

Prijevodi iz strane stručne literature

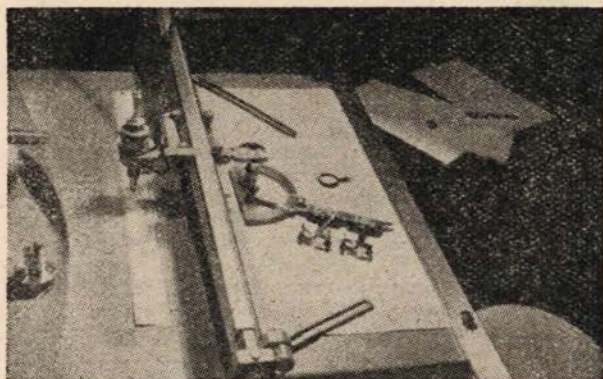
R. Roelofs, prof. Tehn. visoke škole, Delft, Holandija

Točnost određivanja površina planimetrom s polarnom pločom*

§ 1. Obrtanje i klizanje kotačića

Teorija svakog planimetra s kotačićem temelji se na zasadi, da je okretanje kotačića proporcionalno sinusu kuta između osi kotačića i smjera njegova puta. Ne može se pretpostaviti, da ispravnost te zasade nije ispitivana. Bar po konstruktorima. Ali, koliko mi je poznato, rezultati nisu publicirani. U Delftu se je stoga postavilo pitanje ispitivanja suglasnosti ponašanja kotačića i spomenute hipoteze.

Pokus je proveden tako, da se je kotačić kretao po pravcu i njegova os zatvarala određene kutove sa smjerom puta. Od dvaju planimetara skinuta su kolica s kotačićima i učvršćena za alhidadni krak jednog transportera. Transporter je pako pričvršćen za koordinatograf stereoplanigrafa (sl. 1.) koji nosi napravu za



Sl. 1. Pričvršćenje kotačića za crtaču napravu stereoplanigrafa

crtanje. Dakle krak transportera mogao se je namjestiti u svaki smjer između 0° i 180° . Okretanjem odgovarajućih ručki na stereoplanigrafu pokretao se je transporter, a s njime i kotačići, po pravcu. Na planigrafu mogla se je namjestiti određena dužina puta s točnošću do 0,1 mm.

Put je 5 puta prevaljivan tamo i 5 puta natrag uz 21 razna položaja transportera. Dakle 21 raznih kutova (φ) između osi kotačića i smjera puta. Početni i završni položaji kotačića očitavani su do na pola noniusova podatka. Nakon svakog mjerenja šina planigrafa je pomaknuta, uz koju se je micao transporter, da se

* Stampano u broju 3 — 1950 nizozemskog časopisa Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde pod naslovom »De nauwkeurigheid van de oppervlaktebepaling met de schijfplanimeter«.

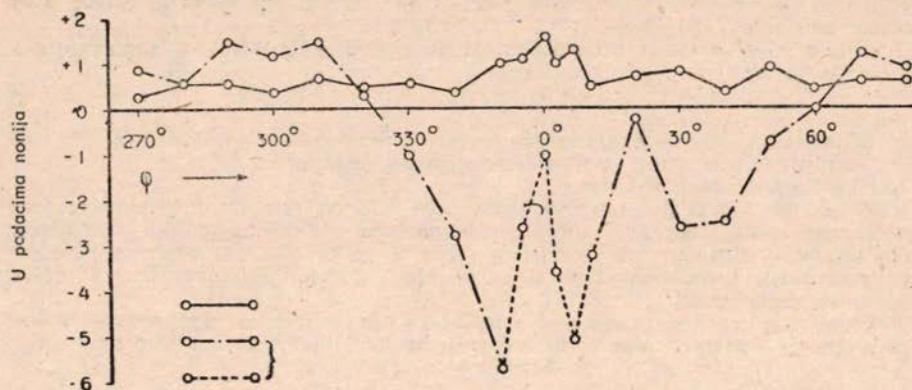
Planimetru s polarnom pločom je ta ploča ozupčena. Po njenom rubu kreće se zupčasti točak, koji okreće drugu ploču, na kojoj leži kotačić (Messrolle) planimetra. Moramo razlikovati još i treću ploču s »pokusnom« (kontrolnom površinom za određivanje konstante i eliminiranje drhtanja ruke kod toga.

Dozvolom autora članak je preveo iz holandskog prof. dr. N. Neidhardt.

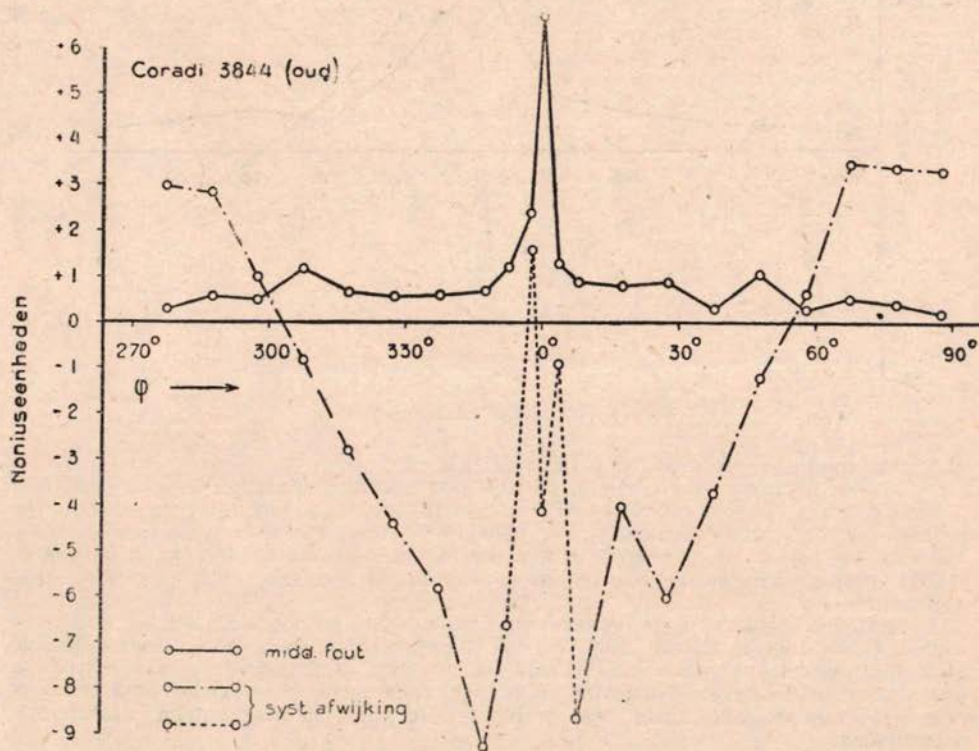
izbjegne eventualna izlizenost papira. Stvar je bila tako uređena, da su kotačići bili pod istim pritiskom spram papira kao i kod običnog planimetriranja.

Iz svakog para od po 10 opažanja izračunane su srednje pogreške pojedinih opažanja. Kod toga su lučena opažanja tamo i natrag, kako ne bi došlo do upliva sistematskog odstupanja (vidi § 3).

Coradi 5809 (nov)



Sl. 2. Kotačić putuje po pravcu 26,8 cm



Sl. 3. Kotačić putuje po pravcu 26,8 cm

Pune linije su srednje pogreške, a crtkane sistematska odstupanja v.

Srednje pogreške prikazane su grafički u sl. 2 i 3. Na sl. 2 za nov planimetar (Coradi 5809), a na sl. 3 za stari (Coradi 3844), koji je od 1914 u upotrebi.

Kako se je moglo i očekivati, srednja pogreška je u maksimumu, kad kotačić skliže ($\varphi=0$). Za φ blizu nule srednja pogreška je još uvijek velika. Ali, očito — napose u sl. 3 — kad se φ udalji od nule, srednja pogreška se naglo umanja i dostigne vrijednost gotovo neovisnu o kutu φ . Osim toga se vidi, da su srednje pogreške kod starog instrumenta veće nego li kod novog, što naročito iskače, kad se kotačić ne obrće nego skliže.

Još time nije riješeno pitanje, da li je obrtanje kotačića u saglasnosti s teorijom. To je ispitivano pomoću izraza:

$$p_i - v_i = q \sin(\varphi + \Delta\varphi) \quad (i = 1 \rightarrow 21)$$

gdje je:

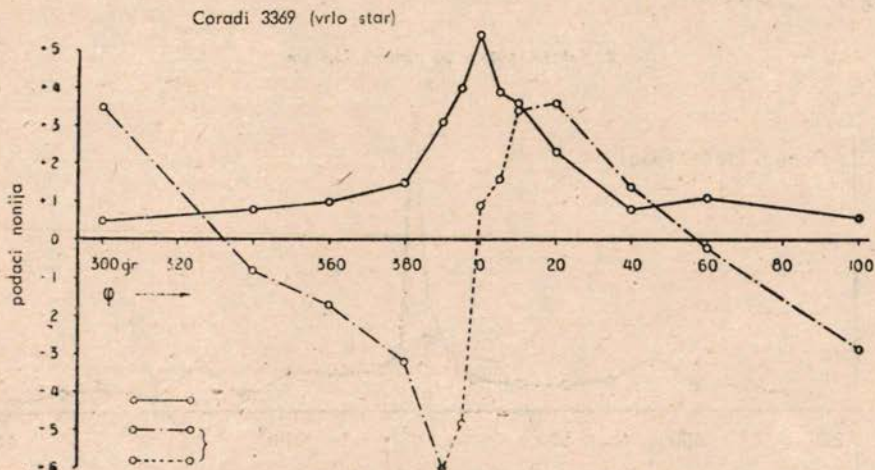
p aritmetička sredina opažanja za izvjestan pravac kretanja kotačića;

v odstupanje između p i navedene sinusne relacije;

q i $\Delta\varphi$ nepoznate konstante.

