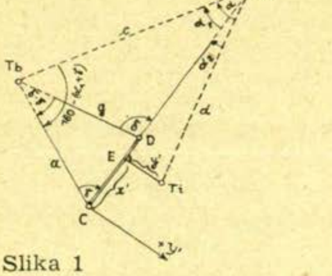
Ing. A. S. Milošević, geod. inž. G.I.J.A. — Beograd

Ispitivanje jedne metode

U stručnim časopisima publikovani su katšto predlozi metoda merenja bez ispitivanja srednjih grešaka onih veličina, koje valja odrediti iz opažanih podataka. Na taj način nema se uvid u tačnost određivanja traženih veličina. Osim toga, postoji opasnost da, iako geometrijski ispravna, predložena metoda može biti praktično neupotrebljiva: mogu srednje greške traženih veličina biti veće od onih, koje su praktično uslovljene. Jedan takav, upravo školski očigledan slučaj, imamo u sledećem primeru.

Pri traženju na terenu belega datih (određenih) trigonometrijskih tačaka dešava se ponekiput da, ili nedostaju potrebni podaci (skica položaja i odmeranja od okolnih lako uočljivih detaljnih tačaka), ili su oni neupotrebljivi. U tom slučaju položaj belega (ili podzemnog centra, ako je nadzemna belega uništena) nalazimo primenom jedne od poznatih metoda: prof. Mareka, inverznog trougla, presecanja kružnih lukova i dr. Za primenu svake od ovih metoda uslov je, da se sa mesta, u čijoj se blizini nalazi tražena belega, dogledaju bar tri date tačke. Iz koordinata tih tačaka i one, čiji se centar želi pronaći, izvesnim postupkom zatadak se rešava. No, može se postaviti pitanje: ako se s toga mesta ne dogledaju tri, već samo dve date tačke, da li je moguće zadatak rešiti? Rešavajući zadatak samo geometrijski, dobije se potvrdan odgovor na postavljeno pitanje.

Neka je tačka T_i, čiji se centar traži, data koordinatama (y_i, x_i), a dve date tačke, koje se dogledaju sa mesta u čijoj se blizini nalazi traženi centar, neka su obeležene sa T_a (y_a, x_a) i T_b (y_b, x_b). Ako bismo na tome mestu obeležili dve tačke C i D tako, da se D nalazi na pravcu $C\,T_a$, i ako bismo izmerili bazu $CD = b$ i uglove γ i δ mogli bismo izračunati koordinate y' i x' tačke T_i u odnosu na koordinatni sistem $X'\,C\,Y'$, u koga se pozitivan pravac ordinatne ose $(+Y')$ nalazi na suprotnoj strani X'—ose u odnosu na tačku T_b. To računanje je jednostavno.



Slika 1

Izmereno je b, γ i δ, stoga je:

$$a = \frac{b \cdot \sin\delta}{\sin(\delta - \gamma)} \tag{1}$$

Iz datih koordinata tačaka T_i, T_a i T_b moguće je izračunati direkcione uglove (nagibe) ν_a^i i ν_a^b, strane $T_i\,T_a = d$ i $T_a\,T_b = c$, i ugao α:

$$\operatorname{tg} \nu_a^i = \frac{y_i - y_a}{x_i - x_a}; \qquad \nu_a^i = \operatorname{arc\,tg} \frac{y_i - y_a}{x_i - x_a}$$

$$\operatorname{tg} \nu_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}; \qquad \nu_a^b = \operatorname{arc\,tg} \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \qquad (2)$$

$$d = \frac{y_i - y_a}{\sin \nu_a^i} = \frac{x_i - x_a}{\cos \nu_a^i}$$

$$c = \frac{y_b - y_a}{\sin \nu_a^i} = \frac{x_b - x_a}{\cos \nu_a^i} \qquad (3)$$

$$\alpha = \nu_a^b - \nu_a^i \qquad (4)$$

Dalje se mogu izračunati uglovi α_1 i α_2, i strana $T_a C = e$:

$$\sin \alpha_1 = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}; \qquad \alpha_1 = \operatorname{arc\,sin} \left(\frac{a \cdot \sin \gamma}{c}\right) \qquad (5)$$

$$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 \qquad (6)$$

$$e = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin (\alpha_1 + \gamma) \qquad (7)$$

