

Grafičko izjednačenje čvorišta sa orijentacijom

Teoretsko obrazloženje.

Određenje približnih koordinata.

Mjerena su tri poligona A, B, C (vidi str. 120). Poligoni polaze iz poznatih točaka i sastaju se u čvorištu. U čvorištu je provedena orijentacija astronomski ili vizurom na daleku trigonometrijsku točku, a tim je određen smjernik jedne stranice na čvorištu. Ako početnom smjerniku svakog poligona dodamo lomne kutove β dobićemo smjernike stranice uz čvorište, koji se razlikuju od smjernika određenog orijentacijom za kutna odstupanja $f_{\beta A}$, $f_{\beta B}$, $f_{\beta C}$.

U svakom poligonu popravimo lomne kutove za iznos $\frac{f}{n}$ kod čega je n broj kutova u dotičnom poligonu. Sa tako popravljenim kutovima izračunamo poligone i dobijemo tri vrijednosti koordinata čvorišta. Kao približne koordinate čvorišta y' i x' uzmemo prostu aritmetičku sredinu iz tih vrijednosti.

Jednadžbe pogrešaka i normalne jednadžbe.

Razlika između izabranih približnih koordinata i izračunatih daje odstupanje ω_y i ω_x . Potrebno je uzeti u obzir još popravke koordinata čvorišta dy i dx . Prema jednadžbama koje važe za izjednačenje poligona ako se uvede težište biti će u ovom slučaju za svaki poligon jednadžbe pogrešaka:¹⁾

$$[v] = f_{\beta}$$

$$\left[\lambda \sin \alpha - \left[\frac{v}{\rho} S \cos \gamma \right] \right] = \omega_y + dy = W_y$$

$$\left[\lambda \cos \alpha + \left[\frac{v}{\rho} S \sin \gamma \right] \right] = \omega_x + dx = W_x$$
(1)

pri čemu je v pogreška lomnog kuta, λ pogreška stranice, α smjernik stranice, S spojnica težišta na pojedinu točku poligona a γ njezin smjernik.

Grafičkim izjednačenjem dobili bi za svaki poligon izravnavajuću elipsu sa velikom osi g i malom osi k .²⁾

Uvedimo pomoćne koordinatne osi za svaki poligon tako da se poklapaju sa osima izravnavajuće elipse. Transformacijom koordinata po-

¹⁾ Ing. Janković: Izjednačenje poligona; Geodetski list, god. III, str. 27.

²⁾ Ing. Baturić: Rudarska mjerenja odsjek 124, 125, 126.

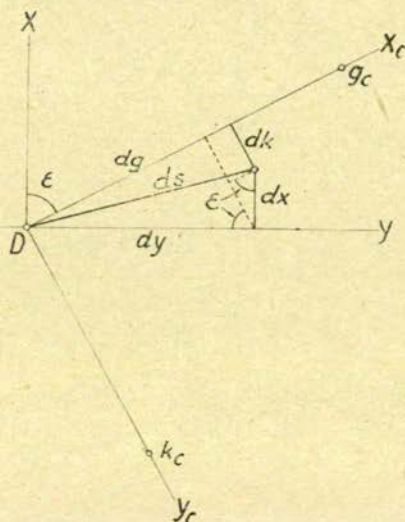
trebno je zamjeniti u jednadžbama (1) $\omega_y + dy$ i $\omega_x + dx$ sa odstupanjima $\omega_k + dk$ i $\omega_g + dg$.

Iz slike 1 se vidi da je

$$dk = dy \cos \varepsilon - dx \sin \varepsilon$$

$$dg = dy \sin \varepsilon + dx \cos \varepsilon$$

pri čemu su dk i dg popravci koordinata čvorišta u smjeru male i velike osi odnosno u smjeru pomoćnih koordinatnih osi.