Veličina $\Delta\varphi$ sadrži dvije komponente: kut između crte 0° — 180° transportera i prevaljivanog puta (pogreška montaže transportera) te eventualan još neki uzrok pomaka teoretske sinusoide. S teoretskog gledišta ne bi bilo bez interesa posebno ispitati posljednju komponentu, ali u poređenju s ostalim odstupanjima kotačića ona se može zanemariti.

Veličine q i $\Delta\varphi$ su izračunavane uz zbroj $[vv] = \text{minimum}$. Kako bi težine bile podjednake, kod toga nisu kutovi φ između 350° i 10° uzimani u obzir.



Odstupanja v su grafički prikazana u sl. 2 i 3.

Ako se uoči, da predstavljene srednje pogreške pripadaju pojedinom opažanju a odstupanja v se odnose na sredine iz po 10 opažanja, jasno je, da su potonja realna. Izgleda kao da se kotačić sve polaganije obrće, što je φ bliže nuli. Sasvim blizu ničice kod nove sprave (sl. 2) kao da postoji suprotna tendencija, dok su kod starog planimetra (sl. 3) odstupanja u odnosu na sinusnu relaciju onda vrlo nepravilna.

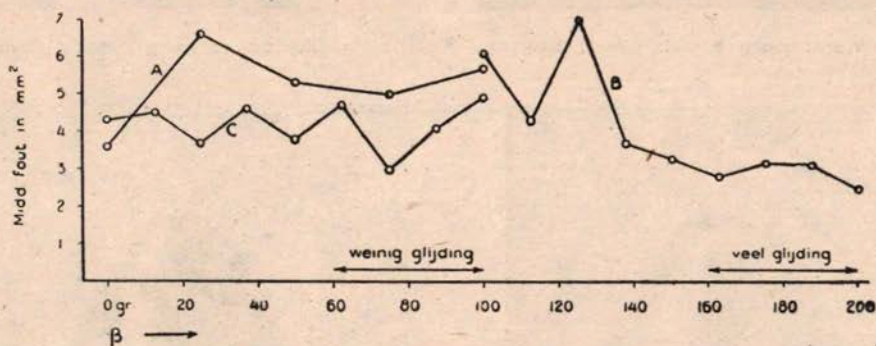
Analogna ispitivanja provedena su s kotačićem jednog vrlo starog kompenzacionog planimetra (Coradi 3368, sl. 4.). U potonjem slučaju prevaljivana dužina puta bila je samo 12 cm, dakle manja od polovice iz prijašnjih pokusa. Srednje pogreške i sistematska odstupanja su mnogo veća nego tamo. Osim toga srednja pogreška znatno jače raste kod φ blizu nule, dok su sistematska odstupanja asimetrična.

Dakle, saglasno poznatim pravilima, planimetar treba prema parceli postaviti tako, da se kod planimetriranja kotačić što manje skliže. Time se smanjuju ne

samo srednje slučajne pogreške već znatno i sistematske kao posljedica neslaganja prakse i teorije, t. j. stvarnog i teoretskog obrtanja kotačića.

Da je srednja slučajna pogreška određivanja površina neosjetno ovisna o promjeni položaja planimetra u odnosu na parcelu vidi se iz slijedećeg pokusa.

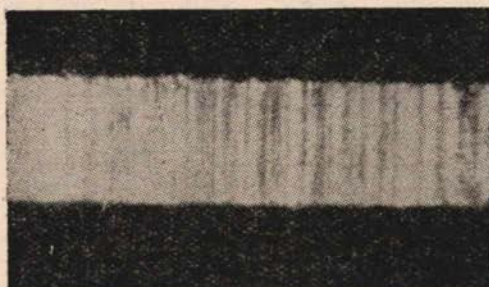
Dugačka čestica planimetrišana je 25 puta uz razne položaje sprave t. j. uz razne kutove β između podužne osi parcele i temeljnog kruga. Srednje pogreške pojedinih opažanja, koje su izračunane iz tih serija po 25 mjerenja, prikazane su grafički u sl. 5. Kod upotrebljenih dužina kraka temeljni je krug (koji je krug klizanja) s drugim krugom klizanja zatvarao kut od otprilike 40° . Odatle slijedi, da je kod onih položaja, kod kojih je β između 60° (duža os parcele okomita na drugi krug klizanja) i 100° (duža os okomita na temeljni krug) bilo malo klizanja. Naprotiv, veliko je klizanje kod β između 160° i 200° . Na to pitanje klizanja u odnosu položaja parcele obzirom na temeljni krug dublje ćemo ući u slijedećem §. U sl. 5. vidi se, da je odnos između srednje pogreške i kuta β malo uočljiv i da srednje pogreške čak kod mnogo klizanja ispadaju manje.



Sl. 5. Upliv kuta između podužne osi parcele i temeljnog kruga
Grafikon A (Coradi 5808) i B (Coradi 5809): dužina kraka 46, parcela $5 \times 15 \text{ cm}^2$
Grafikon C (Coradi 5808): obilazni krak 41, parcela $2,5 \times 10 \text{ cm}^2$

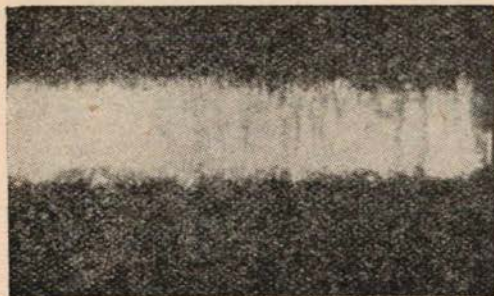
Bilo bi zanimivo ispitati također odnos kuta β i sistematske pogreške. Međutim, provedena mjerenja baš nisu za to podesna, jer nisu eliminirane — malo kasnije otkrivene — sistematske pogreške ekscentričnosti rubova ploče i zupčanika.

Ne usudujem se upustiti u teoretsko-mehaničko razmatranje ponašanja kotačića. Može se ipak izreći predmijevanje, da je to ponašanje u velikoj mjeri ovisno

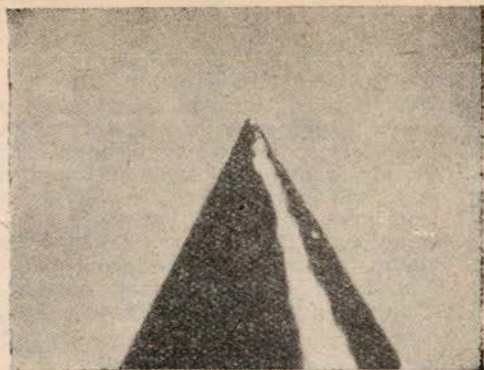


Sl. 6. Vjenčić (rub) novog kotačića (Coradi 5809)

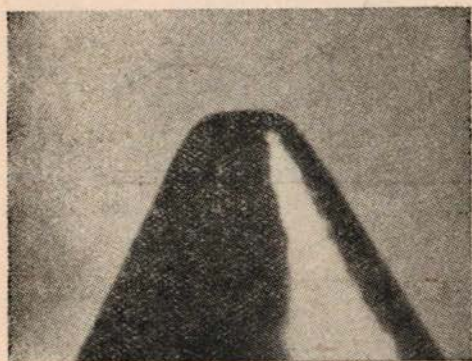
o kvaliteti ruba kotačića (njegovog vjenčića), o njegovoj osovini, o ležajevima, osovine, a izgledalo da uzrokuje slabije rezultate starijih sprava. Da starije sprave mogu da budu i prilično istrošene pokazuju slike 6. do 10. U njima su stotruko



Sl. 7. Vjenčić starog kotačića (Coradi 3844)



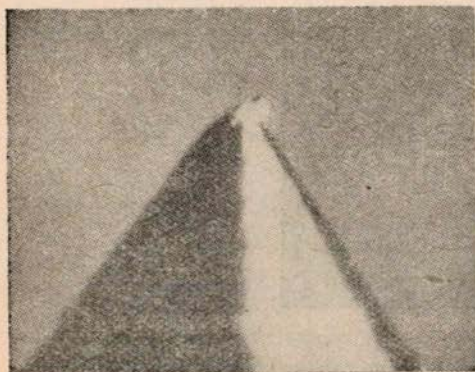
Sl. 8. Završetak osovine novog kotačića (Coradi 5809)



