

Metode lokalnih analiza morskih doba

1. U v o d. Periodično dizanje i spuštanje razine mora poznato pod imenom morska doba (plima i oseka) prirodna je pojava, koja je bila predmet istraživanja u gotovo svim razdobljima razvitka prirodnih nauka. Uočili su je već stari narodi, te je, pored mnogih fantastičnih tumačenja, dovodili u vezu i sa gibanjem Mjeseca. Prvo egzaktno tumačenje te pojave potječe od I. Newtona. Pripisujući njen uzrok gravitacionom djelovanju Mjeseca i Sunca razvio je teoriju sile uzročnice morskih doba i time dao čvrstu podlogu za sva kasnija istraživanja te pojave.

Iza Newtona bavili su se plimom i osekom mnogi istaknuti matematičari i fizičari i izgradili teorije morskih doba na dva u biti različita principa, statičkom i dinamičkom. Na statičkom principu osniva se t. zv. teorija ravnoteže. Prema toj teoriji, slobodna površina mora pod utjecajem sile uzročnice morskih doba poprima oblik poremećene nivo plohe teže, što znači, da vodena masa, zbog gibanja nebeskih tijela, koja to poremećenje uzrokuju, neprekidno prolazi kroz stanja ravnoteže. Dinamički princip naprotiv uzima u obzir ustrajnost vodenih masa pobuđenih na osciliranje.

Teoriju ravnoteže potpuno je izgradio D. Bernoulli. Osnove dinamičke teorije postavio je Laplace. On je istražio prisilne oscilacije vodenih masa, t. j. one oscilacije, kojih su periodi jednaki periodima članova, koje dobijemo razvijanjem u red sile uzročnice morskih doba, i prvi je pokazao, kako treba pri analizi morskih doba međusobno kombinirati rezultate teorije i opažanja. Time je postavio osnove harmoničkoj analizi morskih doba.

Nedostatak tih teorija, koji potječe iz njihove osnovne pretpostavke, da more pokriva cijelu Zemlju, nastojao je otkloniti svojom kanalnom teorijom G. B. Airy, time što je uzimao u račun nepravilnu razdiobu kopna i mora a naročito konfiguraciju obale, koji faktori znatno utječu na razvoj morskih doba u blizini kopna. Njegovu teoriju, u kojoj se zadaci rješavaju kao dvodimenzionalni hidrodinamički problemi, primijenili su A. Defant, R. v. Sterneck, A. T. Doodson, G. J. Taylor i J. Proudman na teoretsku obradu morskih doba okrajnih mora, te u tom postigli mnoge značajne i konkretne rezultate.

U praktičnoj oceanografiji, hidrografiji, navigaciji te pri planiranju i izvođenju gradnja i tehničkih radova na obali potrebno je poznavati tok plime i oseke na određenom mjestu. Naročito je potrebna prognoza vodostaja mora u bilo koje vrijeme. Rješenje tog problema bio je konačni cilj svih naprijed spomenutih teorija. No pokazalo se, da direktna primjena tih teorija — koje su inače od fundamentalnog značenja, jer daju opća gledišta o razvoju plime i oseke na Zemlji kao cjelini — na proračunavanje vodostaja mora na pojedinim mjestima, ne daje rezultate, koji se slažu s opažanjem. Razlog je u tome, što integraciju diferencijalnih jednadžbi, koje dobivamo u tim teorijama, možemo izvesti na sasvim pojednostavljenim modelima, dok u konkretnom slučaju moramo poznavati i uzeti u obzir stvarne zakone o promjenama dubine te granične uvjete, koji treba da uključuju vrlo zamršenu konfiguraciju obale, a to je ono, u čemu nailazimo na ogromne poteškoće.

Ali i pored toga, danas smo u stanju proračunati lokalna morska doba sa zadovoljavajućom točnošću, koliko za praktične potrebe toliko i za teoretska razmatranja i to pomoću specijalnih metoda za lokalne analize. One se osnivaju na upoređivanju zbivanja morskih doba na jednom mjestu sa prividnim gibanjem Mjeseca i Sunca. Gibanje tih dvaju nebeskih tijela nam je poznato, a podatke o toku plime i oseke na dotičnom mjestu dobijemo opažanjem kolebanja vodostaja mora. U tim lokalnim analizama služimo se dvjema metodama i to:

— neharmoničkom analizom, i — harmoničkom analizom.

2. **Neharmonička analiza.** Neharmonička analiza se sastoji u određivanju vremenskih intervala, koji prođu od momenta gornjih i donjih kulminacija Mjeseca na jednom mjestu, i vremena nastupa visokih voda, koje neposredno slijede iza tih kulminacija na tom istom mjestu. Već iz slijeda tih intervala visokih voda unutar jednog mjeseca možemo utvrditi variranje tih veličina s periodom polovine sinodskog mjeseca oko njihove srednje vrijednosti. Srednja vrijednost tih intervala pada u vrijeme sizigija i zove se **lučko vrijeme** (zakašnjenje). Lučko vrijeme je funkcija mjesta, te zbog toga možemo kartom izorahija (linija jednakog lučkog vremena) utvrditi napredovanje vala plime na većem području.

Odstupanja pojedinih intervala od te srednje vrijednosti zovemo **polumjesečne nejednakosti u vremenu** a pripisujemo ih različitim položajima Mjeseca i Sunca u toku sinodskog poluperioda. Bilježimo li i visine vodostaja svih tih visokih voda, vidjet ćemo, da i one variraju sa periodom od polovine sinodskog mjeseca oko jednog srednjeg vodostaja. Te varijacije zovemo **polumjesečne nejednakosti u visini**. Niske vode podliježu također polumjesečnim nejednakostima u vremenu i visini.

Polumjesečne nejednakosti određene na taj način ne ponavljaju se u jednakim iznosima nakon svake protekle polovine sinodskog mjeseca. Odredimo li srednjake tih nejednakosti po evkivalentnim kulminacijama Mjeseca unutar sinodskih poluperioda tokom dužeg vremenskog razdoblja i promatramo li otklone od dobivenih srednjih vrijednosti, dolazimo do daljnjih nejednakosti u vremenu i visini vodostaja visokih voda. Od tih nejednakosti najvažnije su **paralaktična ili mjesečna nejednakost sa periodom jednog anomalističkog mjeseca (oko 27,55 dana), deklinaciona nejednakost s periodom polovine tropskog mjeseca (oko 13,66 dana) i dnevna nejednakost s periodom tropskog mjeseca (oko 27,32 dana)**. Te nejednakosti pripisujemo različitim udaljenostima Mjeseca i Sunca od Zemlje zbog eliptičnih oblika njihovih staza kao i promjenama deklinacije tih dvaju nebeskih tijela.

S obzirom na te nejednakosti u vremenu potrebno je poštriti definiciju lučkog vremena na taj način, da pod lučkim vremenom smatramo vremenski interval kulminacije Mjeseca i slijedeće visoke vode u vrijeme onih sizigija, kad je deklinacija Mjeseca i Sunca nula, uz uvjet, da se u tom slučaju oba ta nebeska tijela nalaze u svojim srednjim udaljenostima od Zemlje. Tako definirano lučko vrijeme je osnovna konstanta neharmoničke analize i predstavlja veličinu, koja je karakteristična za morska doba pojedinih luka i mjesta na obali.