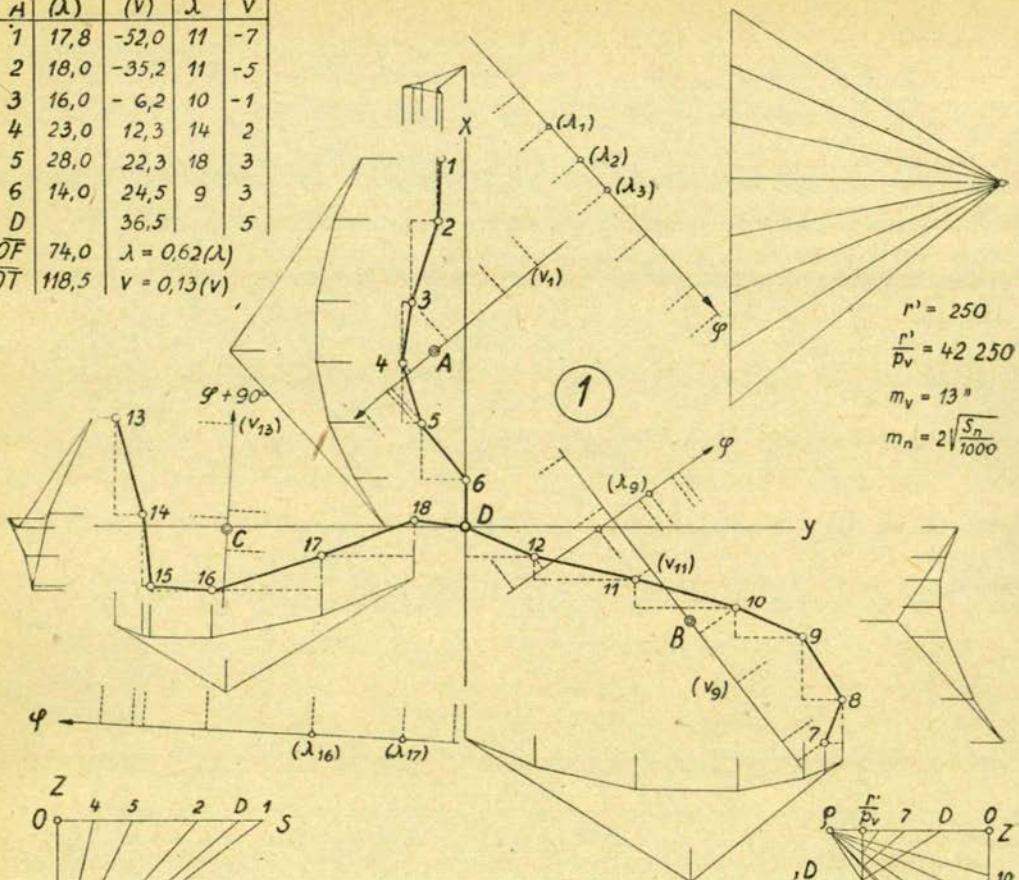
Slika 1

Uvrštenjem navedenih vrijednosti u jednadžbu (1) glasiti će jednadžbe pogrešaka:

$$\begin{aligned}
 [v] & & & = \omega_B \\
 [\lambda \sin \alpha'] - \left[\frac{v}{\rho} S \cos \gamma' \right] - dy \cos \varepsilon + dx \sin \varepsilon & = \omega_k \\
 [\lambda \cos \alpha'] + \left[\frac{v}{\rho} S \sin \gamma' \right] - dy \sin \varepsilon - dx \cos \varepsilon & = \omega_g
 \end{aligned} \tag{2}$$

pri čemu je α' smjernik stranica poligona, γ' smjernik spojnice S od težišta na pojedinu točku poligona u novom zaokrenutom koordinatnom sistemu, ε kut zaokrenuća koordinatnih osi a ω_k i ω_g odstupanja koja odgovaraju pomoćnim koordinatnim osima.

H	(λ)	(ν)	λ	ν
1	17,8	-52,0	11	-7
2	18,0	-35,2	11	-5
3	16,0	-6,2	10	-1
4	23,0	12,3	14	2
5	28,0	22,3	18	3
6	14,0	24,5	9	3
D		36,5		5
OF	74,0	$\lambda = 0,62(\lambda)$		
OT	118,5	$\nu = 0,13(\nu)$		

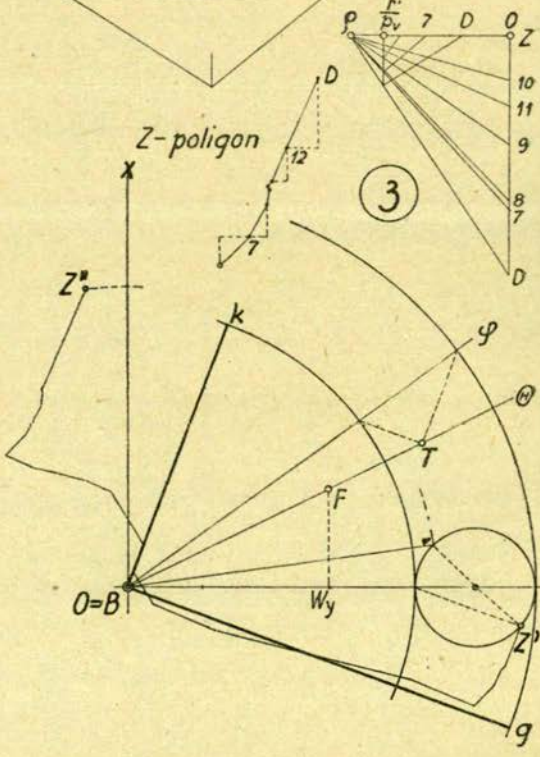
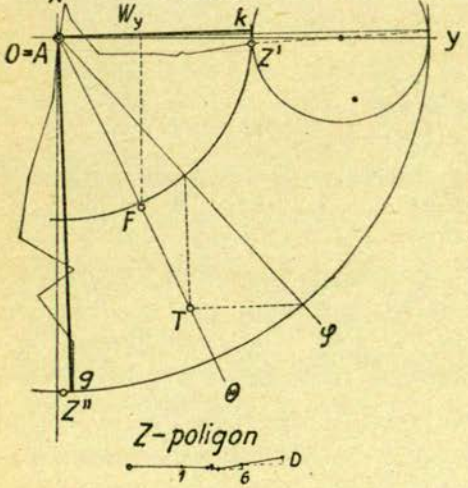
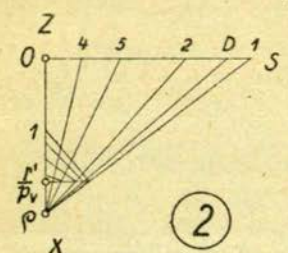