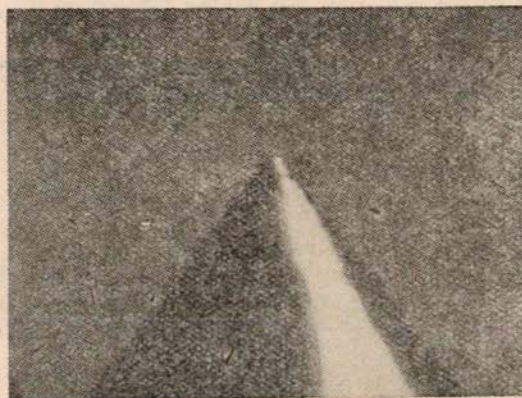
Sl. 9. Završetak osovine starog kotačića (Coradi 3844)



Sl. 10. Završetak osovine starog kotačića (Coradi 3844)



Sl. 11. Oštećen završetak osovine (Coradi 5808)



Sl. 12. Popravljena osovina (usporedi sl. 11)

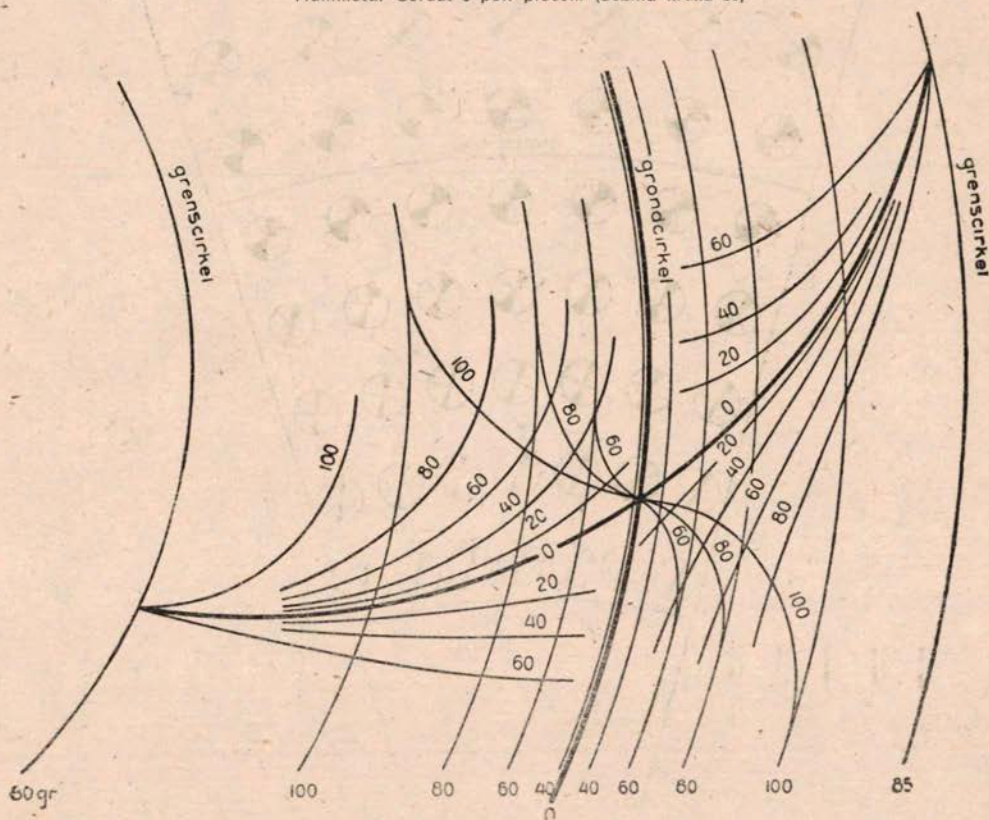
povećani prikazani vjenčići kotačića i završetci osovina. Ispod svake slike je tumač.

Sl. 11. prikazuje rezultat jedne »vivisekcije«, koja je izvršena iz didaktičkih razloga. Krak s kotačićem jednog planimetra skinut je tako, da se je kotačić (čiji vjenčić je bio zaštićen) nalazio 2 cm iznad (također zaštićene) ploče. Zatim je pušten da padne. Djelovanje na osovину pokazuje sl. 11. Za umirenje uznemirenog čitaoca sl. 12 prikazuje istu osovину nakon toga, što ju je popravio mehaničar geodetskog laboratorija.

§ 2. Naprava za traženje pola

Zaključak prijašnjeg § jeste, da je uputno planimetar tako smjestiti prema parceli, da kotačić što manje klizi. Poznato pomagalo za to je t. zv. tražilo pola (poolzoeker). U običajnoj izradi takova naprava daje putanje, po kojima ako se

Planimetar Coradi s pol. pločom (dužina kraka 30)



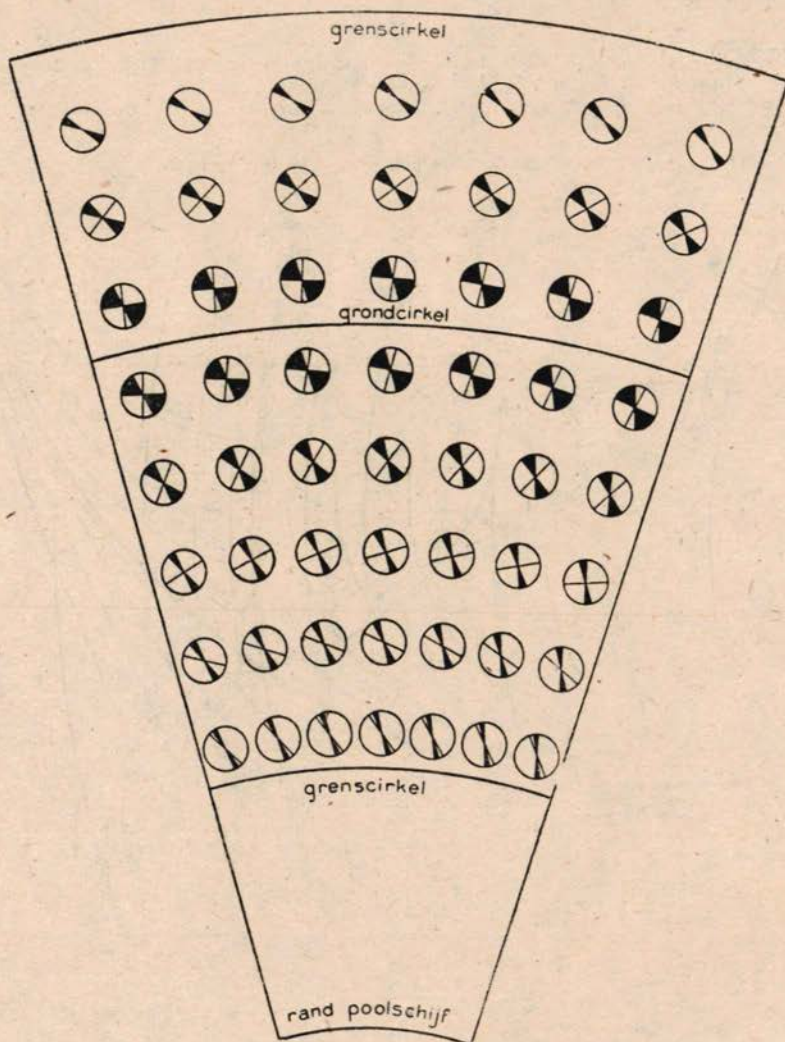
Sl. 13. $\frac{2}{3}$ prave veličine. Putanje lupe za obilaženje kod raznih kutova između osi i puta kotačića.

kreće lupa za obilaženje, kotačić klizi (putanje, koje treba izbjegavati), ali ne upućuje na obrtanje dotično klizanje kod drugih putanja. Da se dobije uvid u to, konstruirane su putanje lupe (sl. 13) kod kutova 20, 40 . . . 80, dotično 100 gr između osi kotačića i puta, kojim putuje kotačić na okretnoj ploči. Razumljivo je, da puno obrtanje kotačića nastupa, kad se lupa pomiče u smjeru okomitom na krivulje klizanja.

Tražilo pola s mnogo krivulja iz sl. 13 treba da omogući opažaču čitanje kutova, koje os kotačića zatvara s njegovom putanjom kod izvjesnog položaja pola planimetra prema parceli. Zbog velikog broja krivulja to baš nije praktično. Međutim,

moguće je konstruirati podesniju napravu za traženje povoljnog položaja pola. U području, koje lupa prelazi, ta naprava mora za izvjestan broj točaka dati:

1. smjer, u kome ako se kreće lupa za obilaženje, kotačić se samo obrće,
2. sektore sa smjerovima, u kojima ako se lupa pomiče, kut između osi kotačića i njegove putanje da je između -50 gr i $+50$ gr.