Najzad je mogućno izračunati stranu $T_a E = f$ i tražene koordinate (y' i x'):

$$f = d \cdot \cos \alpha_2 \qquad (8)$$

$$y' = d \cdot \sin (\alpha - \alpha_1) \qquad (9)$$

$$x' = e - f = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin (\alpha_1 + \gamma) - d \cdot \cos (\alpha - \alpha_1) \qquad (10)$$

Prenošenjem ovih koordinata od koord. početka C odredili bi položaj tačke T_i', u čijoj blizini bi trebalo da se nalazi traženi centar (T_i).

Izračunajmo sada pozicionu grešku tačke T_i', određene iz koordinata y' i x'.

Obeležimo sa m_b, m_γ i m_δ srednje greške izmerenih veličina b, γ i δ. Tada je, primenom formule za izračunavanje srednje greške funkcije i formule (1), srednja greška m_a strane a:

$$m_a = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial b} \cdot m_b\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \gamma} \cdot m_\gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \delta} \cdot m_\delta\right)^2}$$

$$\frac{\partial a}{\partial b} = \frac{\sin \delta}{\sin(\delta - \gamma)} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma} = b \cdot \sin \delta \cdot \frac{\cos(\delta - \gamma)}{\sin^2(\delta - \gamma)} = \frac{a}{\operatorname{tg}(\delta - \gamma)}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \delta} = b \cdot \frac{\sin(\delta - \gamma) \cdot \cos \delta - \sin \delta \cdot \cos(\delta - \gamma)}{\sin^2(\delta - \gamma)} =$$

$$= b \cdot \frac{\cos \gamma \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta - \sin \gamma \cdot \cos^2 \delta - \cos \gamma \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta - \sin \gamma \sin^2 \delta}{\sin^2(\delta - \gamma)} =$$

$$= -\frac{b \cdot \sin \gamma (\cos^2 \gamma + \sin^2 \delta)}{\sin^2(\delta - \gamma)} = -\frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin^2(\delta - \gamma)}$$

Kako je strana T_b $D = g$:

$$g = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin(\delta - \gamma)}, \quad \text{to je:}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \delta} = -\frac{g}{\sin(\delta - \gamma)}$$

Zamenom vrednosti delimičnih izvoda dobije se:

$$m_a = + \sqrt{\left(\frac{a}{b} m_b\right)^2 + \left(\frac{a}{\operatorname{tg}(\delta - \gamma)} m_\gamma\right)^2 + \left(\frac{g}{\sin(\delta - \gamma)} m_a\right)^2} \qquad (11)$$

Iz ove se formule vidi da je m_a utoliko manje ukoliko su manje veličine a, g, m_b m_γ i m_δ, i utoliko su veće veličine b i $(\delta - \gamma)$

Veličine srednjih grešaka m_b, m_γ i m_δ zavise od merenja, veličine strana **a** i **g** zavisne su od udaljenosti tačke T_b od x' -ose, a veličina razlike $(\delta - \gamma)$ pri konstantnim vrednostima **a** i **b**, zavisi od oblika trougla C T_b D. Izračunajmo u kome je trouglu razlika $F = \delta - \gamma$ najveća.