$$r' = 250$$

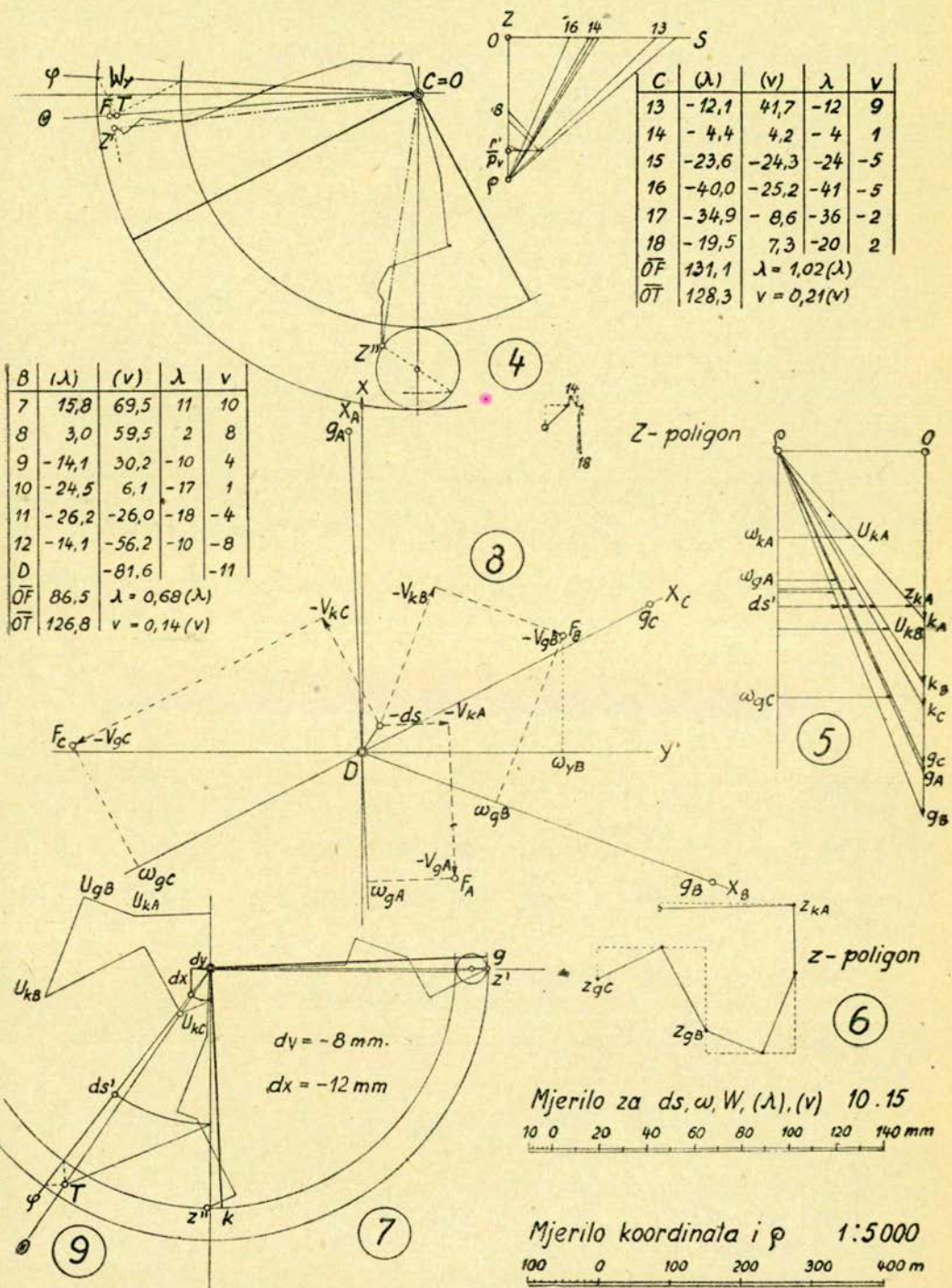
$$\frac{r'}{p_v} = 42\ 250$$

$$m_v = 13''$$

$$m_n = 2\sqrt{\frac{S_n}{1000}}$$



CRTEŽI GRAFIČKOG IZJEDNAČENJA ČVORIŠTA



Za svaki poligon dobijemo iz jednačaba pogrešaka (2) normalne jednačbe za slučaj uvjetnih jednačaba sa nepoznicama.