Sl. 14. $\frac{2}{3}$ prave veličine. Novi tip naprave za traženje povoljnog položaja pola za planimetar s polarnom pločom Coradi (dužina kraka 30 cm) 2

Sl. 14 daje za primjer takovu napravu, koja je konstruirana za podatke iz sl. 13. Pod 1. navedene smjerove daju crte u kružićima, a pod 2. navedene sektore crna boja.

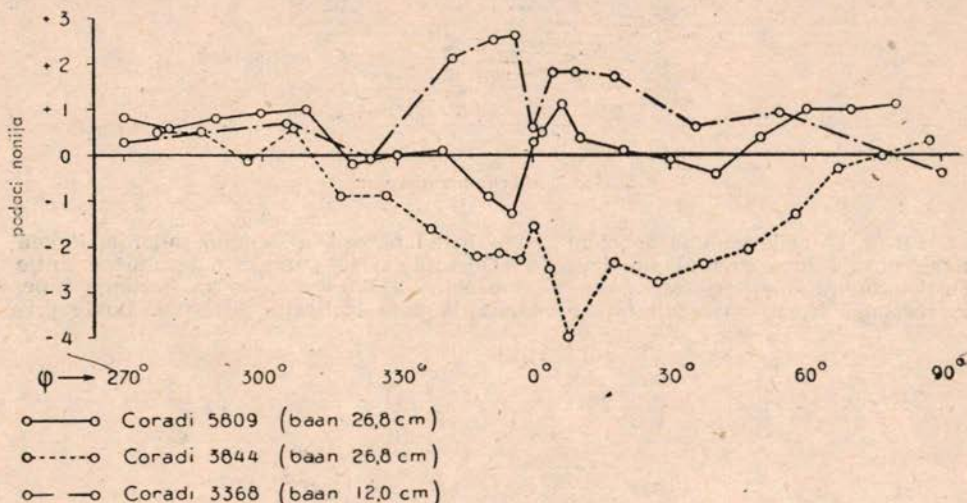
Upotreba takove naprave: smjestimo je tako u odnosu na parcelu, da granične linije parcele po mogućnosti padnu u pravce prvih crta ili bar da ostanu

u bijelim sektorima. Kod toga preko kružića interpoliramo i u područje između njih. Na taj način možemo s većom sigurnošću naći povoljan položaj planimetra nego li pomoću klasičnih naprava za traženje pola.

Potpunosti radi spominjem, da svaka dužina kraka planimetra s pločom traži svoju napravu za traženje pola. Ovdje prikazana naprava konstruirana je za planimetar tipa Coradi; kod planimetra Murbach naprava bi drugačije izgledala u vezi s činjenicom, da kod toga tipa, u suprotnosti s Coradijem, kotačić u svom centralnom položaju leži u središtu ploče.

§ 3. Odstupanja između tamo i natrag.

U § 1 je već spomenuto, da su ustanovljena sistematska odstupanja između rezultata pravaca i protupravaca. Ta su odstupanja prikazana u sl. 15. za pojedine ispitane planimetre i razne kutove φ između osi kotačića i smjera njegova



Sl. 15 Kotačić putuje po pravcu. Razlike između tamo i natrag

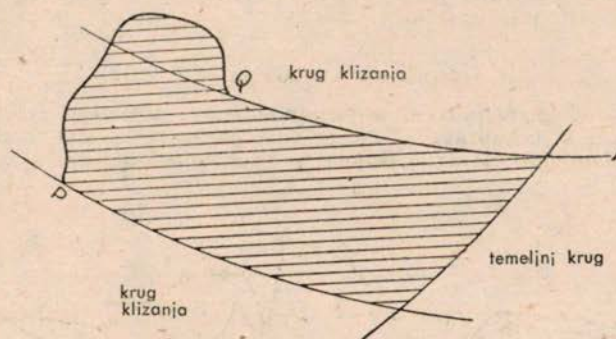
putovanja. Jasna je zavisnost odstupanja o kutu φ . Za stari i vrlo stari planimetar (Coradi 3844 i 3368) ta je zavisnost prilično pravilna u smislu, da odstupanje općenito postaje to veće, što je φ bliže nuli. Kad se φ sasvim približi nuli i kad je prelazi, odstupanje se naglo umanjuje. Osim toga je odstupanje kod starije sprave veće (treba uzeti u obzir, da je put kotačića kod planimetra Coradi 3368 bio samo 12 cm, dakle manji od polovice puta ostalih kotačića).

Uvažimo li ono, što je u § 1 rečeno, jasno je, da postoje odstupanja između tamo i natrag t. j. odstupanja su različita između teoretskog i stvarnog kretanja kotačića u pravcu i protupravcu. Kako su odstupanja manja od onih, koja se ne mogu eliminirati (uspoređi sl. 15 sa sl. 2, 3 i 4), nema ih mnogo smisla eliminirati planimetriranjem u pravcu i protupravcu. Ali treba, koliko je moguće, izbjegavati klizanje kotačića savjesnom primjenom naprave za traženje pola.

§ 4. Traženje polazne točke.

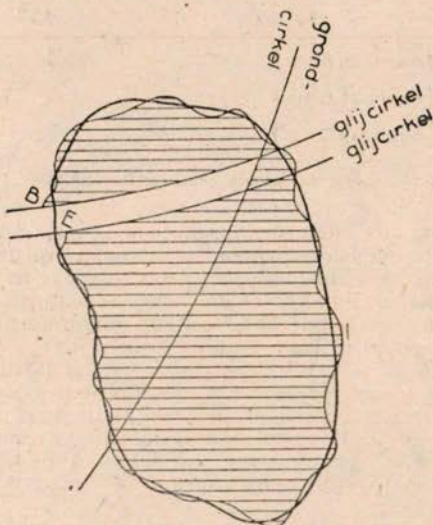
Korisno je najprije odgovoriti na slijedeće pitanje. Pomičimo lupu za obilaženje od P do Q po krivulji, koja je označena u sl. 16. Pita se: koji lik ima površinu jednaku razlici čitanja u P i Q množenj s multiplikacionom konstantom planimetra? Očito postoji bezbroj takovih likova. Naročito je to svaki lik, koji krivulja PQ zatvara s tako povučenom krivuljom QP, da bi se dobilo isto čitanje, koje se

već u Q ima, kad bi se s lupom prešla još i potonja krivulja. Od bezbroj spojeva QP jednu je lako navesti: to je spoj za koji, kad se lupom prelazi, ostaje čitanje isto kao u Q. To je po krugu klizanja kroz Q, temeljnom krugu i krugu klizanja kroz P. Dakle šrafirani lik u sl. 16 je jedan od bezbroj likova, koji imaju spomenutu površinu.



Sl. 16. Planimetrirana površina

U sl. 17 prikazana je debelom crtom jedna parcela a tankom putanja, kojom neka putuje lupa kod planimetriranja. Odstupanja te putanje od granične linije čestice znatno su pretjerana. Ako je B početna a E završna točka kretanja lupe, iz rečenoga izlazi, da rezultat planimetriranja daje šrafiranu površinu. Dakle gri-



Sl. 17. Upliv nepoklapanja početne (B) i završne (E) točke obilježaja

ješka zbog toga, što B i E ne padaju u istu točku, očito je približno jednaka površini nešrafirane pruge, okružene dijelovima krugova klizanja kroz B i E i temeljnog kruga. Ta je pruga kraća, ako su B i E bliže temeljnom krugu. Dakle preporuča se, da se početna točka planimetriranja izabere bliže temeljnom krugu.

Izričito napominjem, da nije točno ili bar nije zadovoljavajuće propisati, da se početna točka mora izabrati »gdje kotačić klizi ili gdje granična linija dotiče krug klizanja«.

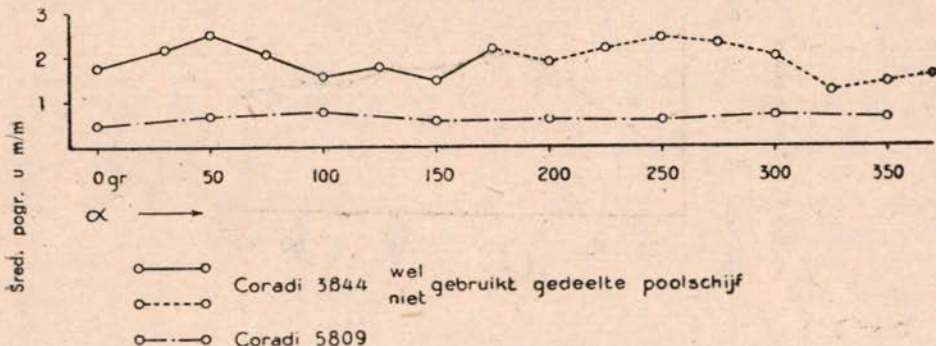
Postavljeno traženje može se uvijek zadovoljiti, jer već zbog pogreške u reguliranju kotačića treba planimetar tako postaviti, da temeljni krug (ujedno težišni krug) dijeli parcelu u dva jednako velika dijela (još ćemo se na to vratiti u § 7); granična linija parcele onda bar u dvije točke presijeca temeljni krug.

