Ing. Branko Borčić — Beograd

Računanje koordinata malih tačaka

Koordinatne razlike malih tačaka računaju se po poznatim jednačinama, koje slede iz proporcije dvaju sličnih trouglova. Predmet ovog članka nije uvođenje nekih novih jednačina za računnaje koordinatnih razlika kod malih tačaka, što bi se moglo pomisliti prema naslovu ovog članka.

Jednačine za računanje tih koordinatnih razlika u takvom su jednostavnom obliku, da ne može biti govora o njihovom pojednostavljenju. Ovde bi hteli da pokažemo, koliko se može pojednostavniti samo računanje koristeći iste jednačine i računsku mašinu. Jednačine za računanje koordinatnih razlika glase:

$$\Delta y_n = od_n ; \qquad \Delta x_n = ad_n$$

gde su: (1)

$$o = \frac{y_b - y_a}{d} \qquad a = \frac{x_b - x_a}{d},$$

y_a, x_a i y_b, x_b koordinate krajnih tačaka dužine na kojoj se nalaze male tačke;

Δy_n i Δx_n . . . koordinatne razlike između dveju susednih malih tačaka.

d merena dužina između krajnih tačaka, redukovana na horizont;

d_1 d_2 . . . d dužine između dveju susednih malih tačaka, redukovane na horizont.

Koordinatne razlike računaju se u trigonometrijskom obrascu br 22a prema priloženom primeru. (Tablica 1)

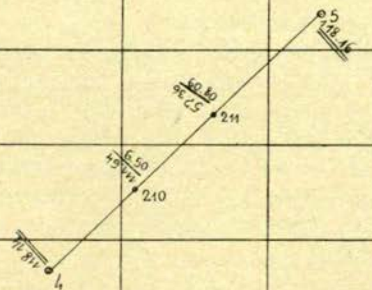
Ovaj obrazac, odnosno računanje koordinatnih razlika malih tačaka, mnogo su uprostili i znatno izmenili geodetski stručnjaci nakon uvođenja računske mašine u geodetsko računanje. Te izmene se u glavnome svode na izostavljanje ispisivanja pojedinih koordinatnih razlika, što čitavo računanje toliko pojednostavljuje, da izgleda, da nema tu šta više, da se oduzme ili pojednostavi (vidi primer 1).

Međutim, ovaj način računanja, koji mi ovde preporučujemo, ide još korak dalje i znatno ubrzava računanje koordinata malih tačaka.

Kao što se iz priloženog primera vidi u rubrici, gde se upisuju dužine, upisujemo dužine između malih tačaka, dobivene iz razlike očitanja kontinuiranog odmeranja svake male tačke. Obrazovanje tih razlika vrši se napamet, uzimaju podatke iz detaljnih skica ili iz trigonometrij-

Tablica 1

$y_b - y_a$ $x_b - x_a$ D^2	D d Δ	o a ( ) Dozv. otstup.	Odmeravanje	Dav. ost.	y_n	Dav. ostatak	x_n	Dav. ostatak	Broj tačke
13 955	118 13 118 16 − 0 03	+ 0 97 537 + 0 21 936 0.08 ($\frac{1}{3}$ I)	118 14	6	47 824 25	5	87 619.20	6	⊙ 4
			(116 64) 6 50	2	47 830 59	0	87 620.63	5	o 210
			(52 36) 60.80	5	47 883 55	4	87 632.54	8	o 211
			118 16	8	47 939.50	1	87 645.12	6	⊙ 5
					+ 115.25	5	+ 25 92	0	



skog obrasca br. 18, prema tome, gde je mala tačka odmerena. Pri tome se često greši, a u koliko se ne greši, posao je zamoran i oduzima dosta vremena.

Po izvršenom obrazovanju dužina između dužina malih tačaka, saberu se te dužine i suma njihova mora biti jednako celoj merenoj dužini.

Međutim, obrazovanje ovih razlika, apsolutno je nepotrebno. Mesto razlika između očitanja pojedinih malih tačaka upisujemo apscisno očitanje za svaku malu tačku iz skice ili trigonometrijskog obrasca br. 18 i to u oba pravca. Za kontrolu pogledamo, dali suma očitanja u oba pravca za svaku malu tačku daje celu merenu dužinu. Ta kontrola je izvršena već na terenu prilikom merenja, a sad kontrolišemo samo to, da li smo tačno prepisali podatak. Ta kontrola se vrši prostim pogledom i sabiranjem napamet, što je i jednostavnije i brže no operacija oduzimanja. Jedina je opasnost, da se zbog znanja zbira ne greši pod uticajem sugestije.