$$\begin{aligned} \left[\frac{aa}{p} \right] k_1 &= \omega_\beta \\ \left[\frac{bb}{p} \right] k_2 + B_k dy + C_k dx &= \omega_k \\ \left[\frac{cc}{p} \right] k_3 + B_g dy + C_g dx &= \omega_g \end{aligned} \quad (3)$$

i k tome još

$$\begin{aligned} [B k] &= 0 \\ [C k] &= 0 \end{aligned} \quad (4) \quad \text{pri čemu je } \begin{aligned} B_k &= -\cos \varepsilon, & C_k &= +\sin \varepsilon \\ B_g &= -\sin \varepsilon, & C_g &= -\cos \varepsilon \end{aligned}$$

a oznake $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = 1$

$$\begin{aligned} b_\lambda &= \sin \alpha' & b_\nu &= \frac{S}{\varrho} \cos \gamma' \\ c_\lambda &= \cos \alpha' & c_\nu &= \frac{S}{\varrho} \sin \gamma' \end{aligned}$$

Zbog izabranog težišta biti će

$$\left[\frac{ab}{p} \right] = \left[\frac{ac}{p} \right] = 0$$

Zbog orijentacije pomoćnih koordinata biti će $\left[\frac{bc}{p} \right] = 0$, $\left[\frac{bb}{p} \right] = \frac{k}{r}$,

$\left[\frac{cc}{p} \right] = \frac{g}{r}$, pri čemu je r' pomoćna veličina poznata iz grafičkog izjednačenja poligona, dok su k i g mala i velika os izravnavajuće elipse pojedinog poligona.

Uvedimo oznake za kvalitete

$$\left[\frac{p}{aa} \right] \frac{\varrho}{r'} = P_\beta = \frac{\varrho}{r' m_v^2 n}$$

$$\left[\frac{p}{bb} \right] \frac{\varrho}{r'} = P_k = \frac{\varrho}{k} \quad (5) \quad \text{a za } dy = ds \sin \varphi \text{ i } dx = ds \cos \varphi$$

$$\left[\frac{p}{cc} \right] \frac{\varrho}{r'} = P_g = \frac{\varrho}{g}$$

U jednadžbama (3) odredimo korelate k_1, k_2, k_3 i uvrstimo ih u jednadžbe (4), te upotrebimo uvedene oznake, dobićemo:

$$\begin{aligned} [\text{PBB}] ds \sin \varphi + [\text{PBC}] ds \cos \varphi &= [\text{PB } \omega] \\ [\text{PBC}] ds \sin \varphi + [\text{PCC}] ds \cos \varphi &= [\text{PC } \omega] \end{aligned} \quad (6)$$

Ove jednadžbe su po svojem obliku jednake normalnim jednačbama za presijecanje naprijed, i vrijede za sva tri poligona zajedno.

Grafičko rješavanje³⁾

Za grafičko rješavanje uvodimo oznake

$$z_k = \frac{q}{k} ds' \quad z_g = \frac{q}{g} ds' \quad U_k = \frac{q}{k} \omega_k \quad i \quad U_g = \frac{q}{g} \omega_g$$

pri čemu je ds' proizvoljno odabrana vrijednost.

Da se u normalnim jednadžbama oslobodimo kod produkata PBC negativnog predznaka predočiti ćemo koeficijente B_k i C_k ovako

$$B_k = \sin(270^\circ + \epsilon) \quad C_k = \cos(270^\circ + \epsilon)$$

Jednadžbe (6) dobiju sada oblik podesan za grafičko rješavanje:

$$\begin{aligned} &\{[z_k \sin^2(270^\circ + \epsilon)] + [z_g \sin^2 \epsilon]\} \sin \varphi + \\ &+ \{[z_k \sin(270^\circ + \epsilon) \cos(270^\circ + \epsilon)] + [z_g \sin \epsilon \cos \epsilon]\} \cos \varphi = \\ &= U_k \sin(270^\circ + \epsilon) - U_g \sin \epsilon = -U_k \sin(90^\circ + \epsilon) - U_g \sin \epsilon \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} &\{[z_k \sin(270^\circ + \epsilon) \cos(270^\circ + \epsilon)] + [z_g \sin \epsilon \cos \epsilon]\} \sin \varphi + \\ &+ \{[z_k \cos^2(270^\circ + \epsilon)] + [z_g \cos^2 \epsilon]\} \cos \varphi = U_k \cos(270^\circ + \epsilon) - U_g \cos \epsilon = \\ &= -U_k \cos(90^\circ + \epsilon) - U_g \cos \epsilon \end{aligned}$$

Uputa i primjer:

1) Mjerena su tri poligona A, B, C. U čvorištu je provedena orijentacija i ustanovljen smjernik stranice 18 D i to $\alpha = 276^\circ 52' 18''$. Odredimo kutna odstupanja f_β (= dano — mjereno) za svaki poligon. Popravimo svaki lomni kut za vrijednost $\frac{f_\beta}{n}$.

Za računanje poligona imamo slijedeće zadane i mjerene podatke:

$$\begin{array}{lll} y_1 = 2499,581 & y_7 = 2997,368 & y_{13} = 2090,879 \\ x_1 = 4147,976 & x_7 = 3370,082 & x_{13} = 3800,360 \end{array}$$

³⁾ Sličan postupak vidi: Baturić: Rudarska mjerenja odsjek 118 i 119.