Pomoću lučkog vremena i poznatih nejednakosti u vremenu možemo unaprijed odrediti vrijeme nastupa visokih i niskih voda određenog datuma. Potrebno je izračunati srednje mjesno vrijeme gornje i donje kulminacije Mje-

seca za dotično mjesto i datum i dodati im lučko vrijeme i sve nejednakosti sa odgovarajućim predznakom. Za prognoze manje točnosti mogu se upotrijebiti lučka vremena određena kao srednje vrijednosti lučkih vremena dobivenih u vrijeme od nekoliko sizigija, a mjesto pojedinih nejednakosti uzeti u obzir samo polumjesečne, određene kao srednje vrijednosti polumjesečnih nejednakosti dobivenih u toku više sinodskih poluperioda. Algebarskim dodavanjem nejednakosti u visini srednjem vodostaju mora, koji je isto tako važna konstanta neharmoničke analize, možemo unaprijed odrediti i visine visokih i niskih voda. Vrijeme nastupa i visine visokih i niskih voda određene tim postupkom vrijede dakako samo za ono mjesto, na kojem je dobiven materijal opažanja, iz kojeg su izvedene potrebne veličine t. j. lučko vrijeme, srednji vodostaj i nejednakosti u vremenu i visini.

Princip neharmoničke analize pretpostavlja, da je srednji period oscilacija razine mora jednak polovini srednjeg Mjesečevog dana t. j. vremena između dvije uzastopne gornje kulminacije Mjeseca. Taj uvjet ispunjen je samo kod morskih doba poludnevnog tipa (u toku jednog Mjesečevog dana nastupaju po dvije visoke i niske vode). Prosječni period morskih doba jednodnevnog tipa (u toku jednog zvjezdanog dana nastupa samo po jedna visoka i niska voda) jednak je jednom zvjezdanom danu (23 sata i 56 min sred. Sunč. vrem.) a ne potpunom srednjem Mjesečevom danu (24 sata 50 min sr. Sunč. vrem.), tako da u tom slučaju više ne postoji neposredna veza između prividnog gibanja Mjeseca i hoda morskih doba. Prema tome neharmoničku analizu kao i proračunavanje visokih i niskih voda pomoću veličina te analize, ne možemo upotrijebiti na mjestima, gdje su morska doba jednodnevnog tipa. Isto tako spomenuti postupak ne možemo potpuno primijeniti na morska doba miješanog tipa, koja su obilježena time, da se visoke i niske vode unutar jednog Mjesečevog dana po visini i zakašnjenju znatno među sobom razlikuju, i tokom sinodskog perioda povremeno prelaze i u morska doba jednodnevnog tipa. (na pr. morska doba Jadranskog mora su miješanog tipa).

3. Harmonička analiza. Opća metoda, koju možemo upotrijebiti za prognozu morskih doba bilo kojeg tipa je harmonička analiza. Ona se osniva na činjenici, da oscilacije razine mora možemo prikazati sumom članova, koji su jednostavne harmonične funkcije vremena, čije analitičke izraze dobijemo razvijanjem u red sile uzročnice morskih doba ili njenog potencijala. No upotreba tih parcijalnih oscilacija, koje slijede iz teorije, za izračunavanje morskih doba na jednom mjestu daje rezultate koji se slažu s opažanjem istom onda, ako se amplitude tih teoretskih parcijalnih oscilacija i njihove faze prilagode empiričkim podacima iz materijala opažanja.

Morska doba su prisilne oscilacije razine mora pobudene gravitacionim djelovanjem Mjeseca i Sunca direktnim ili indirektnim putem (samo stalna odn. nesamo stalna morska doba) i njihov hod je u uskoj vezi sa gibanjem tih dvaju nebeskih tijela. Metoda harmoničke analize očituje tu povezanost na taj način, što se temelji na teoretskim parcijalnim oscilacijama s periodima (odn. kružnim frekvencama) na koje nailazimo pri gibanju Mjeseca i Sunca. Ti su periodi općenito iracionalni brojevi a isto tako i njihovi omjeri, tako da sastavljeno gibanje nije perodičko u strogom smislu te riječi. To je u skladu s činjenicom, da i morska doba nisu strogo perodička pojava.

Harmonička analiza morskih doba rješava naprijed spomenuti zadatak na taj način, da se iz materijala opažanja (registracija mareografa) izdvoje u prvom redu visine vodostaja mora, koje pripadaju gore spomenutim parci-

jalnim oscilacijama nesumjerljivih perioda. Na svaku od naprijed spomenutih izdvojenih parcijalnih oscilacija primijeni se Fourierova analiza, pomoću koje se odrede tražene amplitude i fazne konstante. U tom cijelom postupku, koji nosi ime harmonička analiza morskih doba, bitna je stvar izdvajanje komponenata nesumjerljivih perioda.

Za razliku od neharmoničke analize, harmonička analiza nam omogućuje proračunavanje vodostaja mora u bilo koji čas, dok vrijeme nastupa visokih i niskih voda možemo uzeti iz dijagrama, koji dobijemo nanašanjem izračunatih satnih vrijednosti.

Metodu harmoničke analize za praktičnu upotrebu prvi je potpuno razradio W. Thompson (Lord Kelvin) godine 1867. na principima, koje je već Laplace primijenjivao pri analizi plime i oseke početkom 19. stoljeća. Kasnije su je usavršili G. H. Darwin, R. A. Harris, C. Börgen, A. T. Doodson i drugi. U slijedećem opisat ćemo opširnije metodu harmoničke analize, koja je još i danas u općoj upotrebi.

4. Princip harmoničke analize morskih doba. Dizanje i spuštanje razine mora na jednom mjestu može se matematički prikazati sumom jednostavnih harmoničkih funkcija vremena, tako da je visina vodostaja mora h u vrijeme t jednaka

$$h = H_0 + A \cos(at - \alpha) + B \cos(bt - \beta) + C \cos(ct - \gamma) + \dots \quad (1)$$

gdje je H_0 visina srednjeg vodostaja u odnosu prema jednoj osnovnoj plohi. Harmonične funkcije u toj sumi su parcijalne oscilacije odnosno komponente morskih doba, koje ćemo za sada označiti brojevima 1, 2, 3...

Amplitude $A, B, C \dots$ onih parcijalnih oscilacija, egzistenciju kojih u izrazu (1) pripisujemo gravitacionom djelovanju Mjeseca nisu konstante. Prema teoriji plime i oseke one podliježu malenim varijacijama sa periodom od 18,6 godina zbog retrogradne revolucije Mjesečevog uzlaznog čvora.