Upozorujem još i na činjenicu, ako se ne pridržavamo gornjeg propisa, da upliv nepoklapanja početne i završne točke očito može biti veći nego li upliv čak i velikih odstupanja kod obilaženja granične linije čestice. Potonja odstupanja imaju slučajan karakter, pa se velikim dijelom međusobno kompenziraju.

S druge strane opet ne smijemo pretjerano shvatiti upliv nepoklapanja početne i završne točke. Pokusima smo ustanovili da srednje nepoklapanje tih točaka nije veće od 0,025 mm.

§ 5. Točnost raznih dijelova ploče

Da se ispita, da li točnost planimetriranja ovisi o dijelu polarne ploče, koji je upotrebljen, izvršeno je više serija opažanja. Nakon svake serije ploča je zakrenuta za 25 ili 50 grad. Mjerena površina bila je pokusna (kontrolna) a sprave Coradi 5809 (nov) i Coradi 3844 (star). Posljednji je instrument uzet u razmatranje,



Sl. 18. Srednje pogreške kod upotrebe raznih dijelova pol. ploče

da se ustanovi, da li postoji razlika točnosti između dijela ploče, koja je od 1914. g. u upotrebi i koja to nije bila. Kako nebi djelovale i druge pogreške, na staru ploču premontiran je nov kotačić, a šiljak za obilaženje starog planimetra zamijenjen lupom. Ista kontrolna ploča upotrebljena je onda za oba planimetra.

Rezultate daje sl. 18. Srednja pogreška za Coradi 5809 izgleda konstantna, a za 3844 nešto jače varira, ali ne može se opaziti očitija razlika između upotrebljavane sprave i neupotrebljavane.

§ 6. Netočnosti instrumenta i opažača.

Iz rezultata brojnih pokusnih mjerenja, kod kojih je kao parcela figurirala kontrolna površina, izlazi, da razni opažači postižu razne stepene točnosti usprkos činjenice, da kod tih planimetriranja nije bilo odstupanja između lupe i oboda parcele, jer — osim malih pogrešaka očitavanja — nisu nastupale nikakove pogreške opažanja. Izgleda dakle, da instrumentalne pogreške ovise o onima, koji instrumentom barataju. Da se to pobliže istraži mjereno je tako, da je s lupom Coradi 5809 vrlo brzo obilažena kontrolna površina. Dobivene su ove srednje pogreške:

dužina obilaznog kraka	31	41	51	61	cm/2
srednja pogreška	2	2	11	10	mm ²

Kod analognih planimetriranja vrlo velikih površina, ali s naglo i jako varirajućim brzinama obilaženja dobivene su ove srednje pogreške:

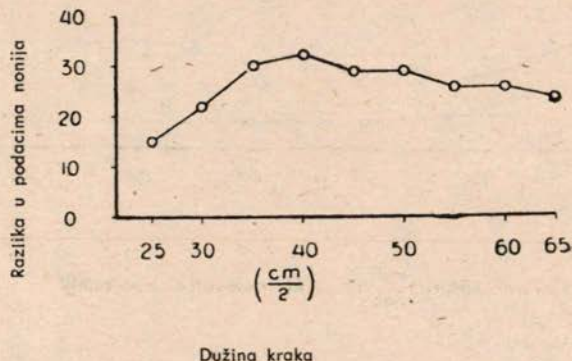
dužina obilaznog kraka	36	46	56	66	cm/2
srednja pogreška	19	58	20	60	mm ²

Ove srednje pogreške — napose posljednja serija — očito su veće nego u sl. 18. Slijedi, planimetriranje treba tako izvoditi, da je brzina kretanja kotačića malena i bez naglih promjena.

§ 7. Reguliranje kotačića. Upliv preostalih pogrešaka rektifikacije.

Os kotačića treba da je paralelna s obilaznim krakom. Da se istraži, da li je udovoljeno tome uslovu, isti lik planimetrira se dva puta: s polarnom pločom u maloj i u velikoj udaljenosti. Nekorigiranost očituje se u razlici obiju mjerenja. ispravljanje se vrši korekcionim vijcima osovine, dok odstupanje ne ispadne manje od pogrešaka opažanja. Jasno je, da se korekcija može izvesti s većom sigurnošću, kad su pogreške opažanja manje i razlika kod sigurne diskorekcije veća između ploče pola »daleko« i »blizu«. Da se pogreške opažanja što više reduciraju, savjetuje se upotreba kontrolne ploče, a da razlika bude što veća, izvršiti pokusna mjerenja kod povoljne dužine kraka.

Povoljna dužina kraka određuje se s veoma nereguliranim planimetrom i raznom dužinom kraka planimetrirajući kontrolnu površinu u dva krajnja položaja polarne ploče. Razlike između tako dobivenih rezultata daje sl. 19. Očito je 40 cm/2 najpovoljnija dužina kraka. Pokusi, koji slijede, vršeni su uz tu dužinu.



Sl. 19. Upliv nekorigiranih kotačića kod raznih dužina kraka

Želimo li svrsishodno regulirati os kotačića, moramo znati efekat jednog okretaja korekcionog vijka te osovine. To se određuje opetovanim planimetriranjem s polarnom pločom u krajnjim položajima, nakon što se svaki puta korekcionni vijak zaokrene za četvrt okretaja. Kako odstupanje između dva planimetriranja na to reagira pokazuje sl. 20. Očito je odnos između okretaja k-vijaka i promjene odstupanja praktički linearno. Za okretaj od 360 mijenja se odstupanje između oba planimetriranja za 36 podataka noniusa.

To možemo na slijedeći način iskoristiti kod reguliranja. Kontrolna površina se planimetrira uz najmanji i najveći mogući njen razmak. Korekcionni vijci se okrenu za izvjestan kut, koji (u seksagezimalnim stupnjevima) odgovara razlici između dobivenih rezultata množenom s 10. Kod toga treba uzeti u obzir, da kraj osovine kotačića spram lupe treba približiti (udaljiti) od obilaznog kraka, kad je rezultat dobiven s udaljenijom polarnom pločom veći (manji) nego li s bližom.

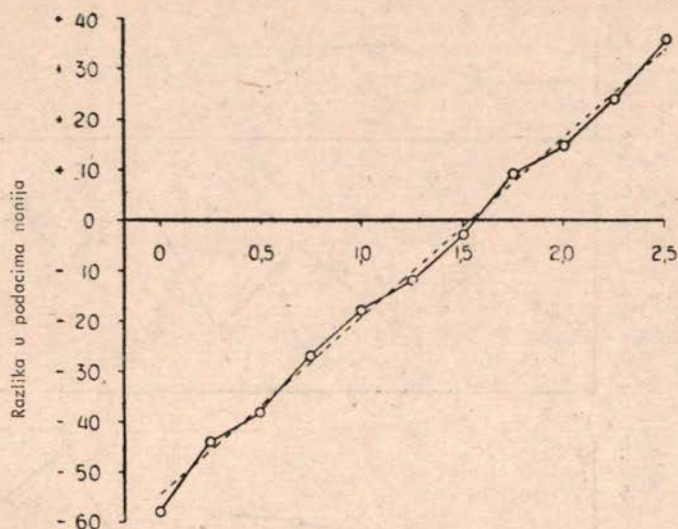
Reguliranje kontroliramo opetovanim planimetriranjem uz ploču pola u najrazmaknutijim položajima.

Tim načinom može se za četvrt sata regulirati s točnošću od 0,1 do 0,2 zaokreta k-vijaka.

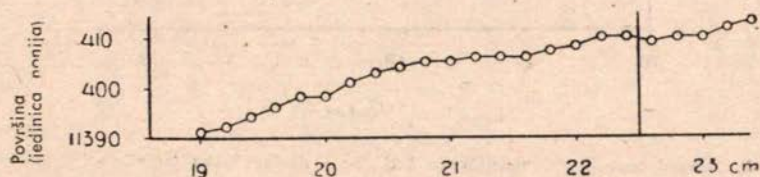
Da se ispita ostatak pogrešaka rektifikacije, jedna parcela (kontrolna ploča) planimetrirana je više puta uz razne položaje ploče pola. Nereguliranost iznosila je 1 zaokret k-vijka. Kod upotrebene dužine kraka (30 cm/2) teče temeljni krug kroz

sredinu parcele kod udaljenosti ploče pola cca 22.5 cm (u sl. 21 izvučena okomica na vodoravnu os).

Rezultate daje sl. 21. Očito je malen upliv ostatka neregularnosti (koja u praksi nije veća od 0,1 do 0,2 od neregularnosti na kojoj se bazira sl. 21), ako se temeljni krug dobro ne postavi.