Poligon A

$$\alpha_p = 252^{\circ}19'11'' \frac{f_{\beta}}{n}$$

109 14 49 —5"	83,549 m
196 05 50 —5	113,786
170 06 08 —5	81,369
155 14 20 —5	84,589
159 10 49 —5	95,218
218 00 06 —5	62,788
276 41 41 —6	

$$1\ 536\ 52\ 54$$

$$o = \frac{276\ 52\ 18}{f_{\beta} = -36}$$

Poligon B

$$\alpha_p = 26^{\circ}56'42'' \frac{f_{\beta}}{n}$$

174 14 50 +1	62,599 m
127 28 47 +1	97,193
144 50 33 +1	93,327
172 34 37 +1	135,166
177 05 04 +1	133,074
190 47 00 +1	98,248
162 54 38 +1	

$$1176\ 52\ 11$$

$$o = \frac{276\ 52\ 18}{f_{\beta} = +7}$$

Poligon C

$$\alpha_p = 271^{\circ}47'07'' \frac{f_{\beta}}{n}$$

72 51 32 +7"	133,420 m
189 43 42 +8	96,359
99 10 17 +7	79,723
158 01 12 +8	143,414
176 21 20 +8	127,976
208 56 22 +8	65,468

$$1176\ 51\ 32$$

$$o = \frac{276\ 52\ 18}{f_{\beta} = +46}$$

Izračunamo sada poligonske vlakove i dobijemo tri vrijednosti koordinata čvorišta:

$y_D = 2\ 534,713$	$x_D = 3\ 656,516$	za poligon A
$y_D = 2\ 534,667$	$x_D = 3\ 656,410$	za poligon B
$y_D = 2\ 534,875$	$x_D = 3\ 656,458$	za poligon C

Iz toga prosta aritmetička sredina iznosi

$y_D = 2\ 534,752$	$x_D = 3\ 656,461$	a koordinatna odstupanja
$\omega_y = + 39\ \text{mm}$	$\omega_x = - 55\ \text{mm}$	za poligon A
$\omega_y = + 85\ \text{mm}$	$\omega_x = + 51\ \text{mm}$	za poligon B
$\omega_y = - 123\ \text{mm}$	$\omega_x = + 3\ \text{mm}$	za poligon C

Ucrtamo u povoljnom mjerilu poligone (ovdje 1:5000) i odredimo težišta, uzimajući u obzir one lomne kutove na točkama koje smo upotrebili za računanje poligona.

2, 3, 4) Konstruiramo izravnavajuće elipse svakog pojedinog poligona. Predpostavljena srednja pogreška za lomne kutove je $m_v = 13''$, stranična

$$\text{je } m_n = 2 \sqrt{\frac{s_n}{1000}} \text{ mm a } r' = 250.$$

5) U posebnom diagramu riješimo $z_g = \frac{\rho}{g} ds'$ i $z_k = \frac{\rho}{k} ds'$. Od točke **O** prema dolje nanosimo velike osi **g** i male osi **k** izravnavajućih elipsa, a na lijevo ρ . Od ρ prema dolje nanosimo proizvoljnu vrijednost ds' , okomica postavljena na ρ ds' presječena je spojnicama **g** i **k** u udaljenostima z_g i z_k a to su tražene vrijednosti.

6) Dobivene vrijednosti z_g nanosimo usporedno sa glavnom osi **g** izravnavajuće elipse odgovarajućeg poligona, a z_k sa kraćom osi elipse, nadodavajući jednu na drugu. Poligon koji tako nastaje zovemo **z**-poligon. Projekcije njegovih stranica na os **Y** daju z'_n , a projekcije na os **X** daju vrijednosti z''_n .

7) Nanosimo li vrijednosti z'_n započevši iz točke **O** usporedno sa odgovarajućim smjerovima nadodavajući jednu na drugu, pri čemu pazimo, da nam projekcije na os **Y** uvijek rastu, dobićemo z' -poligon, kojega krajnja točka spojena sa početkom **O** određuje veličinu konjugiranog polumjera elipse. Slično ovome postupamo sa vrijednosti z''_n , pazeći da nam projekcije rastu na os **X**. Spojnica krajnje točke z' -poligona sa točkom **O** predočuje drugi konjugirani polumjer elipse. Iz ovih polumjera konstruiramo elipsu.

8) Ucertajmo posebno koordinatna odstupanja ω_y i ω_x u povoljnom mjerilu (ovdje 10 : 15) i dobijemo točke F_A, F_B, F_C kojih udaljenosti od ishodišta nam daju projekcije ω_k i ω_g na pomoćne koordinatne osi, koje se poklapaju sa malom i velikom osi elipse.

U pomoćnom diagramu konstruiramo vrijednosti **U** nomografski po jednadžbama

$$U_k = \frac{\rho}{k} \omega_k \quad \text{i} \quad U_g = \frac{\rho}{g} \omega_g$$

9) Ovako određene vrijednosti U_k i U_g nanosimo iz ishodišta izravnavajuće elipse nadodavajući jednu na drugu uvijek u suprotnom pravcu od onog u kojem se nalaze ω_k i ω_g . ω_k smatra se pozitivnim kada se nalazi pod kutom $90^\circ + \varepsilon$, a ω_g kad se nalazi pod kutom ε .

Kako je u jednadžbama (6a) predznak negativan uz **U**, treba ga nanositi u suprotnom smjeru od ω .