Uzmemo li da je t srednje Sunčevo vrijeme i brojimo li ga od jednog određenog momenta u intervalima od 24 sata, veličine a, β, γ, \dots tada ne predstavljaju apsolutne fazne konstante, nego parametre, koji imaju karakter konstantnih veličina samo unutar svakog pojedinog ciklusa, u kome t poprima vrijednosti od 0 sati do 24 sata, a skokom se promijene na početku svakog novog ciklusa u kome t ponovno prolazi naprijed spomenute vrijednosti. To je zbog toga, što su kružne frekvence a, b, c, \dots parcijalnih oscilacija takve,

da im periodi $\left(\frac{360^\circ}{a}, \frac{360^\circ}{b}, \frac{360^\circ}{c} \right)$ općenito nisu jednaki periodu brojanja vre-

mena. Međutim da bi mogli upotrijebiti taj, danas svuda uobičajeni način brojanja vremena, a ujedno i upoređivati faze pojedinih parcijalnih oscilacija, potrebno ih je izraziti pomoću jedne promjenljive veličine i jedne apsolutne fazne konstante. Zbog toga ćemo faze pojedinih komponenata izraziti ovako:

$$\begin{aligned} at - \alpha &= (V + u)_1 - \kappa_1 \\ bt - \beta &= (V + u)_2 - \kappa_2 \\ ct - \gamma &= (V + u)_3 - \kappa_3 \end{aligned} \quad (2)$$

gdje indeksi 1, 2, 3, ... označuju pripadnost tih veličina pojedinim parcijalnim oscilacijama. Varijable $(V + u)$ su linearne funkcije čisto astronomskih veličina, koje slijede iz teorije gibanja Mjeseca i Sunca i zovu se astronomski argumenti, a svojom prisutnošću u argumentima parcijalnih

oscilacija povezuju hod plime i oseke s njihovim gibanjem. S obzirom na naprijed spomenuti način brojanja vremena, astronomski argument svake parcijalne oscilacije rastavljamo u dva dijela:

$$\begin{aligned}(V + u)_1 &= at + (V_0 + u)_1 \\(V + u)_2 &= bt + (V_0 + u)_2 \\(V + u)_3 &= ct + (V_0 + u)_3\end{aligned}\quad (3)$$

gdje su $(V_0 + u)$ vrijednosti astronomskih argumenata pojedinih komponenta za početak brojanja vremena (0 sati određenog datuma), a dijelovi at , bt , ct , ... vrijednosti tih argumenata od tog momenta do vremena t , jer a , b , c , ... su promjene astronomskog argumenta u jedinici srednjeg Sunčevog vremena. Uvrstimo li jednadžbe (3) u (2) dolazimo do slijedećih izraza na $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \dots$:

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= (V_0 + u)_1 + \alpha \\ \kappa_2 &= (V_0 + u)_2 + \beta \\ \kappa_3 &= (V_0 + u)_3 + \gamma\end{aligned}\quad (4)$$

Veličine κ su apsolutne fazne konstante pojedinih parcijalnih oscilacija i izražene u stupnjevima zovu se fazna zakašnjenja ili epohe. Veličina κ jedne komponente je prema jedn. (2) interval od momenta, kad je njen astronomski argument $(V + u)$ nula, do momenta kad je argument kosinusa jednak nuli, t. j. do nastupa slijedeće visoke vode, koju pripisujemo dotičnoj parcijalnoj oscilaciji. Nakon uvođenja veličina κ izraz (1) za visinu vodostaja mora prelazi u

$$h = H_0 + A \cos [at + (V_0 + u)_1 - \kappa_1] + B \cos [bt + (V_0 + u)_2 - \kappa_2] + C \cos [ct + (V_0 + u)_3 - \kappa_3] + \dots \quad (5)$$

Tako transformiranim izrazom služimo se pri računanju visine vodostaja mora. Iz jednadžbe (5) vidimo, da je za izračunavanje vodostaja mora u jednom određenom momentu potrebno poznavati astronomski argument i kružnu frekvencu (kutnu brzinu), te amplitudu i fazno zakašnjenje svake parcijalne oscilacije. Astronomske argumente i kružne frekvence izvodimo iz osnovnih jednadžbi teorije plime i oseke a H_0 , amplitude i fazna zakašnjenja određujemo posebnim metodama iz materijala opažanja. Te posljednje veličine karakteriziraju morska doba određene luke i zovu se harmonične konstante, dok astronomski argumenti i kružne frekvence pojedinih parcijalnih oscilacija ne ovise o mjestu.

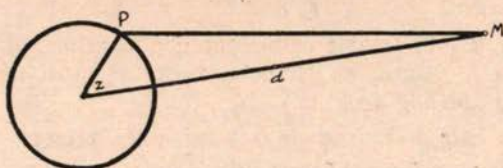
5. Osnovne jednadžbe teorije plime i oseke. Na temelju svih naprijed spomenutih teorija morskih doba, statičkih ili dinamičkih, dolazimo do istih osnovnih jednadžbi, iz kojih izvodimo astronomske argumente i periode pojedinih parcijalnih oscilacija, potrebne u harmoničkoj analizi. Dat ćemo kratak izvod tih jednadžbi na osnovu teorije ravnoteže.

Primjenom principa statičkog razmatranja pojave morskih doba na osnovne jednadžbe hidrodinamike, koje su polazna točka svake matematičke teorije plime i oseke, dolazimo, uz pretpostavku da more gustoće 1 pokriva cijelu Zemlju i da je tlak zraka na površini mora konstantan, do izraza

$$g \zeta = U + C \quad (6)$$

koji pokazuje odnos između teoretske visine vodostaja mora ζ na jednom

mjestu, akceleracije sile teže na površini Zemlje g te potencijala U sile, kojom određeno nebesko tijelo uzrokuje dizanje razine mora nad nivo plohu teže. Konstanta C određuje se iz uvjeta da je volumen mora konstantan. Uz pretpostavku da more pokriva cijelu Zemljinu kuglu $C = 0$, kako je to pokazao D. Bernoulli



Slika 1

Potencijal sile uzročnice morskih doba U od jednog nebeskog tijela mase M u točki P Zemlje je

$$U = \mu M \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos z}} - \frac{r \cos z}{d^2} \right) \quad (7)$$

gdje je d udaljenost tog nebeskog tijela od središta Zemlje, z prava zenitna udaljenost (t. j. zenitna udaljenost s obzirom prema horizontu, koji je položen središtem Zemlje), r polumjer Zemlje a μ konstanta gravitacije (sl. 1.). Prvi sumand u (7) predstavlja potencijal svih sila koje djeluju zbog održanja gibanja sustava Zemlja-tijelo mase M . Drugi sumand je potencijal centrifugalne sile, koja nastaje zbog rotacije spomenutog sustava oko zajedničkog težišta tih dvaju tijela. Razlika tih potencijala je potencijal sile uzročnice morskih doba. Izraz (7) možemo napisati i u ovom obliku:

$$U = \frac{\mu M}{d} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2 \frac{r}{d} \cos z + \frac{r^2}{d^2}}} - \frac{r}{d} \cos z \right) \quad (7a)$$

Razvoj prvog sumanda u zagradi u red po potencijama od $\frac{r}{d}$ vodi na jednostavne kugline funkcije prve vrste, tako da ga možemo pisati

$$U = \frac{\mu M}{d} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{d} \right)^n P_n(\cos z) - \frac{r}{d} \cos z \right] \quad (7b)$$

ili u razvijenom obliku

$$U = \frac{\mu M r^2}{d^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) + \frac{\mu M r^3}{d^4} \left(\frac{5}{2} \cos^3 z - \frac{3}{2} \cos z \right) + \dots \quad (8)$$

pri čemu je u (8) ispušten član $\frac{\mu M}{d}$ jer ga smatramo aditivnom konstantom

i time za potencijalnu funkciju bez važnosti. Uzmemo li u obzir samo prvi član i uvrstimo ga u (6) dobijemo:

$$\zeta = \frac{3}{2} \frac{\mu M r^2}{g d^3} \left(\cos^2 z - \frac{1}{3} \right) \quad (9)$$