Sl. 20. Ovisnost obrtanja korekcionih vijaka i odstupanja dvaju planimetriranja kontrolne površine



Sl. 21. Upliv neregularnosti kod raznih udaljenosti između polarne ploče i parcele

Ze li se izvršiti veoma točna planimetriranja, treba žrtvovati vrijeme na rektifikaciju instrumenta. Time se dobiva, da se temeljni krug može smjestiti do na par centimetara u sredinu parcele i planimetar tako, da se klizanje kotačića bolje izbjegne.

§ 8. Odnos srednje pogreške prema veličini parcele i dužini obilaznog kraka.

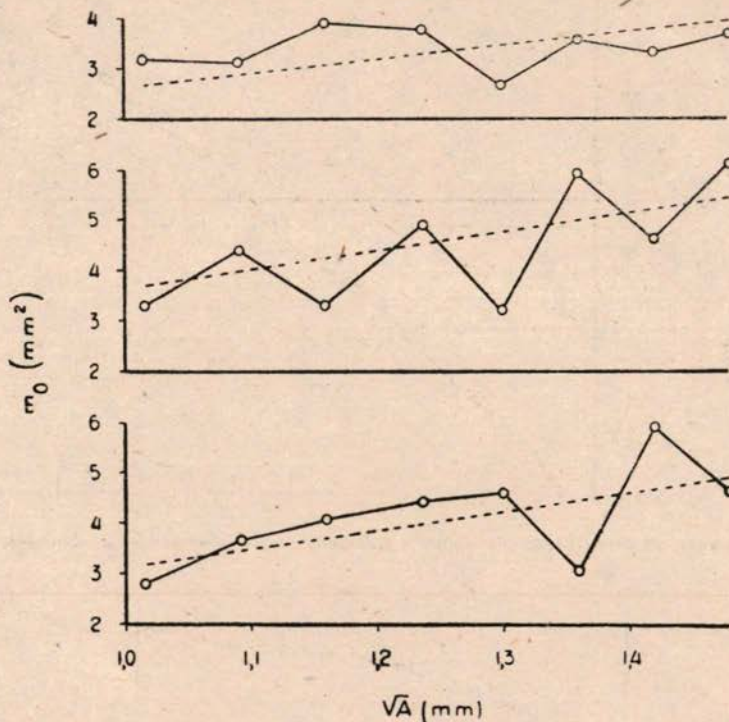
Da se ustanovi ovisnost, koja je u naslovu spomenuta, od strane triju opažanja (a, b i c) izvršena su ova opažanja:

1. krug od 113 cm² planimetriран je 25 puta s dužinama kraka 31 do 66 cm/2 (intervali od 5 cm/2). Iz svake serije od 25 mjerenja izračunata je srednja pogreška mo pojedinih mjerenja. Ove srednje pogreške prikazane su u sl. 22 iznad korjena multiplikacione konstante A.

2. sedam krugova s površinama 5, 26, 46, 68, 88, 131 i 152 cm² planimetriранo je 25 puta uz dužinu obilaznog kraka 46 cm/2. Izračunate srednje pogreške mo pojedinih opažanja prikazane su u sl. 23 iznad korjena iz površine.*)

*) Nizozemski O = oppervlakte = površina.

Nadalje je četvrti opažač planimetrirao 5 krugova s površinama 5, 42, 78, 115 i 152 cm² po 25 puta s dužinama kraka 30, 39, 48, 57 i 66 cm/2. Dobivene srednje pogreške m_0 pojedinih opažanja nisu baš podesne za grafički prikaz, pa se daju u slijedećoj tablici (u mm²):



Sl. 22. Srednje pogreške planimetriranja kod razne dužine kraka (površina 113 cm²)

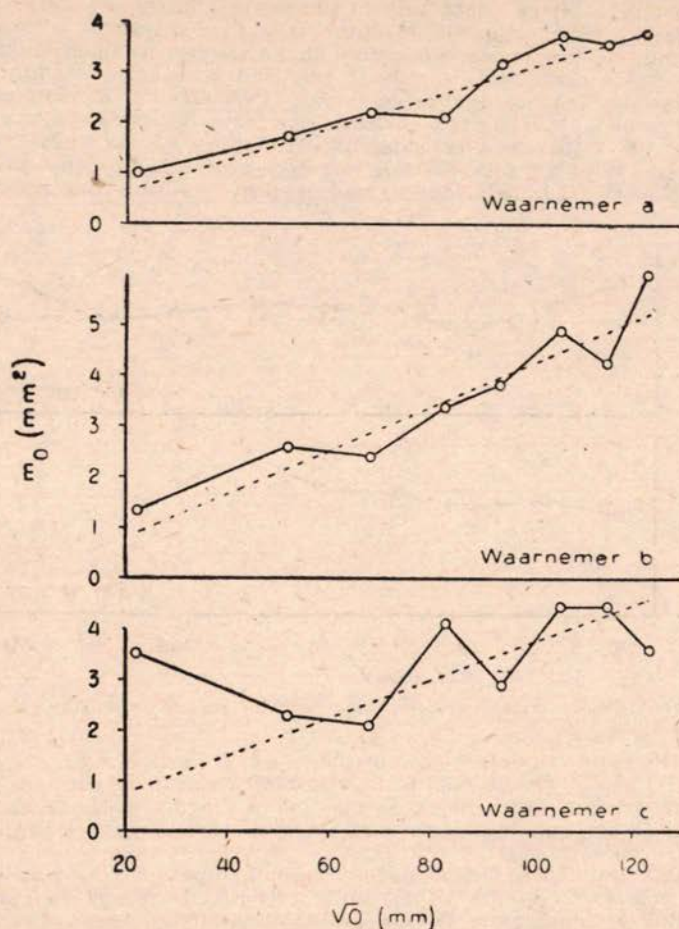
O (cm) \ A	5	42	78	115	152
1,0	1,3	3,3	4,3	3,2	5,4
1,3	1,1	4,0	3,6	3,8	6,9
1,6	1,6	4,3	3,5	3,9	4,7
1,9	1,3	3,3	3,0	4,3	4,4
2,2	1,3	3,0	5,1	5,8	6,9

Na osnovu izvoda teorije planimetriranja, koju ću uskoro objaviti, kod opisanih pokusa nije dužina c kraka uzeta kao varijabla nego multiplikaciona konstanta kao funkcija te dužine. Približno je

$$A = \frac{c}{30} (A \text{ u mm}^2, c \text{ u cm/2})$$

Sedam formula je ispitano obzirom na odnos veličina m_0 , O i A. Jednostavan izraz:

$$m_0 = p \sqrt{A \cdot O} \quad (1)$$



Sl. 23. Srednje pogreške planimetriranja raznih površina (krak 46 cm)

pokazao se najboljim. Vrijednosti koeficijenta p i srednje pogreške m_p za razne opažače su, ako se m_0 , A i O izrazuju u mm²:

Opazač	a	b	c	d
$10^4 p$	249	345	305	352
$10^4 m_p$	9	15	22	16

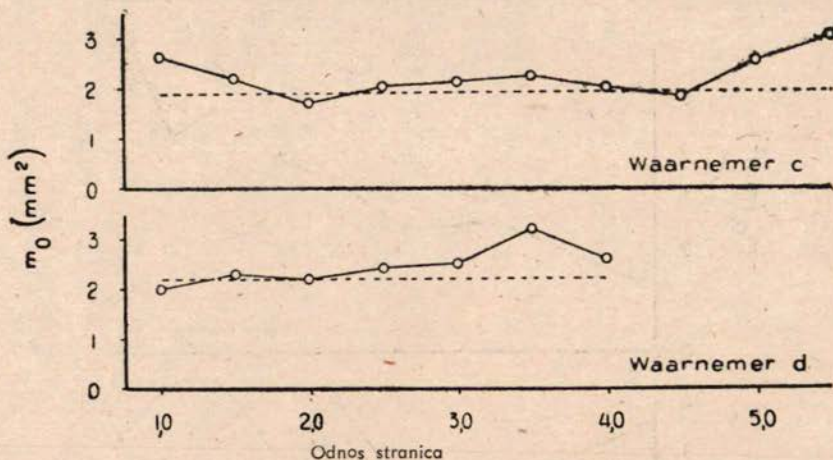
U sl. 22 i 23 su za opažače a, b, c formule prikazane pravicima. Iznosi p se za razne opažače razilaze, što se kod pažljivog planimetriranja nije očekivalo. Prosjечно imamo:

$$p = 0,031.$$

* Waarnemer = opažač.

S tim p se može procjenjivati točnost, koju će prosječni opažač postići. Ali taj iznos još nema pretenzija na teoretsku ispravnost. Niže ćemo se na to još osvrnuti.