Krajnja točka toga poligona U_{gC} spojena sa početkom **O** daje rezultantu sa smjernikom Θ . Presjecište elipse sa rezultantom pada u točku **T**. Spojnica \overline{OT} je radiusvektor elipse, kojemu odgovara radius kruga pod smjernim kutom φ odnosno izravnavajući pravac φ .

Iz dužina \overline{OT} i \overline{OU}_{gC} na pravcu θ odredimo ds na pravcu φ iz razmjera

$$\overline{OT} : \overline{OU}_{gC} = ds' : ds$$

ds dobijemo u mjerilu u kojem je nanesen ω (10 : 15). Njegove projekcije na temeljne koordinatne osi su popravci dy i dx približnih koordinata

$$dy = -8 \text{ mm i } dx = -12 \text{ mm}$$

Vrijednostima ω_y i ω_x dodamo popravke dy i dx i dobijemo W_y i W_x pomoću kojih izjednačimo poligon svaki za sebe kao da je uključen među dvije poznate točke sa zadanim početnim i završnim smjernikom.

Odredimo odstupanja W_y i W_x

za poligon A

$$W_y = \omega_y + dy = +39 - 8 = 31 \quad W_x = \omega_x + dx = -55 - 12 = -67$$

za poligon B

$$W_y = \omega_y + dy = 85 - 8 = 77 \quad W_x = \omega_x + dx = 51 - 12 = 39$$

za poligon C

$$W_y = \omega_y + dy = -123 - 8 = -131 \quad W_x = \omega_x + dx = 3 - 12 = -9$$

Projekcije poligonskih stranica S_n na dobivene izravnavajuće pravce φ svakog poligona daju vrijednosti (λ_n) koje je potrebno množiti sa razmjerom $\overline{OF} : \overline{OT}$ da se dobiju pogreške stranica. Projekcije spojnice težišta S sa pojedinim točkama S_n na pravac $\varphi + 90^\circ$ daju nam vrijednosti (V_n) koje moramo množiti sa

$$\frac{\overline{OF}}{\overline{OT}} \frac{r'}{p_v \varrho} = \frac{\overline{OF}}{\overline{OT}} \cdot \frac{250 \cdot 169}{206 \cdot 265} = \frac{\overline{OF}}{\overline{OT}} = 0,205$$

da dobijemo pogreške lomnih kutova.

Mjerene stranice popravimo za λ , a kutove koje smo već popravili za $\frac{f_B}{n}$ popravimo još za v iz grafičkog izjednačenja i računamo poligone ponovno. Koordinate čvorišta moraju za svaki poligon imati iste vrijednosti i to:

aritmetička sredina	$y_D = 2\,534,752$	$x_D = 3\,656,461$
popravci	$dy = -8$	$dx = -12$
Zbroj:	$y_D = 2\,534,744$	$x_D = 3\,656,449$

Mjerene vrijednosti po izjednačenju:

Poligon: A			B			C		
0	'	"	0	'	"	0	'	"
m			m			m		
$\alpha_p = 252$	19	11	$\alpha_p = 26$	56	42	$\alpha_p = 271$	47	07
109	14	37	174	15	01	72	51	48
196	05	40	127	28	56	62,610	189	43 51
170	06	02	144	50	38	97,195	99	10 19
155	14	17	172	34	39	93,317	158	01 15
159	10	47	177	05	01	135,149	176	21 26
218	00	04	190	46	53	133,056	208	56 32
276	41	40	162	54	28	98,238	<u>96</u>	<u>52 18</u>
$o = 276$	52	18	$o = 276$	52	18			

Određenje srednjih pogrešaka.

Za svaki poligon možemo postaviti fingirane jednadžbe pogrešaka sa kvalitetama prema jednadžbama (5) koje glase ovako

$$\begin{aligned}
 V_\beta &= -\omega_\beta & P &= \frac{q}{n r' m_v^2} \\
 V_k &= -B_k dy + C_k dx - \omega_k & P_k &= \frac{q}{k} \\
 V_g &= -B_g dy + C_g dx - \omega_g & P_g &= \frac{q}{g}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Iz ovih jednačaba pogrešaka dadu se postaviti normalne jednadžbe (6), prema tome su fingirane pogreške dobro izabrane.

Prema jednadžbama (7) i (2) bit će:

$$\begin{aligned}
 V_\beta &= -[v] \\
 V_k &= -[\lambda \sin \alpha'] + \left[\frac{v}{q} S \cos \gamma' \right] \\
 V_g &= -[\lambda \cos \alpha'] - \left[\frac{v}{q} S \sin \gamma' \right]
 \end{aligned}$$

Zamijenimo pogreške sa predpostavljenim srednjim pogreškama a priori i kvadriramo jednadžbe dobićemo srednje pogreške fingiranih opažanja a priori:

$$\begin{aligned}
 m_{V_\beta}^2 &= m_v^2 n \\
 m_{V_k}^2 &= [m_n^2 \sin^2 \alpha'] + \left[\frac{m_v^2}{q^2} S^2 \cos^2 \gamma' \right] \\
 m_{V_g}^2 &= [m_n^2 \cos^2 \alpha'] + \left[\frac{m_v^2}{q^2} S^2 \sin^2 \gamma' \right]
 \end{aligned} \tag{8}$$