Promenom uglova δ i γ (pri a=konst. i b=konst.) menja se i strana g. Stoga se maksimalna vrednost funkcije F računa po Ležandrovom načinu: imamo tri argumenta (γ, δ i g), znači moramo uzeti dve uslovne jednačine (M = o i N = o) argmenata i sastaviti funkciju:

$$\varphi = F + \lambda_1 M + \lambda_2 N$$

Za formiranje uslovnih jednačina možemo primeniti takovo pravilo, kojim je izražena uzajamna veza prepromenljivih. Sastavimo obe uslovne jednačine primenom npr. kosinusnog pravila:

M) $a^2 + g^2 - 2\,ag\cos(\delta - \gamma) - b^2 = 0$

N) $a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma - g^2 = 0$

Zamenom dobijemo:

$$\varphi = \delta - \gamma + \lambda_1[a^2 + g^2 - 2ag\cos(\delta - \gamma) - b^2] + \lambda_2[a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma - g^2]$$

Koeficienti (parametri) λ_1 i λ_2 određuju se, kada se delimični izvodi funkcije φ stave jednaki nuli:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial g} = \lambda_1[2g - 2a\cos(\delta - \gamma)] - 2\lambda_2 g = 0 \qquad \text{ili}$$

$$a)\ \lambda_1[g - a\cos(\delta - \gamma)] - \lambda_2 g = 0$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma} = -1 - 2\lambda_1 ag\sin(\delta - \gamma) + 2\lambda_2 ab\sin\gamma = 0 \qquad \text{ili}$$

$$b)\ -2\lambda_1 ag\sin(\delta - \gamma) + 2\lambda_2 ab\sin\gamma - 1 = 0$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\delta} = 1 + 2\lambda_1 ag\sin(\delta - \gamma) = 0 \qquad \text{ili}$$

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2ag\sin(\delta - \gamma)}$$ Zamenom u jednačini a):

$$\lambda_2 = -\frac{g - a\cos(\delta - \gamma)}{2ag^2\sin(\delta - \gamma)}$$ Najzad zamenom λ_1 i λ_2 u jednačini b dobije se:

$$2\cdot\frac{1}{2ag\sin(\delta - \gamma)}\cdot ag\sin(\delta - \gamma) - 2\frac{g - a\cos(\delta - \gamma)}{2ag^2\sin(\delta - \gamma)}ab\sin\gamma - 1 = 0$$

$$\frac{g - a\cos(\delta - \gamma)}{\sin(\delta - \gamma)}\cdot\sin\gamma = 0$$

Pošto sin $(\delta - \gamma)$ ne može biti beskonačno veliki, to ostaje samo:

1) $g - \cos(\delta - \gamma) = 0$ i

2) $\sin\gamma = 0$

Iz jednačine 1) imamo:

$\cos(\delta - \gamma) = \frac{g}{a}$ Znači, ekstremna vrednost za $F = \delta - \gamma$ je u onome trouglu, CT_b D, u kome je zadovoljena poslednja formula. Taj trougao je pravougli: u njemu je $\delta = \frac{\pi}{2}$. Ova ekstremna vrednost funkcije $F = \delta - \gamma$ (za $\delta = \frac{\pi}{2}$) je maksimum.

Iz jednačine 2) $\sin\gamma = 0$ dobije se $\gamma = 0$ ili $\gamma = \pi$. Za te vrednosti ugla γ je funkcija $(\delta - \gamma)$ je minimum.

Proučavajmo nadalje slučaj najpovoljnijeg oblika trougla $C\,T_b\,D$. Za taj slučaj je $\delta = 90^0$, stoga:

$$\frac{b}{a}\cos\gamma;\quad \operatorname{tg}(\delta - \gamma) = \operatorname{ctg}\gamma;\quad \sin(\delta - \gamma) = \cos\gamma;\quad g = a\sin\gamma.$$

Zamenom ovih vrednosti u form. (11) dobijemo:

$$m_a = \pm\sqrt{\left(\frac{m_b}{\cos_\gamma}\right)^2 + (a\operatorname{tg}\gamma\, m_\gamma)^2 + (a\operatorname{tg}\gamma\, m_\delta)^2}$$