Zamijenimo li polumjer Zemlje r srednjim polumjerom a i upotrijebimo za akceleraciju teže na površini Zemlje izraz $g = \frac{\mu E}{a^2}$ gdje je a srednji polumjer

a E masa Zemlje, izraz (9) prelazi u

$$\zeta = \frac{3}{2} \frac{M}{E} \frac{a^2}{d^3} \left(\cos^2 z - \frac{1}{3} \right) \quad (10)$$

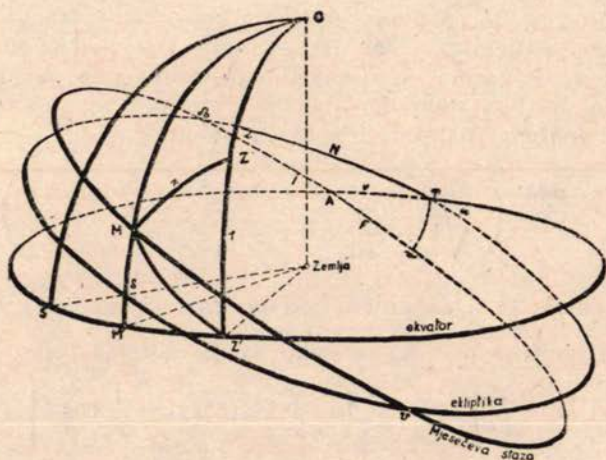
Zenitnu udaljenost u (10) izrazit ćemo pomoću deklinacije δ i satnog kuta t tog nebeskog tijela i geografske širine φ točke P poznatom formulom, koja slijedi iz nautičkog sfernog trokuta

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

i dolazimo do osnovne jednadžbe morskih doba

$$\zeta = \frac{3}{4} \frac{M}{E} \frac{a^4}{d^3} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right) \left(\frac{2}{3} - \sin^2 \delta \right) + \sin 2 \varphi \sin 2 \delta \cos t + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2 t \right] \quad (11)$$

Prvi sumand u izrazu (11) ovisi o geografskoj širini mjesta i deklinaciji dotičnog nebeskog tijela. On ne ovisi o dnevnoj vrtnji Zemlje i pokazuje lagano kolebanje srednjeg dnevnog vodostaja zbog promjene deklinacije, te stoga sadrži komponente duge periode. Drugi sumand, pored ovisnosti od δ i φ , ovisi i o satnom kutu nebeskog tijela i predstavlja ono kolebanje vodostaja mora, koje izvrši jednu potpunu oscilaciju u istom vremenu,



Slika 2

- | | |
|---|---------------------------------|
| C = sjeverni nebeski pol, | Z = zenit, |
| M = položaj Mjeseca, | S = položaj srednjeg Sunca, |
| A = sjecište Mjesecove staze i nebeskog ekvatora, | CZZ' = gornji meridijan, |
| CMM' = satni krug Mjeseca, | CS = satni krug srednjeg Sunca, |

u kojem se satni kut poveća od 0^0 do 360^0 , a to je približno jedan dan. On sadrži dakle jednodnevne komponente. Treći sumand ovisi o dvostrukom satnom kutu i sadrži poludnevne komponente t. j. one parcijalne oscilacije, periodi kojih su jednaki onom vremenu, u kome satni kut poraste od 0^0 do 180^0 , a to je približno polovina dana.

Za određivanje astronomskih argumenata potrebno je izraz (11) dalje razviti u niz članova, koji zadovoljavaju uvjete jednostavnih harmoničkih oscilacija (konstantne amplitude i kružne frekvence). U daljnjem izvođenju uzet ćemo da je djelujuće nebesko tijelo Mjesec. Uvodimo slijedeće oznake:

N = longituda Mjesečevog uzlaznog čvora u ekliptici,

I = priklon Mjesečeve staze prema nebeskom ekvatoru,

i = priklon Mjesečeve staze i ekliptike,

ω = priklon ekliptike i nebeskog ekvatora,

ν = rektascenzija sjecišta A ,

ξ = longituda sjecišta A u Mjesečevoj stazi mjerena od projekcije proljetne točke na Mjesečevu stazu,

MM' = δ deklinacija Mjeseca,

ZZ' = φ = geografska širina mjesta,

MZ = z = zenitna udaljenost Mjeseca,

$M'Z'$ = t = satni kut Mjeseca,

$Z'S = T$ = satni kut srednjeg Sunca,

s' = prava longituda Mjeseca u stazi mjerena od projekcije proljetne točke na Mjesečevu stazu,

s = rektascenzija srednjeg Mjeseca,

h = rektascenzija srednjeg Sunca.

Iz pravokutnih sfernih trokuta $M M' A$ i $M M' Z'$ i kosokutnog sfernog trokuta $A M Z'$ (sl. 2.), gdje je M položaj Mjeseca a Z zenit točke P (sl. 1.), slijede relacije:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin I \sin j \\ \cos \delta \cos t &= \cos MZ' = \cos X \cos j + \sin X \sin j \cos I \\ &= \cos^2 \frac{1}{2} I \cos (X - j) + \sin^2 \frac{1}{2} I \cos (X + j) \end{aligned} \quad (12)$$

u kojima je X luk ekvatora od sjecišta A do Z' a j luk Mjesečeve staze od sjecišta A do M . Uvrštenjem izraza (12) u (11) dobijemo:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{3}{4} \frac{M}{E} \frac{a^4}{d^3} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right) \left(\frac{2}{3} - \sin^2 I + \sin^2 I \cos 2j \right) \right. \\ &+ \sin^2 \varphi \left[\sin I \cos^2 \frac{1}{2} I \cos (X + 90^\circ - 2j) + \frac{1}{2} \sin 2I \cos (X - 90^\circ) \right. \\ &+ \left. \sin I \sin^2 \frac{1}{2} I \cos (X - 90^\circ + 2j) \right] + \cos^2 \varphi \left[\cos^4 \frac{1}{2} I \cos (2X - 2j) \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sin^2 I \cos 2X + \sin^4 \frac{1}{2} I \cos (2X + 2j) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

Luk j možemo izraziti pomoću veličina s' i s ovako:

$$j = s' - \xi = s - \xi + k \quad (14)$$

gdje je $k = s' - s$. Luk X izražen veličinama h , T i ν jednak je

$$X = T + h - \nu \quad (15)$$

Pravu paralaksu mjeseca $\frac{a}{d}$ izrazit ćemo pomoću srednje paralakse $\frac{a}{c}$ i omjera

prave i srednje paralakse, gdje je c srednja udaljenost Mjeseca od Zemlje ovako:

$$\frac{a}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} \quad (16)$$

Uvrštenjem izraza (14), (15) i (16) u (13) dobijemo:

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{3}{4} \frac{M a^4}{E c^3} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right) \left[\left(\frac{c}{d} \right)^3 \left(\frac{2}{3} - \sin^2 I \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin^2 I \cos (2s - 2\xi + 2k) \right] \right. \\ & + \sin 2\varphi \left[\left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin I \cos^2 \frac{1}{2} I \cos (T - 2s + h + 2\xi - \nu + 90^\circ - 2k) \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin 2I \cos (T + h - \nu - 90^\circ) \\ & + \left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin I \sin^2 \frac{1}{2} I \cos (T + 2s + h - 2\xi - \nu - 90^\circ + 2k) \\ & + \cos^2 \varphi \left[\left(\frac{c}{d} \right)^2 \cos^4 \frac{1}{2} I \cos (2T - 2s + 2h + 2\xi - 2\nu - 2k) \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin^2 I \cos (2T + 2h - 2\nu) \\ & \left. \left. + \left(\frac{c}{d} \right)^3 \sin^4 \frac{1}{2} I \cos (2T + 2s + 2h + 2\xi - 2\nu + 2k) \right] \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