Kako se kvalitete odnose recipročno kvadratima srednjih pogrešaka to je $\frac{m^2}{\mu_o^2} = \frac{p_o}{p}$ gdje je μ_o srednja pogreška za jediničnu kvalitetu p_o . Odabrali ćemo srednju pogrešku za jedinicu kvalitete $\mu_o = 1$, pa imamo

$$m^2 = \frac{1}{p}$$

Uvrstimo li to u jednadžbe (8), te još upotrebimo oznake **b** i **c** i oznake za malu i veliku os elipse **k** i **g**, dobićemo

$$m_{V\beta}^2 = m_v^2 n$$

$$m_{Vk}^2 = \left[\frac{\sin^2 \alpha'}{p} \right] + \left[\frac{S^2}{2p} \cos^2 \gamma' \right] = \left[\frac{bb}{p} \right] = \frac{k}{r'}$$

$$m_{Vg}^2 = \left[\frac{\cos^2 \alpha'}{p} \right] + \left[\frac{S^2}{2p} \sin^2 \gamma' \right] = \left[\frac{cc}{p} \right] = \frac{g}{r'}$$

Množimo ove jednadžbe još sa odgovarajućim kvalitetama za fingirana opažanja

$$P_\beta m_{V\beta}^2 = \frac{q}{r' m_v^2 n} m_v^2 n = \frac{q}{r'}$$

$$P_k m_{Vk}^2 = \frac{q}{k} \frac{k}{r'} = \frac{q}{r'}$$

$$P_g m_{Vg}^2 = \frac{q}{g} \frac{g}{r'} = \frac{q}{r'}$$

Iz toga slijedi da će kvadrat srednje pogreške za jediničnu kvalitetu a priori biti

$$M_{pr}^2 = \frac{q}{r'} = 825$$

Srednja pogreška fingiranih opažanja a posteriori

$$M_{po} = \sqrt{\frac{[PVV]}{n-2}}$$

pri čemu je $n = 9$ broj fingiranih opažanja, a $2 =$ broj nepoznanica. Uvrstimo u jednadžbe (7) odgovarajuće vrijednosti i dobijemo

$$V_k = ds \sin(270^\circ + \epsilon) \sin \varphi + ds \cos(270^\circ + \epsilon) \cos \varphi - \omega_k$$

$$V_g = -ds \sin \epsilon \sin \varphi - ds \cos \epsilon \cos \varphi - \omega_g$$

odnosno

$$V_k = ds \cos(270^\circ + \epsilon - \varphi) - \omega_k = -ds \cos(90^\circ + \epsilon - \varphi) - \omega_k = -dk - \omega_k$$

$$V_g = -ds \cos(\epsilon - \varphi) - \omega_g = -dg - \omega_g$$

Prema ovim posljednjim jednadžbama je dk projekcija ds na pomoćnu os Y koja se poklapa sa malom osi elipse k , dok je dg projekcija na pomoćnu os X koja se poklapa sa velikom osi elipse g . Projekcije — V_k i V_g odredimo na nacrtu u mjerilu u kojemu je dan f_x i f_y (10:15)

Iz nacрта odredimo k i g u mjerilu koordinata (ovdje 1:5000), pak računamo [PVV] prema donjoj tablici:

Tablica 1

		V	k g	P	PVV
A		— 36		0,70	905
	k	+ 29	241	0,85	715
	g	— 68	468	0,44	2 035
B		+ 7		0,70	35
	k	— 59	369	0,56	1 950
	g	+ 64	525	0,39	1 600
C		+ 46		0,81	1 715
	k	— 53	337	0,61	1 715
	g	— 120	456	0,45	6 480
					17 250

$$M_{pr} = \sqrt{\frac{e}{r'}} = 28,7$$

$$M_{po} = \sqrt{\frac{[PVV]}{n-2}} = 49,5$$

Odnos srednje pogreške a priori prema srednjoj pogreški a posteriori fingiranih opažanja je srednja pogreška faktičnih opažanja a posteriori za kvalitetu jednaku jedinici.

$$\mu = \frac{M_{po}}{M_{pr}} = \sqrt{\frac{[PVV] r'}{(n-2)e}} = 1,72$$

Srednju pogrešku faktičnih opažanja za kvalitetu jednaku jedinici a posteriori računamo također iz pogrešaka v i λ prema ovoj tablici:

Tablica 2

	λ	v	pvv	$p\lambda\lambda$		λ	v	pvv	$p\lambda\lambda$		λ	v	pvv	$p\lambda\lambda$
A	+ 11	—12	0,85	0,36	B	+ 11	+11	0,72	0,48	C	— 12	+16	1,52	0,27
	+ 11	—10	0,59	0,27		+ 2	+ 9	0,48	0,01		— 4	+ 9	0,48	0,04
	+ 10	— 6	0,21	0,31		— 10	+ 5	0,15	0,27		— 24	+ 2	0,02	1,80
	+ 14	— 3	0,05	0,58		— 17	+ 2	0,02	0,53		— 41	+ 3	0,05	2,93
	+ 18	— 2	0,02	0,85		— 18	— 3	0,05	0,61		— 36	+ 6	0,21	2,55
	+ 9	— 2	0,02	0,32		— 10	— 7	0,29	0,25		— 20	+10	0,59	1,54
	— 1	0,01				—10	0,59							

$$\begin{aligned} [pvv] &= 6,92 \\ [p\lambda\lambda] &= \frac{13,87}{20,79} \end{aligned} \quad \mu = \sqrt{\frac{[pvv] + [p\lambda\lambda]}{r}} = \sqrt{\frac{20,79}{7}} = 1,72$$

gdje je $r = 7 =$ broj suvišnih opažanja.