Uzmimo numetričke vrednosti (za $\delta = 90^0$): n. pr. da je baza $b = 100$ m. izmerena s relativnom srednjom greškom 10^{-4}, tj. da je srednja greška baze:

$m_b = 100 \cdot 10^{-4} = 0{,}01$ m. Uglovi δ i γ neka su izmereni s istom srednjom greškom (npr. u tri girusa):

$m_\gamma = m_\delta = \pm 6''$ (prava sa sr. gr. $\frac{\pm 6''}{\sqrt{2}} \cong \pm 4''$). Najzad neka je $a = 1{,}5$ km. Tada je:

$$\cos\gamma = \frac{100}{1.500} = 0{,}0667;\ \gamma = 86^0 11';\ \operatorname{tg}\gamma = 14.99$$

$$m_a = \pm\sqrt{\left(\frac{0{,}01}{0{,}0667}\right)^2 + 2\left(1500.14{,}99 \cdot \frac{6}{\varrho''}\right)^2} = \pm\sqrt{0{,}023 + 0{,}857} = \pm 0{,}94\,\text{m.}$$

Vidimo da je uticaj srednje greške uglova znatno veći od uticaja srednje greške baze.

Ako bismo zadržali vrednost svih veličina, a samo umesto 6″ uzeli da je srednja greška uglova 7″, dobili bismo:

$$m_a = \pm\sqrt{0{,}023 + 2\left(1500.14{,}99\,\frac{7}{\varrho''}\right)^2} = \pm\sqrt{0{,}023 + 1{,}164} = \pm 1.09\ \text{m.}$$

Koordinate datih tačaka T_a, T_b i T_i izračunate su s nekim srednjim greškama, ali one iznose tek po koji centimetar, tj. znatno su manje od m_a ($= \pm$ 0,94 m za napred izabrane vrednosti). Zato ih možemo zanemariti. Tim zanemarivanjem zadatak se jako uprošćava. Pod tom pretpostavkom srednje greške strana **c** i **d**, i ugla α su nula.

Pošto je srednja greška m_a tako velika, mora i srednja greška ugla α_1 biti velika. Izračunajmo tu srednju grešku.

Iz form. (1) i (5) imamo:

$$\alpha_1 = \text{arc}\sin\left(\frac{b \sin\gamma \sin\delta}{c \sin(\delta - \gamma)}\right),\ c = \text{konst.}$$

$$m_{\alpha 1} = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial\alpha_1}{\partial b} m_b\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_1}{\partial\gamma} m_\gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_1}{\partial\delta} m_\delta\right)^2}$$

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial b} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha_1}} \cdot \frac{\sin\gamma \cdot \sin\delta}{c \cdot \sin(\delta - \gamma} = \frac{1}{\cos\alpha_1} \cdot \frac{\sin\alpha_1}{b} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{b}$$

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial\gamma} = \frac{1}{\cos\alpha_1} \cdot \frac{b \cdot \sin\delta}{c} \cdot \frac{\sin(\delta - \gamma)\cos\gamma + \sin\gamma\cos(\delta - \gamma)}{\sin^2(\delta - \gamma)} = \frac{b \cdot \sin\delta}{c\cos\alpha_1} \frac{\sin\delta}{\sin^2(\delta - \gamma)} =$$

$$= \frac{a \cdot \sin\delta}{c\cos\alpha_1 \sin(\delta - \gamma)} = \frac{\sin\delta\sin\alpha_1}{\sin\gamma\cos\alpha_1\sin(\delta - \gamma)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)}$$