U izrazu (17) potrebno je još omjer $\frac{c}{d}$ i varijablu k zamijeniti izrazima, koje nam za te veličine daje teorija gibanja Mjeseca. Oni glase:

$$k = s' - s = 2e \sin (s - p) + \frac{5}{4} e^2 \sin 2 (s - p) \quad (\text{eliptična nejednakost})$$

$$+ \frac{15}{4} m e \sin (s - 2h + p) \quad (\text{evекциона nejednakost}) \quad (18)$$

$$+ \frac{11}{8} m^2 \sin 2 (s - h) \quad (\text{varijaciona nejednakost}) \quad (18)$$

$$\frac{c}{d} = 1 +$$

$$+ e \cos (s - p) + e^2 \cos 2 (s - p) \quad (\text{eliptična nejednakost})$$

$$+ \frac{15}{8} m e \cos (s - 2h + p) \quad (\text{evекциона nejednakost}) \quad (19)$$

$$+ m^2 \cos 2 (s - h) \quad (\text{varijaciona nejednakost}) \quad (19)$$

gdje

p = srednja longituda Mjesečevog perigeja,

e = ekcentricitet Mjesečeve staze, i

m = omjer srednjeg gibanja Sunca i Mjeseca.

Veličine e i m vrlo su malene tako da se kod daljeg izvođenja mogu zanemariti članovi u kojima dolaze potencije više od kvadrata. Pritom i produkt obiju možemo smatrati ekvivalentnim kvadratu jedne od njih. Nadalje uzimamo da je $\sin k$ ili $\sin 2k$ jednak samom kutu k . Uvršetnjem izraza (18) i (19) u (17) uz spomenute aproksimacije dolazimo do konačnog izraza za teoretsku visinu vodostaja mora, koja je jednaka sumi od 63 člana. Opći oblik te sume glasi

$$\zeta = \sum R \cos (V + u) \quad (20)$$

gdje su članovi jednostavne harmoničke funkcije.

Izraz za teoretsku visinu vodostaja, koju uzrokuje gravitaciono djelovanje Sunca možemo izvesti iz (17) tako, da od izraza (18) i (19) uzmemo u obzir samo eliptične nejednakosti, u kojima prethodno zamijenimo e sa ekscentricitetom Sunčeve staza e_1 , p sa longitudom perihela p_1 i s sa h . U izrazu (17) potrebno je također masu M zamijeniti masom sunca $S, \frac{a}{c}$ srednjom paralaksom

Sunca $\frac{a}{c_1}$, I sa priklonom ekliptike ω , s sa rektascenzijom srednjeg Sunca h i izostaviti veličine ξ i ν . Taj razvoj daje, uz analogne aproksimacije, 33 člana u sumi oblika (20).

U tablici dani su analitički izrazi za teoretske amplitude i astronomske argumente glavnih parcijalnih oscilacija, te njihove kružne frekvence i periode, koje koristimo u obradi materijala opažanja. Svaka komponenta ima svoj naziv i označena je posebnim simbolom.

Teoretska amplituda je produkt od dva faktora t. zv. općeg koeficijenta. Opći koeficijent, koji se sastoji od jedne konstantne veličine i širinskog faktora ovisi o geografskoj širini mjesta. Koeficijent se sastoji od eliptičnog faktora (član koji sadrži veličine e i m ili e_1) i priklonog faktora (sadrži veličinu I ili ω). Prikloni faktor varira s periodom od 18,6 godina zbog revolucije Mjesečevog uzlaznog čvora. Unutar tog perioda i veličina I varira između granica $(\omega - i)$ i $(\omega + i)$ odnosno od približno $18,3^0$ do $28,6^0$, a funkcije od I isto tako. To svojstvo pripisujemo i empiričkim amplitudama Mjesečevih komponenata. Budući da one na različitim mjestima ne moraju biti određene iz niza opažanja istog vremenskog razdoblja, potrebno ih je — zbog mogućnosti upoređivanja — reducirati na jednu referenčnu vrijednost. Ta vrijednost jednaka je onoj vrijednosti priklonog faktora, koju on poprima za srednju vrijednost priklona I . Ima i drugih definicija te referenčne vrijednosti, no one se po iznosima mnogo ne razlikuju od naprijed spomenute.

Astronomski agument $(V + u)$ karakterizira svaku pojedinu parcijalnu oscilaciju, jer iz njega izvodimo njenu kružnu frekvencu i period. Sastoji se iz dijela V i dijela u . V je funkcija veličina T, s, h, p i p_1 a u je funkcija od ξ i ν . U tablici dane su te funkcije za glavne parcijalne oscilacije. Kružna frekvencija jedne parcijalne oscilacije je promjena njenog astronomske argumenta u jedinici vremena.

Deklinacione Mjesečeve i Sunčeve komponente (K_1) i (K_2) ne upotrebljavaju se odvojeno, nego se sastavljaju u t. zv. lunisolarne dnevne i poludnevne komponente K_1 i K_2 , jer ih — zbog jednakih perioda — pri analizi ne bi mogli izdvojiti. Posljedica tog sastavljanja, koje ne iznosimo, jer prelazi okvir ovog izlaganja, je ta, da lunisolarne komponente imaju promijenjene teoretske amplitude i dijelove u astronomske argumenta (veličine ν' i ν'').

Tablica

Naziv komponente	Simbol	Opći koeficijent	Koeficijent	ARGUMENT		Kutna brzina komponente o/sat	Period komponente sati sr. Sunč. vr.
				V	u		
MJESEČEVE KOMPONENTE a) poludnevne							
Glavna	M_2		$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e^2\right) \cos^2 \frac{1}{2} I$	$2T - 2s + 2h$	$2\xi - 2\nu$	29,984 1042	12,420 601
Eiptična	N_2	$\frac{3}{2} \frac{M}{E} \frac{a^4}{c^3} \cos^2 \varphi$	$\frac{1}{2} \frac{7}{2} e \cos^4 \frac{1}{2} I$	$2T - 3s + 2h + p$	$2\xi - 2\nu$	28,4397 295	12,658 349
Deklinaciona	(K_2)		$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} e^2\right) \sin 2I$	$2T + 2h$	-2ν	30,0821 373	11,967 234
b) jednodnevne							
Glavna	O_1		$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e^2\right) \sin I \cos^2 \frac{1}{2} I$	$T - 2s + h + 90^\circ$	$2\xi - \nu$	13,9430 356	25,819 342
Deklinaciona	(K_1)		$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} e^2\right) \sin 2I$	$T + h - 90^\circ$	$-\nu$	15,0410 686	23,934 470
SUNČEVE KOMPONENTE c) poludnevne							
Glavna	S_2		$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e^2\right) \cos^4 \frac{1}{2} \omega$	$2T$	$-$	30,0000 000	12,000 000
Deklinaciona	(K_2)	$\frac{3}{2} \frac{S}{E} \frac{a^4}{c^3} \cos^2 \varphi$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} e^2\right) \sin^2 \omega$	$2T + 2h$	$-$	30,0821 373	11,967 234
d) jednodnevne							
Glavna	P_1		$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e^2\right) \sin \omega \cos^2 \frac{1}{2} \omega$	$T - h + 90^\circ$	$-$	14,9589 314	24,065 890
Deklinaciona	(K_1)	$\frac{3}{2} \frac{S}{E} \frac{a^4}{c^3} \sin 2\varphi$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} e^2\right) \sin 2\omega$	$T + h - 90^\circ$	$-$	15,0410 686	23,934 470
Lunisolarne poludnevne i jednodnevne							
Deklinaciona	K_2	$-$	$-$	$2T + 2h$	$-2\nu'$	30,0821 373	11,967 234
Deklinaciona	K_1	$-$	$-$	$T + h$	$-\nu'$	15,0410 686	23,934 470