I sad, pošto su obrazovani faktori o i a, stavljaju se oni u mašinu, jer će se s njima množiti. U mašinu jednovremeno postavimo i koordinate početne date tačke i to na ono mesto, gde će nam se pokazati rezultat množenja. Sada množeći »o« i »a« sa apscisnim očitanjem svake male tačke, dobivamo odmah koordinate malih tačaka.

Na ovaj način znatno se ubrzava računanje malih tačaka kod kojih se je inače na unošenju podataka, t. j. na obrazovanje dužina između malih tačaka, gubilo gotovo 20% vremena potrebnog za računanje jedne linije koja bi imala do 10 malih tačaka.

Za kontrolu računanja veličina »o« i »a« služi nam jednačina:

$$o^2 + a^2 = 1 + \frac{2\Delta}{d}; \qquad \text{gde je } \Delta = D - d$$

gde je »d« merena dužina redukovana na horizont, a »D« računata dužina iz koordinata krajnjih tačaka.

Međutim i ta je kontrola potpuno nepotrebna. Kad se računaju male tačke na napred opisani način, za kontrolu, da li smo dobro izračunali veličine »o« i »a« potrebno je samo, pošto smo spremili sve, što je potrebno za računanje pojedinih malih tačaka, da »o« i »a« pomnožimo sa merenom dužinom d. I tada se u rezultatu mora pojaviti koordinata krajne date tačke, ako smo veličine »o« i »a« dobro izračunali. Razume se, ako je »o« ili »a« negativno, da je potrebno izvršiti množenje sa znakom minus (—).

Kod jednačina (1) rečeno je, da »d « pretstavlja horizontalna otstojanja između pojedinih malih tačaka. I do sada je bilo uobičajeno i pravilničkim odredbama određeno, da se kose dužine redukuju na horizont, i sa tako redukovanim dužinama da se računaju koordinatne razlike.

Postupak reduciranja kosih dužina predviđen je na sledeći način:

Ako se radi o kosim dužinama, na kojima su odmerene male tačke, sa nejednolikim nagibom, redukcija se vrši od preloma do preloma, a popravka za redukciju odbija se proporcijonalno prema dužini kose strane. U ovome slučaju ne bi se moglo nešto naročito promeniti, osim da se ta operacija razbacivanja i odbijanja redukcije izvodi u 22a obrascu, a ne u 18a, kako se to obično traži i radi.

Ako se pak radi o kosim dužinama sa jednolikim nagibom na kojoj se nalaze male tačke, nađe se sveukupna redukcija strane i odbija proporcionalno od svake dužine između malih tačaka. Međutim, ovaj čitav postupak je potpuno nepotreban, jer formule (1) vrede i za kosa otstojanja, samo ako se radi o otstojanjima, koja su odmerena na dužinama sa jednolikim nagibom, što je prosto i analitički dokazati i to na ovaj način:

Neka je izmerena dužina jednolikog anagiba »a«, na kojoj je odmereno »n« malih tačaka i neka su kose dužine između malih tačaka $d_1, d_2, d_3 \ldots . d_n$.

Neka je zatim r sveukupna redukcija izračunata u trigonometr. obrascu br. 18a, a redukcija za pojedine dužine između malih tačaka neka su $r_1, r_2, \ldots . r_n$.

Veličine r_1, $r_2 \ldots r_n$ računaju se proporcionalno prema dužinama, t. ..:

$$
\begin{aligned}
r_1 : d_1 &= r : d & r_1 &= \frac{r}{d} \cdot d_1 \\
r_2 : d_2 &= r : d \quad \text{odakle je:} & r_2 &= \frac{r}{d} \cdot d_2 \\
&\text{— — — — —} & &\text{— — — —} \\
&\text{— — — — —} & &\text{— — — —} \\
r_n : d_n &= r : d & r_n &= \frac{r}{d} \cdot d_n
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Redukovana cela dužina biće:

$$d' = d - r \tag{3}$$

a redukovane pojedine dužine između malih tačaka biće:

$$
\begin{aligned}
d'_1 &= d_1 - r_1 = d_1 - \frac{r}{d} \cdot d_1 \\
d'_2 &= d_2 - r_2 = d_2 - \frac{r}{d} \cdot d_2 \\
&\text{— — — — — — — — —} \\
&\text{— — — — — — — — —} \\
d'_n &= d_n - r_n = d_n - \frac{r}{d} \cdot d_n
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Dužine d_1, $d_2 \ldots d_n$ imaju indeks (') da bi istakli, da se radi o redukovanim dužinama.