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial\delta} = \frac{1}{\cos\alpha_1} \cdot \frac{b \cdot \sin\gamma}{c} \cdot \frac{\sin(\delta - \gamma)\cos\delta - \sin\delta\cos(\delta - \gamma)}{\sin^2(\delta - \gamma)} =$$

$$= \frac{b \cdot \sin\gamma}{c\cos\alpha_1} \cdot \left(-\frac{\sin\gamma}{\sin^2(\delta - \gamma)}\right) = -\frac{a\sin^2\gamma}{c\cos\alpha_1 \sin\delta\sin(\delta - \gamma)} =$$

$$= -\frac{\sin\alpha_1 \sin\gamma}{\cos\alpha_1 \sin\delta\sin(\delta - \gamma)} = -\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \sin\gamma}{\sin\delta\sin(\delta - \gamma)}.$$

$$m_{\alpha 1} = \pm \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)} \cdot m_\gamma\right)^2 + \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\delta\sin(\delta - \gamma)} \cdot m_\delta\right)^2}$$

Za najpovoljniji trougao ($\delta = 90^\circ$) i vrednosti:

b = 100 m; $m_b = \pm$ 0,01 m; a = 1.5 km; $\gamma = 86^\circ 11'$; $m_\gamma = m_\delta = \pm 6''$ i c = 2,5 km. dobijemo:

$$\sin \alpha_1 = \frac{a \cdot \sin\gamma}{c} = \frac{1{,}5 \sin 86^0 11'}{2.5} = 0{,}599;\ \alpha_1 = 36^0 48' \qquad (5)$$

$$m_{\alpha 1} = \pm \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\gamma}{\sin\gamma\, \cos\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma} m_\gamma\right)^2} =$$

$$= \pm \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\gamma}{\cos\gamma}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2\gamma} + \sin^2\gamma\right)} =$$

$$= \pm \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{100}\right)^2 + \left(\frac{1}{0{,}0667} \cdot \frac{6}{\varrho''}\right)^2 \left(1{,}004 + 0{,}996\right)} \cdot \varrho'' =$$

$$= \pm \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{10^{-8} + 38{,}1.10^{-8}} \cdot \varrho'' = \pm 0{,}748 \cdot 10^{-4} \sqrt{39{,}1} \cdot \varrho'' = \pm 96.5''$$

I ovde vidimo da je uticaj srednjih grešaka uglova znatno veći od uticaja srednje greške baze.

Pošto je srednja greška ugla α nula, to je po form. (6) za primer koji računamo:

$$m\alpha_2 = m\alpha_1 = \pm 96.''5$$

Srednja greška strane d takođe je nula. Prema tome, po form. (9), srednja greška ordinate y' je:

$$m_{y}' = \pm d \cdot \cos\alpha_2 m_{\alpha 2} = \pm d \cos(\alpha - \alpha_1) \operatorname{tg}\alpha_1 \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\gamma}{\cos\gamma}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2\gamma} + \sin^2\gamma\right)}$$

Odavde zaključujemo da (kao za $m_{\alpha 1}$ i $m_{\alpha 2}$) na srednju grešku m_y takođe znatno veći uticaj imaju srednje greške uglova nego srednja greška baze.

Osim toga, vidimo da će m_y' biti manje ukoliko je d manje, tj. ukoliko je tačka T_a bliže tački T_i. Ali, m_y' biće manje ukoliko je ugao α_1 manji, a to znači ukoliko je Ta dalje od T_i. Prema tome, pri datom položaju tačaka T_i, T_b, C i D, postoji možda jedan položaj tačke T_a na produženju prave C D, za koji je m_y' najmanje u odnosu na d i α_1. Istraživanje ovog položaja, čak i pod pretpostavkom cos α_2 = konst. $\cong$ 1 (jer je α_2 veoma mali ugao i malo se menja, kada se T_a kreće na pravi C D), matematički je veoma zametno. Međutim, s praktičnog stanovišta, to istraživanje ne bi imalo značaja. Naime, ako bismo se izuzetno (u nevolji) odlučili primeniti ovaj način nalaženja centra, od dveju tačaka, koje se samo dogledaju sa mesta na kome treba da se nalazi traženi centar, bližu bi uzeli za T_3, a dalju za T_a