6. **Parcijalne oscilacije i nejednakosti.** Predodžbu o doprinosu pojedinih parcijalnih oscilacija jednodnevnog i poludnevnog perioda, sadržanih u tablici, rezultirajućem vodostaju mora, te o njihovoj vezi sa gibanjem Mjeseca i Sunca dobijemo, ako djelovanje svake komponente pripišemo jednom fiktivnom satelitu. Tako na pr. djelovanje glavne Mjesečeve poludnevne komponente M_2 pripisujemo takvom fiktivnom Mjesecu, koji bi se gibao po ekvatoru konstantnom srednjom brzinom i uvijek u istoj udaljenosti od Zemlje. Budući da mu je kutna brzina $28,98^0$... na sat, on izvrši jedan ophod oko Zemlje u vremenu od $12,42$... srednja Sunčeva sata, a površina mora izvrši u tom vremenu jednu potpunu oscilaciju. U vremenu od $24,84$... srednja Sunčeva sata taj fiktivni Mjesec izvršio bi dva ophoda oko Zemlje a površina mora dvije potpune oscilacije. Time smo ujedno pretpostavili, da fiktivni satelit za vrijeme jednog ophoda oko Zemlje uzrokuje samo po jednu plimu i oseku.

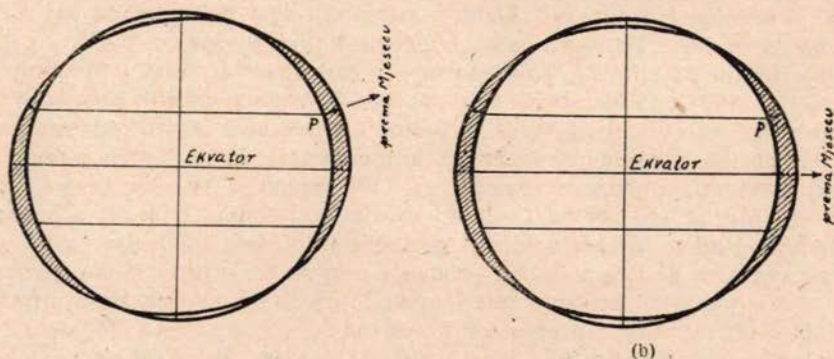
Fiktivni satelit, koji predstavlja komponentu N_2 giba se isto tako po ekvatoru ali srednjom brzinom od $28,43^0$... na sat i izvrši jedan ophod oko Zemlje za $12,65$... srednja Sunčeva sata. Njegova kutna brzina je $0,54^0$... manja od kutne brzine satelita M_2 i on zaostaje za njim za isti iznos u svakom satu. Za potpunih 360^0 će zaostati iza komponente M_2 nakon svakih proteklih $27,55$... srednjih Sunčevih dana, a to je period jednog anomalističkog mjeseca. U toku tog perioda argumenti kosinusa komponenata M_2 i N_2 će jednom biti jednaki (perigej), a jednom različiti za 180^0 (apogej) tako da će se njihove amplitude, unutar tog perioda jednom zbrajati, a jednom odbijati u svom punom iznosu. Kad je Mjesec u blizini perigeja amplitude oscilacija razine mora se povećavaju, a kad je u blizini apogeja one se smanjuju. Komponenta N_2 uzima dakle u obzir variranje udaljenosti Mjeseca od Zemlje zbog eliptičnog oblika Mjesečeve staze, i prema tome nosi naziv eliptična Mjesečeva komponenta. Nejednakost visine vodostaja mora, uzrokovana promjenom udaljenosti Mjeseca od Zemlje zove se paralaktična ili mjesečna nejednakost, jer se zbog promjene te udaljenosti mijenja Mjesečeva horizontalna paralaksa. Ta se nejednakost očituje u visini i u vremenu.

Kutna brzina komponente (K_2) je za $1,09^0$... veća od kutne brzine komponente M_2 i argumenti kosinusa tih dviju komponenata bit će jednaki iza svakih $13,66$... srednjih Sunčevih dana, a to je polovina perioda jednog tropskog mjeseca. Unutar tropskog perioda Mjesečeva deklinacija prolazi sve pozitivne i negativne vrijednosti i zbog toga se nejednakost, koju uzrokuje (K_2) na morska doba komponente M_2 , zove deklinaciona nejednakost u visini i vremenu. Deklinaciona komponenta (K_2) uzima u obzir samo promjene deklinacije po iznosu a ne i po predznaku, jer joj je period polovina tropskog mjeseca. Argumenti komponenata M_2 i (K_2) jednaki su u vrijeme kad mjesec prolazi kroz ekvator a različiti su za 180^0 kad postiže najveću pozitivnu ili negativnu deklinaciju.

Osim već spomenutih nejednakosti postoji još i dnevna nejednakost u visini (i u vremenu) s periodom jednog tropskog mjeseca, a očituje se u tome, što visine visokih i niskih voda, koje slijede neposredno jedna iza druge u toku jednog srednjeg Mjesečevog dana, nisu jednake. Visoke vode u točki P, koje odgovaraju gornjoj i donjoj kulminaciji, jednake su, ako se Mjesec nalazi u ekvatoru (sl. 3a.). Kad mjesec postigne najveću pozitivnu deklinaciju, visoka voda u točki P, koja odgovara gornjoj kulminaciji Mjeseca, viša

je od one, koja odgovara slijedećoj donjoj kulminaciji, dok je pri najvećoj negativnoj deklinaciji Mjeseca obratno (sl. 3b.).

Prema tome dnevna nejednakost ne ovisi samo o iznosima deklinacije Mjeseca nego i o njenom predznaku. Ta dnevna nejednakost obuhvaćena je glavnom Mjesečevom jednodnevnom komponentom 0_1 i jednodnevnom Mjesečevom deklinacionom komponentom (K_1). Razlika njihovih kutnih brzina je $1,09^\circ \dots$ i argumenti su im jednaki svakih $13,66 \dots$ dana i to u vrijeme, kad Mjesec postizava maksimalnu pozitivnu ili negativnu deklinaciju, tako da im se tada amplitude zbrajaju u punim iznosima. Sastavljanjem tih dviju jednodnevnih komponenata dobijemo jednu moduliranu oscilaciju s periodom od $24,84 \dots$ sata (period komponente M_1) kojoj amplituda varira sa periodom jednog tropskog mjeseca, što je ujedno period dnevne nejednakosti.



