaza se razabiru sva karakteristična svojstva učinka nivelističke refrakcije na nivelman. Ponajprije jedan izraziti odnos prema visini sunca. Slika 4. pokazuje izvan sumnje, da je visina sunca mjerodavan faktor za veličinu nivelističke refrakcije. I s time su također razjašnjena sva svojstva dnevnog i godišnjeg hoda. Nadalje je vrijedna pažnje činjenica, da se kod visine sunca ispod  $120^\circ$  mora računati s velikim visinskim razlikama i da su u to vrijeme dnevne promjene nivelističke refrakcije najizrazitije. Nepotrebno je, da se ovdje razmatraju još dalje pobliže praktične konsekvence ovih činjenica. Naročito će biti jasne iz dijagrama također sistematske razlike nivelističke refrakcije za pruge mjerenja različitog uspona s njihovim značenjem na završnu pogrešku vlaka. Nivelitička refrakcija može dostići i prekoračiti kod većih uspona 1,5 puta onu kod manjih uspona.

Ovaj grafički prikaz upotpunjujemo tabelom 7, u kojoj je prikazano djelovanje u vedre i oblačne dane juna i decembra, opet odvojeno prema ravnim i strmim vizurama. Iz toga vidimo, da će se nivelmanom visinske razlike od 100 m, ako se izvodi po vedrim lipanjskim danima, dobiti visinsku razliku kod manjeg uspona nivelacionog puta za oko 8—12 mm premalenu, kod jačeg uspona za oko 10—18 mm. Na jasne decembarske dane dobiva se visinska razlika već prema dobi dana u prosjeku ili oko 4—5 mm premala, ili oko 4—7 mm prevelika. Na oblačne dane juna mora se računati kod slabog uspona još uvijek sa 2—4 mm, a kod jačeg uspona sa 3—6 mm sistematski premalenom visinom. Samo na oblačne dane decembra ne će premašiti pogreška u presjeku 1 mm.

Od bitnog utjecaja je visina instrumenta. Ako visina durbina na pr. iznosi 1,2 m, onda se svi ovdje navedeni brojevi moraju nmnožiti sa 1,4 do 1,7. Može se dakle za poboljšanje točnosti nivelmana već time znatno pridonesti, da se izabire što je moguće veća visina durbina.

Kako pokazuju naše jednadžbe, od bitnog je utjecaja nadalje dužina vizure, nivelitička refrakcija je proporcionalna njezinom kvadratu, t. j. na pr. kod vizure od 100 m sve gornje podatke treba multiplicirati s faktorom 4.

Ovdje se uopće ne može ulaziti na utjecaj mjesnih razlika meteorološkog polja, koji je za nivelman rijeka sigurno vrlo značajan, a uslijed kojih nastupa daljnje kompliciranje odnosa, koje zahtijeva naročito istraživanje.

Detaljno prikazivanje problema nivelitičke refrakcije, a naročito iscrpno reproduciranje tabela, ovdje bi nas predaleko odvelo te će uslijediti na drugom mjestu. Smisao ovih izlaganja leži uglavnom u tome, da se pažnja usmjeri na to, kako važan je Kukkamäkijev zahtjev, da se vodi računa o nivelitičkoj refrakciji kod preciznog nivelmana, i da je se i sa meteorološkog stanovišta naglasi.

Današnji mikroklimatski postupak opažanja dozvoljava jednostavno određivanje vertikalnog temperaturnog gradijenta u blizini tla, veliki materijal predleži već o njegovim srednjim vrijednostima i njegovom kolebanju. Za moderni precizni nivelman nije stoga zanemarivanje sistematskog refrakcionog utjecaja više u skladu sa zahtjevom za što je moguće većom točnosti.