Neka su vrednosti direkcionih uglova ν_a^b i ν_a^i toliki da je:

$$\alpha = \nu_a^b - \nu_a^i = 37' \, 20', \text{ onda je:} \tag{4}$$

$$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 37^0 20' - 36^0 48' = 0^0 32' \tag{6}$$

Ako je d = 2,1 km. tada dobijemo za naš primer:

$$m y' = \pm\, 2.100 \cdot \cos 0^0 32' \, \frac{96 \cdot 5}{\varrho} = \pm\, 0{,}98 \text{ m.}$$

Izračunajmo najzad srednju grešku apscise x'. Iz form. (1), (5) i (10) imamo:

$$x' = \frac{c}{\sin\gamma} \sin\left\{\arcsin\left(\frac{b \cdot \sin\gamma \sin\delta}{c \sin(\delta - \gamma)}\right) + \gamma\right\} - d\cos\left\{\alpha - \arcsin\left(\frac{b\sin\delta\sin\gamma}{c\sin(\delta-\gamma)}\right)\right\}$$

$$c = \text{konst.},\ d = \text{konst.},\ \alpha = \text{konst.}\ m_{x'}^2 = \left(\frac{\partial x'}{\partial \gamma} m_b\right) + \left(\frac{\partial x'}{\partial \gamma} m_\gamma\right) + \left(\frac{\partial x'}{\partial \delta} m_\delta\right)^2$$

$$\frac{\partial x'}{\partial b} = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \cos(\alpha_1 + \gamma) \cdot \frac{tg\alpha_1}{b} + d\sin(\alpha - \alpha_1) \cdot \left(-\frac{tg\alpha_1}{b}\right) =$$

$$= \frac{tg\,\alpha_1}{b}\left[\frac{c\cos(\alpha_1 + \gamma)}{\sin\gamma} - d\sin(\alpha - \alpha_1)\right]$$

$$\frac{\partial x'}{\partial \gamma} = -\frac{c\cos\gamma}{\sin^2\gamma}\sin(\alpha_1 + \gamma) + \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \cos(\alpha_1 + \gamma) \cdot \left(\frac{tg\alpha_1 \sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)} + 1\right) +$$

$$+ d\sin(\alpha - \alpha_1)\left(-\frac{tg\alpha_1 \sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)}\right) = \frac{c\cos(\alpha_1 + \gamma)}{\sin\gamma}\left(\frac{tg\,\alpha_1 \sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)} + 1\right) -$$

$$-\frac{c\sin(\alpha_1 + \gamma)}{\sin\gamma\, tg\gamma} - \frac{d\sin(\alpha - \alpha_1)\, tg\,\alpha_1 \sin\delta}{\sin\gamma\sin(\delta - \gamma)}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial \delta} = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \cos(\alpha_1 + \gamma) \cdot \left(-\frac{tg\alpha_1 \sin\gamma}{\sin\delta\sin(\delta - \gamma)}\right) + d\sin(\alpha - \alpha_1)\frac{tg\alpha_1 \sin\gamma}{\sin\delta\sin(\delta - \gamma)} =$$

$$= \frac{tg\,\alpha_1}{\sin\delta\sin(\delta - \gamma)}\left(d\sin(\alpha - \alpha_1)\sin\gamma - c\cos(\alpha_1 + \gamma)\right)$$

Za $\delta = 90^0$ dobije se:

$$m_{x'}^2 = \left\{\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{b}\left(\frac{c\cos(\alpha_1+\gamma)}{\sin\gamma} - d\sin(\alpha-\alpha_1)\right)m_b\right\}^2 + \left\{\frac{c\cos(\alpha_1+\gamma)}{\sin\gamma}\left(\frac{2\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{sih} 2\gamma}+1\right) -\right.$$

$$\left. - \frac{c\sin(\alpha_1+\gamma)}{\sin\gamma\operatorname{tg}\gamma} - \frac{2d\sin(\alpha-\alpha_1)\operatorname{tg}\alpha_1}{\sin 2\gamma}\right\}^2 m_\gamma^2 +$$

$$+ \left\{\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\cos\gamma}\left(d\sin(\alpha-\alpha_1)\sin\gamma - c\cos(\alpha_1+\gamma)\right)\right\}^2 m_\delta^2$$