Slika 3

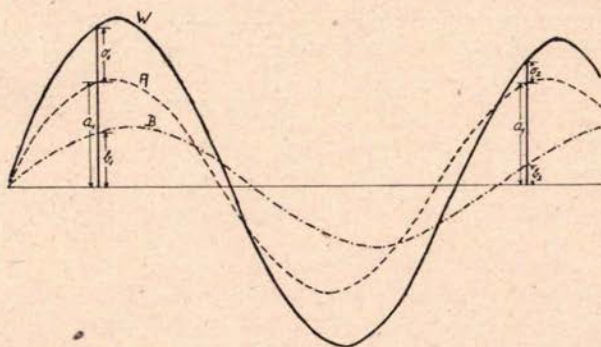
Tim komponentama, koje pripisujemo djelovanju Mjeseca, pridolaze još komponente u koje smo rastavili djelovanje Sunca. To je u prvom redu glavna Sunčeva poludnevna komponenta S_2 . Njena kutna brzina je za $1,01^\circ \dots$ veća od kutne brzine komponente M_2 i argumenti im se poklapaju svakih $14,76 \dots$ dana, a to je polovina perioda sinodskog mjeseca. Argumenti su im jednaki u vrijeme sizigija, a različiti za 180° u vrijeme kvadratura, i time je sa te dvije komponente obuhvaćeno povećanje amplitude vodostaja mora u vrijeme sizigija i njezino smanjenje u vrijeme kvadratura. Ta nejednakost zove se polumjesečna nejednakost, jer joj je period jednak polovini sinodskog mjeseca.

Utjecaj ostalih Sunčevih komponenata na komponentu S_2 potpuno je analanog utjecaju Mjesečevih komponenata na komponentu M_2 , samo što su periodi nejednakosti Sunčevih komponenata različiti od nejednakosti Mjesečevih, jer je i period varijacije deklinacije Sunca različit od perioda varijacije deklinacije Mjeseca.

7. Izdvajanje komponenata nesumjerljivih perioda. Krivolju oscilacija razine mora, koju zablježi mareograf, smatramo rezultantom određenog broja parcijalnih oscilacija, periode kojih nam daje teorija plime i oseke. Periodi komponenata koje su označene istim indeksom a različitim simbolom, međusobno su nesumjerljivi, a periodi komponenata istog sim-

bola a različitih indeksa 1, 2, 3, ... međusobno su sumjerljiviji. Pod izdvajanjem komponenata iz materijala opažanja razumijevamo određivanje visina vodostaja, koji pripadaju pojedinim parcijalnim oscilacijama. To izdvajanje se može provesti zbog toga, što se osnovni periodi parcijalnih oscilacija vrlo malo među sobom razlikuju, a budući da su ti periodi iracionalni brojevi, potrebno ih je aproksimirati dovoljno točno racionalnim brojevima.

Prvo približno izdvajanje jedne komponente nesumjerljivog perioda iz mareograma vrši se tako, da se cijeli interval registracija podijeli na jednake dijelove. Dužina svakog dijela jednaka je periodu dotične parcijalne oscilacije, t. j. jednom komponentinom danu. Svaki taj dio razdijeli se opet na 24 jednaka dijela, koji se numeriraju brojevima od 0 do 23 i predočuju pune komponentine sate. Time je interval registracija podijeljen na dane i sate komponente koju izdvajamo, te pruža mogućnost očitavanja ordinata mareograma u pojedine komponentine sate. Ordinate, koje pripadaju istim satima svakom komponentinog dana sastoje se od dijelova, koji pripadaju istim fazama komponente koju izdvajamo i od dijelova, koji pripadaju različitim fazama svih ostalih komponenata, a sadrže također i nepravilnosti u visini vodostaja, koje su uzrokovane meteorološkim faktorima. Sumiranjem ordinata, koje pripadaju istim komponentinim satima i određivanjem njihovih srednjih vrijednosti, ponište se dijelovi koji pripadaju svim ostalim komponentama, uz uvjet, da je interval raspoloživih registracija dovoljno velik. Dobivene srednje vrijednosti su one



Slika 4

visine vodostaja mora u pune komponentine sate, koje se svode samo na dotičnu parcijalnu oscilaciju. Osobito je povoljan niz registracija od 369 dana, jer pri računanju srednjaka ukloni i utjecaj meteoroloških faktora.

Prikazat ćemo taj postupak na jednom jednostavnom primjeru. U sl. 4. krivulja W neka je rezultanta dviju parcijalnih oscilacija A i B malo različitih perioda. Želimo li izdvojiti ordinatu, koja odgovara komponenti A u jedan određen sat te komponente, moramo očitati ordinate krivulje W u momentima, kad komponenta A poprma istu fazu. To će biti u razmacima koji su jednaki periodu komponente A.

Prva očitana ordinata neka je W_1 . Ta ordinata je suma ordinate a_1 koja pripada komponenti A i dijela o_1 , koji je jednak ordinati b_1 koja pripada komponenti B. Ordinata W_2 , koju očitamo u razmaku, koji je jednak jednom danu komponente A sastoji se opet od ordinate a_1 , jer odgovara istoj fazi kom-

ponente A i dijela o_2 , koji više nije jednak dijelu o_1 , jer ni ordinata b_2 nije jednaka ordinati b_1 , zbog toga, što te ordinate ne odgovaraju istim fazama komponente B. Nastavimo li postupak dalje bit će:

$$\begin{aligned} W_1 &= a_1 + o_1 \\ W_2 &= a_2 + o_2 \\ W_3 &= a_3 + o_3 \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ W_i &= a_i + o_i \end{aligned} \quad (23)$$

Zbrojimo li te ordinate dobijemo

$$\sum_{i=1}^n W_i = n a_1 + \sum_{i=1}^n o_i \quad (24)$$

gdje je n broj perioda komponente A u cijelom razmatranom intervalu vremena.

Ako je n dovoljno velik t. j. ako je interval registracija dovoljno dug, član $\sum_{i=1}^n o_i \rightarrow 0$, jer će ordinate b komponente B poprimiti sve moguće vrijednosti po veličini i predznaku, a prema tome i dijelovi o_i , tako da će im algebarska suma biti to točnije jednaka nuli što je veće n . Izdvojena ordinata a_1 pripada određenom satu komponente A i jednaka je

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{n} \quad (25)$$

Broj perioda n , koji je potreban za eliminiranje utjecaja komponente B jednak je

$$n = \frac{a}{a-b} \quad (26)$$

gdje su a i b kutne brzine komponenata A i B.

U općem slučaju, pri izdavanju jedne komponente drugi sumand izraza (24) sadrži dijelove ordinata ostalih komponenata nesumjerljivog perioda, te iščezava ako je dužina intervala registracija dovoljno velika.

Izdavanje već samo 7 glavnih komponenata tim načinom, gdje je za izdavanje pojedinih komponenata potrebno očitavanje visina vodostaja mora u pune sate one komponente, koju želimo izdvojiti, pri dužini intervala registracija od 369 dana, zahtijeva ogroman rad. U praksi se međutim na taj način vrši izdavanje samo komponente S, jer je na dijagramskom papiru, na kome se vrši registracija, već označena podjela na dane i sate te komponente. Za izdavanje ostalih komponenata nesumjerljivih perioda upotrebljavamo te satne vrijednosti (očitanje po srednjem Sunčevom vremenu) i pridjeljujemo ih najbližim punim satima slijedeće komponente koju izdajamo. Pri tome potrebno je nekim komponentinim satima pridijeliti i po dvije konsektivne satne ordinate ili nijednu, što ovisi o tome, da li je period komponente koju izdajamo veći ili manji od perioda srednjeg Sunčevog dana. To pridjelji-

vanje i potrebno sumiranje može se izvesti sa posebno konstruiranim šablonama. Za svaku komponentu nesumjerljivog perioda potrebna je posebna šablona. Ordinate parcijalnih oscilacija, izdvojene tim načinom pridjeljivanja, malo će se razlikovati od ordinata, koje bi dobili metodom diobe intervala registracija, te ih je potrebno korigirati t. zv. faktorom povećanja, kojeg ne možemo ovdje izvoditi.