Nadalje, formula je izvedena iz pokusnih mjerenja kružnih parcela. Kod čestica drugog oblika bit će odnos između okretanja i klizanja kotačića pa prema tome i srednja pogreška drugačiji. Međutim u § 1 je pokazano, ako se krivulje klizanja izbjegniju, što je moguće kod većine oblika parcela uz upotrebu naprave za traženje pola, da se onda može očekivati približno konstantna srednja pogreška. Ipak je o tome izvršen još i slijedeći pokus. Opažači c i d planimetriřali su izvjestan broj pravokutnih parcela jednake površine (25 cm^2), kojima je odnos stranica bio 1, 1,5, 2 itd. do 4 (za opažača d) odnosno 5,5 (za opažača c). Svaka parcela izmjerena je po 25 puta. Srednje pogreške pojedinih opažanja prikazane su u sl. 24. Za opažača c izgleda, da je srednja pogreška približno konstantna, za



Sl. 24. Srednje pogreške planimetriranja pravokutnih parcela površine 25 cm^2

opažača d nešto raste za dugoljastije parcele. U slici crtkano paralelno s vodoravnom osi prikazane i srednje pogreške po formuli (1) sa $p = 0,0305$ (za opažača c) i $p = 0,0352$ (za d). Bez obzira na spomenuti odnos srednje pogreške za opažača d kod dugih i uskih čestica, izgleda, da formula može ustanovljene srednje pogreške zadovoljavajući reprezentirati.

Izgleda, dakle, da bi se moglo nađenu formulu upotrebiti za procjenu očekivane srednje pogreške i kontrolu postignute točnosti uz uslov, da oblik parcele nije odviše vitak i kompliciran. Gornja tablica daje sliku o tome, kakove razlike točnosti mogu nastupiti kod opažača.

Iz činjenice — kako je rečeno — da formula ne pretenduje na teoretsku ispravnost, slijedi, da se ona ne može jednostavno primijeniti na vrijednosti od A i O izvan područja, koje je upotrebljeno kod ispitivanja. Stoga je učinjen još i poseban pokus o točnosti planimetriranja vrlo velikih parcela. Kod toga je ploča pola smještena u česticu. Tri četverokutne parcele ($O = 30 \times 30 \text{ cm}^2$, $40 \times 40 \text{ cm}^2$, $50 \times 50 \text{ cm}^2$) po 25 puta su mjerila 4 opažača (a do d). Iz opažanja izračunane su srednje pogreške pojedinih opažanja m_0 (u mm^2) (vidi niže tablicu).

$O (\text{cm}^2)$	A	a	b	c	d
30×30	0,9	9,8	10,1	7,5	10,1
40×40	1,4	12,6	17,3	10,3	16,9
50×50	1,8	19,5	24,1	15,3	23,6

I tu formula:

$$m_0 = p \sqrt{A \cdot O}$$

zadovoljavajući odgovara opažanjima.

Vrijednosti p za razne opažače i srednja pogreška m_p je:

Opazač	a	b	c	d
$10^4 p$	289	360	229	325
$10^4 m_p$	14	3	8	21

Prosječno:

$$p = 0,031$$

Ovo je vrijednost, izgleda, jednaka kao i prijašnja. Premda je to po svojoj prilici slučajno tako, ipak se može zaključiti, da nađeni odnos između m_0 , A i O nije samo interpolatoran već opravdan i sa gledišta teorije pogrešaka.

Iz formule:

$$m_0 = A m_u \quad (2)$$

koja se dobije primjenom zakona o priraščivanju pogrešaka, jer je

$$O = A U$$

(U razlika čitanja na svršetku i početku obilaženja), slijedi:

$$m_u = p \sqrt{U}$$

Da se ustanovi točnost planimetriranja kontrolne površine, 3 su je opažača (a, c i d) po 25 puta mjerili uz dužinu kraka 31 do 61 cm/2 u intervalima od 5 cm/2 do 5 cm/2. Opažač d izveo je ta mjerenja s instrumentom Coradi 5808 i 5809. Iz tih opažanja izračunane srednje pogreške m_0 pojedinih opažanja prikazane su u sl. 25 u odnosu na multiplikacionu konstantu A . U tome slučaju odnos m_0 i A izgleda da se najbolje može izraziti formulom:

$$m_0 = p' A \quad (3)$$

gdje p' za razne opažače ima ove vrijednosti:

Opazač	a	c	d (1)	d (2)
$10^3 p'$	645	693	540	596
$10^3 m_p$	43	46	40	41

Crtnani pravci u sl. 25 prikazuju gornju formulu.

Zbog sigurnosti nešto zaokruženo naviše prosječno je:

$$p' = 0,65$$

Ako se formuli (3) pripíše teoretsko značenje, trebalo bi u vezi (2) biti:

$$m_u = p' \text{ (konstantno)}$$

Zbog malog p' , veličine m_u dakle i m_0 u prvome redu ovise o točnosti čitanja.

Na temelju toga očekivala bi se za kontrolnu površinu drugog dijametra srednja pogreška uglavnom istoga reda. Mjerenja specijalno konstruirane kontrolne površine od 36 cm² dala su srednju pogrešku $m_0 = 0,67 A$.

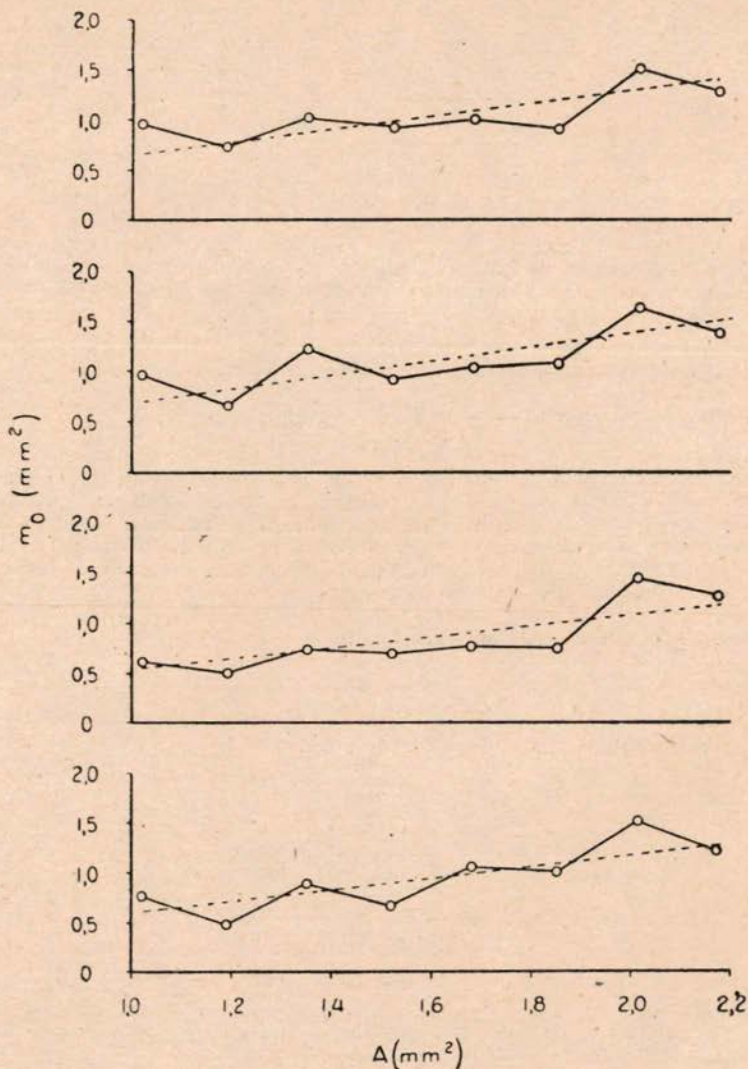
Odatle slijedi, da su slučajne instrumentalne pogreške dobrog, dobro uzdržavanog i ispravno upotrebljavanog planimetra s pločom vrlo malene i da se razlike točnosti planimetriranja parcela (formula 1) i pokusne (kontrolne) površine (formula 2) velikim dijelom imaju pripisati pogreškama obilaženja parcele. Još bolje nego li iz spomenutih formula ta razlika izlazi iz slijedeće komparacije. Ako se izračuna za $O = 11330 \text{ mm}^2$ (kontrolna površina) m_0 iz (1) dotično iz (2), dobiva se:

$$\text{za } A = 1 : m_0 = 3,37 \text{ dotično } 0,65 \text{ mm}^2$$

$$\text{za } A = 2 : m_0 = 4,76 \text{ dotično } 1,30 \text{ mm}^2$$

Može se dakle zaključiti, da nema smisla nastojati konstruirati planimetar, koji bi imao još veću unutrašnju točnost, ali je i te kako potrebno granične linije parcela obilaziti uz krajnju pažnju.

§ 9. Točnost namještanja obilaznog kraka na određenu te povoljnu dužinu.



Sl. 25. Srednje pogreške planimetriranja kontrolne površine kod raznih dužina kraka

Kad se ne radi o t. zv. relativnom planimetriranju nego se želi planimetrirati s određenom multiplikacionom konstantom i pripadnom dužinom kraka, poželjno je, da znamo točnost namještanja kraka. U svrhu tog ispitivanja upotrebljena je posebna naprava za mjerenje, na kojoj su se mogle procjenjivati i desetinke mikrona. Izvedene su dvije grupe opažanja sa 4 serije, svaka od 25 mjerenja.