Zamenimo napred izabrane, odnosno izračunate vrednosti:

$\alpha_1 = 36^0 48'$; $b = 100\,m$; $c = 2{,}5$ km.; $\gamma = 86^0 11'$; $\alpha_1 + \gamma = 122^0 59'$;

$d = 2{,}1$ km.; $\alpha - \alpha_1 = 0^0 32'$; $2\gamma = 172^0 22'$; $m_b = 0{,}01\,m$; $m_\gamma = m_\delta = \pm 6''$

$$m_{x'}^2 = 0{,}^2 1034 + (17090^2 + 15490^2)\cdot\left(\frac{6}{\varrho''}\right)^2 \doteq 0{,}011 + 0{,}450 = 0{,}461 \qquad \text{ili}$$

$$m_{x'} = \pm\ 0{,}68\,m.$$

I ovde srednje greške uglova imaju znatno veći uticaj od srednje greške baze.

Najzad smo u stanju izračunati pozicionu grešku m_s tačke T_i':

$$m_s = \pm\sqrt{m_{y'}^2 + m_{x'}^2} = \sqrt{0{,}960 + 0{,}461} = \pm\ 1.19\,m.$$

Razmatrali smo slučaj najpovoljnijeg oblika trougla $C T_b D$ (za $\delta = 90^0$). Osim toga, učinili smo još neke povoljne pretpostavke u pogledu smanjenja srednjih grešaka onih veličina, koje se određuju iz opažanja. Stoga će poziciona greška tačke T_i biti stvarno veća od izračunate. Znači, kada prenesemo na teren izračunate koordinate Y' i X' trebalo bi, radi traženja centra T_i, kopati rupu čiji je prečnik veći od 2,5 m — što je, očigledno, praktična besmislica.

Iz sveg razmatranja zaključujemo da se ova metoda nalaženja centra ne može predložiti kao opšta.

Izuzetno, u nevolji, ako bi se odlučili primeniti ovaj način nalaženja centra, trebalo bi ispitati u koliko girusa valja izmeriti uglove γ i δ (svakako najmanje u 6 girusa). Osim toga, trebalo bi izračunati pozicionu grešku tačke T_i, da bi znali kolikim polupREČnikom unaokolo treba kopati.

Pitanja valja svestrano proučavati. Stanovište, sa koga neizostavno treba pitanja razmatrati, jeste proveravanje kroz stvarnost eksperimenat, praksu) zaključaka, do kojih se došlo teoretskim izvođenjem. Stvarnost je probni kamen svake teorije. Teorijski zaključci, koji se ne slažu sa stvarnošću, nemaju vrednosti.

Dok sam bio na službi u srednjoj tehn. školi u nekoliko navrata zadao sam učenicima, kao teoretski zadatak, ovaj način nalaženja centra, ranije određene trigonometrijske tačke. Centar (T_i) stvarno je bio poznat, te je moglo biti izmereno rastojanje T_a T_i. Ovo rastojanje za sve slučajeve bilo je veće od jednog metra.

Još uvek se naiđe katšto, da se poneko ne drži osnovne istine o proveravanju teorijskih proučavanja. Tako je npr. publikovan opis poligonometrijske metode kao opšte metode obeležavanja ose tunela, i dr. Ovakvi članci ne znače doprinos unapređivanju struke. Naprotiv, izazivaju samo zabunu i izlišne diskusije. U čemu je, dakle, stvar? — U pogrešnoj metodi — neproveravanja kroz stvarnost teorijskih zaključaka.