Uvrstimo li ove izraze u formule (1) koje glase za koordinatne razlike Δy dobijemo:

$$
\begin{aligned}
\Delta y_1 &= od'_1 = \frac{y_b - y_a}{d'} \cdot d'_1 \\
\Delta y_2 &= od'_2 = \frac{y_b - y_a}{d'} \cdot d'_2 \\
&\text{— — — — — — — — —} \\
&\text{— — — — — — — — —} \\
\Delta y_n &= od'_n = \frac{y_b - y_a}{d'} \cdot d'_n
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Analogno za koordinatne razlike Δx:

$$\Delta x_1 = ad'_1 = \frac{x_b - x_a}{d'} \cdot d'_1; \quad \Delta x_2 = ad'_2 = \frac{x_b - x_a}{d'} \cdot d'_2$$

$$\Delta x_n = ad'_n = \frac{x_b - x_a}{d'} \cdot d_n \tag{6}$$

Ako u jednačine (5) i (6) uvrstimo vrednosti jednačina (4) dobijemo:

$$\Delta y_1 = \frac{y_b - y_a}{d'} \left(d_1 - \frac{rd_1}{d} \right) = \frac{y_b - y_a}{d'} \cdot \frac{d_1}{d} (d - r)$$

$$\Delta y_2 = \frac{y_b - y_a}{d} \left(d_2 - \frac{rd_2}{d} \right) = \frac{y_b - y_a}{d'} \cdot \frac{d_2}{d} (d - r)$$

— — — — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — — — —

$$\Delta y_n = \frac{y_b - y_a}{d} \left(d_n - \frac{rd_n}{d} \right) = \frac{y_b - y_a}{d} \cdot \frac{d_n}{d} (d - r)$$

No kako je iz jednačine (3): $d - r = d'$ to gornje jednačine prelaze u poznati nam oblik:

$$\Delta y = \frac{y_b - y_a}{d} \cdot d_1 = od_1$$

$$\Delta y_2 = \frac{y_b - y_a}{d} \cdot d_2 = od_2$$

— — — — — — — — —

— — — — — — — — —

$$\Delta y_n = \frac{y_b - y_a}{d} \cdot d_n = od_n$$

Na isti način dobijemo da je:

$$\Delta x_1 = \frac{x_b - x_a}{d'} \cdot d'_1 = \frac{x_b - x_a}{d'} \left(d_1 - \frac{rd_1}{d} \right) =$$

$$= \frac{x_b - x_a}{d'} \cdot \frac{d_1 (d - r)}{d} = \frac{x_b - x_a}{d} \cdot d = ad_1$$

$$\Delta x_2 = ad_2$$

— — —

— — —

$$\Delta x_x = ad_n$$

gde su d_1, d_2 — d_n dužine merene na terenu i to n e r e d u k o v a n e.

Dakle, jednačine (1) vrede, bez obzira da li je strana horizontalna, ili pod izvesnim nagibom, ako je na čitavoj dužini jednolik nagib, i nije potrebno vršiti nikakvo razbacivanje sveukupne redukcije na pojedine dužine između malih tačaka.

Redukcija strane mora se ipak izvršiti, da bi se videlo, da li je merena strana u dozvoljenim granicama otstupanja sa stranom računatom iz koordinata krajnih tačaka.

Time bi bile završene naše napomene o računanju malih tačaka.

Ovim novim načinom upisivanja odmeranja malih tačaka, izbegavajući obrazovanje dužina između malih tačaka, uvođenjem novog načina kontrole za obrazovanje faktora »o« i »a«, i nevodeći računa o nagibu dužina kod dužina sa jednolikim nagibom, uveliko se pojednostavljuje i ubrzava računanje malih tačaka.

Na premeru jedne varoši, u kojoj prevlađuju kose dužine (dužine pod nagibom), da se izrazimo sa jezikom današnjice, koja je u znaku opšteg takmičenja za što bržom izgradnjom naše zemlje, proizvodni zadatak može da se poveća kod računanja malih tačaka najmanje za 60 do 70%.

Iznoseći ove napomene o računanju malih tačaka, želja nam je bila, da pokažemo, da i u ovako sitnom poslu, postoji još mnogo nerešenih problema, i kako se sa ovakvim sitnicama pripomaže usavršavanju struke i ubrzavanju poslova, a time ujedno smanjuju opterećenja svome narodu.

Ing. Branko Borčić — Beograd

LE CALCUL DES COORDONNÉES DES POINTS RATTACHÉS

On traite ici le calcul des coordonnées des point rattachés. La méthode, expliqué dans cet article est un nouveau procédé simplifié du calculation des coordonnées des points rattachés, etudiés pour l'emploi de la machine à calculer, ainsi que pour le cas où les points sont situés sur la ligne avec déclivité uniforme. On voit enfin que l'effet du travail peut être augmenté en comparaison de la manière de la calculation précedente pour 60%—70%.