Mjerenja prve grupe sastojala su se iz namještanja kraka na okrugla čitanja (u non. podacima) i preciznog pripadnog mjerenja dužina. Srednja pogreška pojedinih namještanja ispala je:

$$\mu_a = 0,005 \text{ mm.}$$

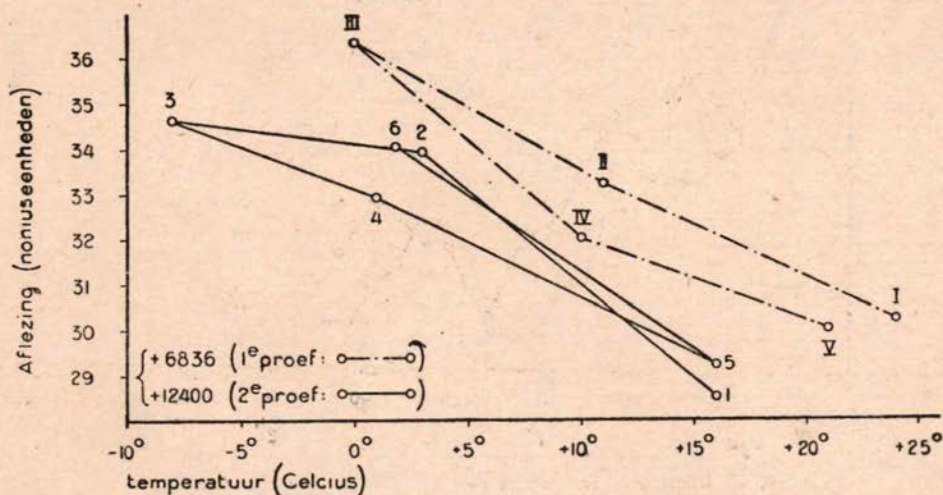
Kod mjerenja u drugoj grupi namještanja je dužina kraka tako, da je precizna naprava za mjerenje pokazala u mikronima okrugao iznos i zatim je čitana dužina kraka uz pomoć noniusa. Srednja pogreška pojedinih očitavanja dobivena je sa

$$\mu_a = 0,012 \text{ mm.}$$

§ 10. Upliv temperature na planimetar

Temeljito istraživanje toga upliva nije izvršeno. Doduše, pojedina opažanja su izvršena, iz kojih se taj utjecaj vidi, ali rezultati nisu posve u saglasnosti. Izgleda, da se utjecaji ne mogu rastumačiti samo stezanjem i rastezanjem onih dijelova, o kojima ovisi multiplikaciona konstanta.

Prvo mjerenje. Jedan planimetar Coradi smješten je na stol za crtanje, na kojem se nalazio crtaći papir. Kontrolna površina figurirala je kao parcela. Mjerenja su izvršena jedno za drugim u temperaturama zraka $+25^{\circ}$, $+11^{\circ} 00'$, $+10^{\circ}$



Sl. 26. Uticaj promjena temperatura na ishod planimetriranja

i $+21^{\circ}$. Nakon svakog transporta (pritome je sprava ostajala na istome stolu) ostavljan je instrument 1 do 1,5 sata da se prilagodi novoj temperaturi. Utjecaj promjena temperature na kontrolnu površinu eliminiran je računski. Rezultati su u sl. 26 prikazani kružićima. Brojevi I do V daju redosljed mjerenja. Zbog jasnoće su kružići spojeni točka-crtkanim linijama.

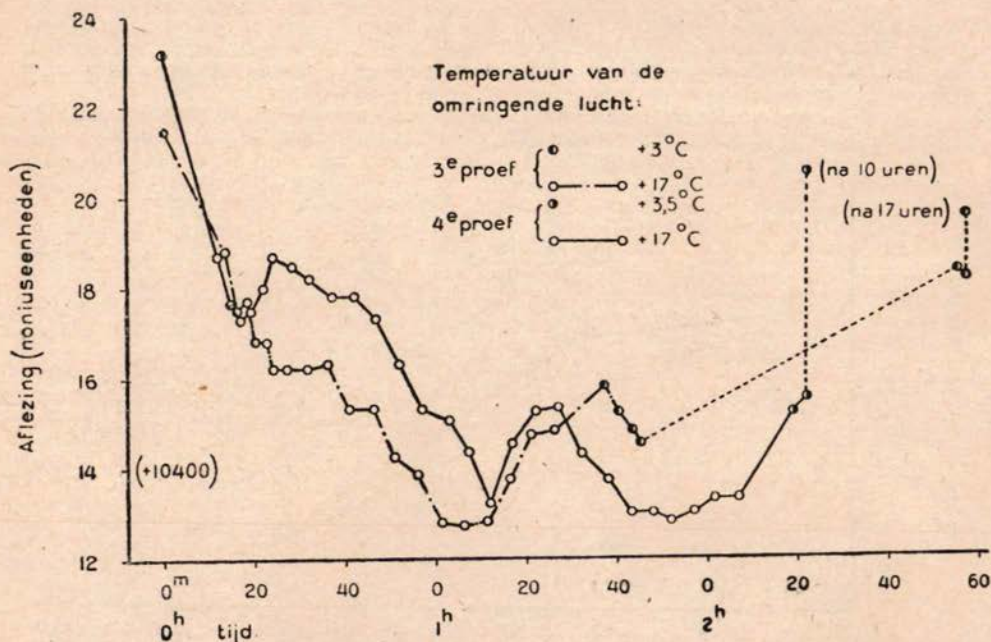
Drugi pokus. Sličan je prvome. Ali umjesto metalne kontrolne ploče upotrebljena je staklena ploča, kod koje je koeficijent rastezanja ($7 \cdot 10^{-6}$) malen u poređenju s bakrom ($16 \cdot 10^{-6}$), mjedi ($19 \cdot 10^{-6}$) i čelikom ($11 \cdot 10^{-6}$). Rezultate, koji nisu ispravljani obzirom na promjenu ploče, prikazuje sl. 26 kružićima. Ovi su spojeni izvučenim linijama. Brojke 1 do 6 daju redosljed.

Treći i četvrti pokus. Svrha: dobiti sliku o ponašanju planimetra kod prilagodivanja na promjene temperature. Nakon što je kratak niz opažanja izvršen kod niske temperature ($+3^{\circ}$ dotično $+3,5^{\circ}$), stol s planimetrom je prenesen u prostoriju s visokom temperaturom ($+17^{\circ}$ i $+20^{\circ}$), gdje su kroz 110 dotično 80 minuta kontinuirano vršena opažanja. Kao parcela služila je ploča iz porcelana, kojoj je koeficijent rastezanja vrlo malen ($3 \cdot 10^{-6}$). Zatim je sprava prenesena u prostoriju s niskom temperaturom, gdje su odmah izvršena pojedina mjerenja, iza kojih su

* Aflezing = čitanje.

slijedila mjerenja nakon 70 minuta sukcesivno do 17 sati (3. pokus) dotično 10 sati (4. pokus). Rezultati su dani u sl. 27, gdje svaki kružić predstavlja prosjek triju uzastopnih opažanja.

Usprkos nesavršenosti opisanih pokusa, mjerenja jasno pokazuju, da promjene temperature dolaze do izražaja u rezultatima planimetriranja. Dakle, uputno je spravu čuvati u temperaturi, koja je uglavnom jednaka onoj, u kojoj će se planimetar upotrebljavati. Ako to nije moguće, ostavimo spravu prije upotrebe dovoljno dugo (na pr. 1 sat), da se prilagodi novoj temperaturi. Kod apsolutnog planimetriranja treba spravu upotrebljavati kod temperature analogne onoj, kod koje je određivana konstanta.



Sl. 27. Uticaj promjene temperature na rezultate planimetriranja

*

Pogovor prevodioca

Gornja rasprava zapravo je srednja iz trilogije autorovih studija o planimetriji s polarnom pločom. Prva među njima nosi naslov »Systematische fouten bij planimetrering met den schijfpoolplanimeter« (Sistematske pogreške planimetara s polarnom pločom, Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde 1946, str. 66—75). U njoj je autor razmotrio pogreške ekscentričnosti polarne ploče i ploče, na kojoj leži kotačić sa zaključkom: »planimetrirati bar dva puta i nakon prvog zaokrenuti polarnu ploču i ploču ispod kotačića svaku za 180° pa uzeti aritmetičku sredinu«. Pisac predlaže, da se na rubu polarne ploče urežu dvije dijametralne marke i označe s 1 i 2. Prije prvog planimetriranja se uz crticu 1 na planu označi znak olovkom. Prije drugog planimetriranja se polarna ploča zaokrene tako, da njen indeks 2 dođe uz isti znak plana. Analogno da se na ploči, na kojoj leži kotačić, također označe dijametralni indeksi i prije prvog planimetriranja namjesti prvi uz polarni krak, a prije drugog drugi.

O trećoj raspravi autorove trilogije »Foutentheorie van de oppervlaktebepaling met de schijfpoolplanimeter« (Teorija pogrešaka određivanja površina planimetrom s polarnom pločom) vidi u Geod. Listu 1950, str. 345.