Pogreška a posteriori može biti najviše tri puta veća od pogreške a priori, dakle je u ovom slučaju mjerenje bilo razmjerno dobro i odgovara donekle točnosti koja je bila pretpostavljena a priori.

Prema ovome je srednja pogreška a posteriori mjerenja kutova

$$m_v = 13 \cdot 1,72 = 22,4''$$

a pogreška mjerenja stranica

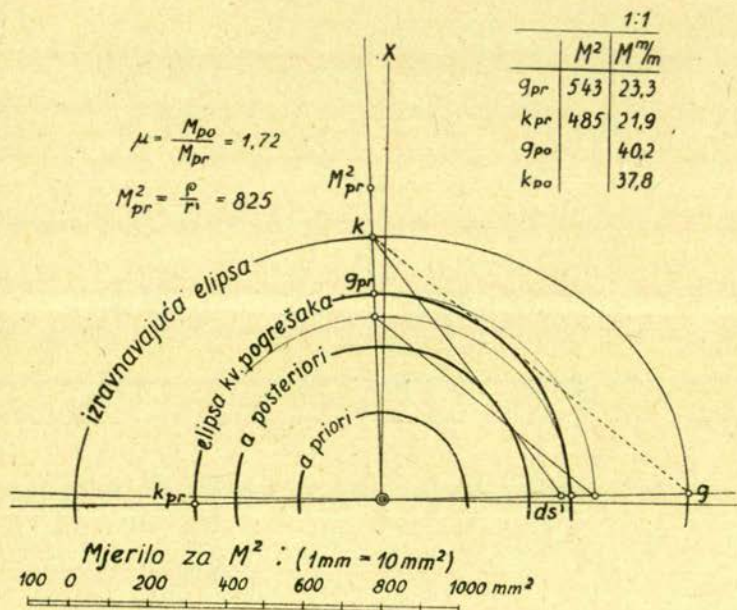
$$m_n = 3,44 \sqrt{\frac{S_n}{1000}} \text{ mm}$$

Grafičko određivanje srednje pogreške točke čvorišta u kojemu je izvršena orijentacija⁴⁾.

Za grafičku konstrukciju vrijedi ovaj razmjer

$$\frac{k}{ds'} = \frac{M_{pr}^2}{g_{pr}} \quad \text{i} \quad \frac{g}{ds'} = \frac{M_{pr}^2}{k_{pr}}$$

Dana je izravnavajuća elipsa točke čvorišta **D** sa velikom i malom osi g i k i veličina ds' . Iz ishodišta (sl. 2) nanesimo ds' u smjeru velike



Slika 2

⁴⁾ Teoretsko obrazloženje vidi Baturić: Rudarska mjerenja, odsjek 135.

osi i spojimo sa krajnjom točkom male poluosi k . Nanosimo iz ishodišta u smjeru male osi veličinu $M_{pr}^2 = \frac{[P V V]}{n - 2}$ u nekom proizvoljnom mjerilu.

Paralelno sa spojnicom $k-ds'$ povučemo iz M_{pr}^2 pravac, i gdje siječe taj pravac veliku os biti će točka g_{pr} . Da se omogućí čitanje kvadrata pogrešaka direktno kao projekcije radius vektora elipse na radius kruga, potrebno je zaokrenuti elipsu kvadrata pogrešaka prema izravnavajućoj elipsi za 90° . Udaljenost od ishodišta do točke g_{pr} daje veličinu velike poluosi elipse kvadrata pogrešaka. Da odredimo veličinu male poluosi elipse kvadrata pogrešaka povučemo paralelu iz g_{pr} sa spojnicom kg ; gdje ta paralela siječe malu os dobijemo točku k_{pr} .

Mjerilo za kvadrat pogreške je isto u kojem je uzeta i veličina M_{pr}^2 .

Vrijednosti osi elipse kvadrata pogrešaka pročitane u mjerilu M_{pr}^2 upotrebimo za račun osi elipse pogrešaka a priori. Pomoću elipse pogrešaka a priori odredimo elipsu a posteriori ako množimo osi sa faktorom μ .

Dr. Ing. Josip Baturić — Zagreb

LA COMPENSATION GRAPHIQUE DU POINT NODAL AVEC L'ORIENTATION

Auteur décrit le procédé de la compensation graphique du point nodal où l'orientation est obtenue à la manière astronomique ou à l'aide du visé sur un certain point trigonométrique. En même temps est donné l'exemple numérique sur lequel cette méthode est illustrée.