8. **Fourierova analiza.** Kao rezultat izdvajanja jedne komponente na jedan od naprijed opisanih načina, dobijemo 24 satne ordinate, koje odgovaraju punim satima te komponente. Visine vodostaja mora h' prikazane tim ordinatama pripadaju onoj parcijalnoj oscilaciji, koja ima osnovni period, na osnovu kojeg je izdvajanje izvršeno. Time je dobivena visina vodostaja mora h' kao periodička funkcija argumenta koji ćemo označiti s x , te je možemo prikazati Fourierovim redom

$$h' = H_0 + A_1 \cos(x - \alpha_1) + A_2 \cos(2x - \alpha_2) + A_3 \cos(3x - \alpha_3) + \dots \quad (27)$$

koji možemo pisati i u obliku

$$h' = H_0 + C_1 \cos x + C_2 \cos 2x + C_3 \cos 3x + \dots \\ + S_1 \sin x + S_2 \sin 2x + S_3 \sin 3x + \dots \quad (28)$$

tako da je

$$A_i = \frac{C_i}{\cos \alpha_i} = \frac{S_i}{\sin \alpha_i} = \sqrt{C_i^2 + S_i^2} \quad \text{tg } \alpha_i = \frac{S_i}{C_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

Odredimo li Fourierove koeficijente $C_1, C_2, C_3 \dots$ i S_1, S_2, S_3 , možemo pomoću jednadžbi (29) odrediti amplitude A_1, A_2, A_3, \dots i fazne konstante $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ parcijalnih oscilacija, od kojih je sastavljen izraz (27). Na taj način dolazimo do amplitude i veličina onih komponenata, kojih se periodi odnose kao $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \dots$, dakle do komponenata sumjerljivih perioda.

Kako funkcija $h'(x)$ nije zadana analitičkim izrazom, nego raspoložemo sa vrijednostima te funkcije za određen broj n diskretnih vrijednosti argumenta x , koji slijede u jednakim razmacima u u intervalu od 0° do 360° , tako da je $u \cdot n = 360^\circ$, to se ovdje radi o numeričkom određivanju konačnog broja koeficijenata C i S , dakle o približnom predočivanju funkcije $h'(x)$ konačnim trigonometrijskim polinomima. Taj problem, koji je postavio i riješio F. Bessel, a poznat je pod nazivom numerička harmonička analiza, vodi do približnih izraza za Fourierove koeficijente C i S , koji prilagođeni za upotrebu u analizi morskih doba glase:

$$H_0 = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{n-1} h'_r \\ C_p = \frac{2}{n} \sum_{r=0}^{n-1} h'_r \cos ur p \quad S_p = \frac{2}{n} \sum_{r=0}^{n-1} h'_r \sin ur p \quad (30) \\ p = 1, 2, 3, \dots, \frac{n}{2} - 1.$$

Ako smo postupkom za izdvajanje komponenata nesumjerljivih perioda odredili 24 ordinate h' dotične komponente, kao što se to obično i čini, onda

je u izrazima (30) $n = 24$, a $u = 15^0$. Budući da su, prema teoriji, periodi glavnih parcijalnih oscilacija (t. j. onih, koje imaju najveće amplitude, te time predstavljaju znatan doprinos rezultirajućem vodostaju mora) približno jednodnevni ili poludnevni, dovoljno je po formulama (30) odrediti ili samo C_1 i S_1 (za jednodnevne) ili samo C_2 i S_2 (za poludnevne) a zatim prema jednadžbama (29) A_1 i a_1 odnosno A_2 i a_2 . Amplitude A pojedinih komponenata, određene na taj način iz materijala opažanja, upotrebljavamo za računanje visine vodostaja mora prema (5), dok se veličine a odnose samo na početak niza materijala opažanja. Pomoću astronomskog argumenta ($V_0 + u$), koji vrijedi za početak niza, i tih veličina, odredimo prema (4) apsolutne fazne konstante α , koje upotrebljavamo u izrazu (5).

9. Z a v r š e t a k. Podaci o astronomskim argumentima pojedinih komponenata za bilo koje vrijeme izračunati su za velik broj godina unaprijed, te ih možemo naći u posebnim priručnicima ili u t. zv. tablicama morskih doba, koje se izdaju za svaku godinu unaprijed i služe kao priručnici za plovidbu. Te tablice sadrže također i podatke o harmoničnim konstantama svih luka na svijetu, za koje su te konstante određene, a za mnoge značajne svjetske luke daje već izračunate podatke o vremenu nastupa i visini vodostaja svih visokih i niskih voda u dotičnoj godini. Ti računi vrše se prema izrazu (5) posebnim strojevima, koji rade na mehaničkom principu.

Konstantan član H_0 predstavlja srednji vodostaj svih satnih vrijednosti niza opažanja od 369 dana, koji se upotrijebio pri analizi, i običaj je izraziti ga u odnosu prema hidrografskom nivou. Taj srednji godišnji vodostaj ne odstupa znatno od srednjeg vodostaja, koji je određen iz niza opažanja od više godina. Međutim odstupanja dnevnih srednjaka vodostaja mora tokom godine od tog godišnjeg srednjaka su mnogo veća, tako da je kod računanja visine vodostaja mora potrebno u izrazu (5) mjesto H_0 uzeti srednji dnevni vodostaj za taj dan. Variranje srednjeg dnevnog vodostaja možemo, prema teoriji plime i oseke, pripisati kozmičkim uzrocima (komponente duge periode), no najvećim dijelom ono ovisi o atmosferskim prilikama na širokom području (raspodjela tlaka zraka i vjetar). Budući da su promjene tih meteoroloških faktora nepravilne, teško je sa sigurnošću unaprijed odrediti visinu srednjeg dnevnog vodostaja za određeni datum. Za praktične potrebe utvrđeni su empiričkim putem iznosi, za koje moramo korigirati veličinu H_0 pri određenim vremenskim prilikama. U većim lukama, gdje je to potrebno zbog sigurnosti plovidbe, daju se svaki dan više puta preko radio-stanice podaci o srednjem dnevnom vodostaju.

LITERATURA

- G. H. Darwin und S. S. Hough, Bewegung der Hydrosphäre; Enzyklopadie d. math. Wiss. Bd. VI 1 B, 1908.
- A. Defant, Gezeitenprobleme des Meeres in Landnähe, Probleme d. Kosm. Phys. VI, Hamburg 1925.
- F. Hopfner, Die Gezeiten der Meere; Wien — Harms Handbuch der Experimentalphysik Bd. 25, II Teil, Leipzig 1931.
- W. Horn, Gezeitenscheinungen; Lehrbuch der Navigation für die Kriegs- und Handelsmarine, I Teil, Bremen 1943.
- W. v. Kesslitz, Das Gezeitenphänomen im Hafen von Pola; Mitteilungen aus dem Gebiete des Seewesens, Vol. 38, 1910.
- P. Schureman, Manual of harmonic analysis and prediction of tides; U. S. Coast and Geodetic Survey, Spec. Publ. No. 98, Washington, 1941.