

E. Adamik, Geozavod — Zagreb

# Osvrt na radove trigonometrijske mreže I. reda na području Jugoslavije

## I. Stanje do drugog svjetskog rata 1941. god.\*)

Po završetku prvog svjetskog rata 1918. god. u našoj ujedinjenoj državi zatekli smo nepotpunu i nejedinstvenu trigonometrijsku mrežu I. reda. U raznim pokrajinama postojali su razni koordinatni sustavi, prikazani u slijedećem pregledu:

Ishodište sustava	Pokrajina na koju se sustav proteže:	Literatura:
Toranj crkve »Kloštar Ivanić« trig. točka I. reda j. i. od Zagreba. $\varphi = 45^{\circ} 44' 21''.25$ 1. $\lambda = 34^{\circ} 05' 09''.16$ ist. Ferra	Hrvatska i Slavonija	Johann Marek: »Tehnički nputak za trig. radove katastra«. Budimpešta 1875.
»Gellertufer« trig. točka I. reda u blizini Budimpešte. $\varphi = 47^{\circ} 29' 09''.6380$ 2. $\lambda = 36^{\circ} 42' 53''.5733$ ist. Ferra	Vojvodina, Baranja, Bačka, Banat i Srijem	Dvostruka stereografska projekcija. Dr. Antun Fasching: »Novi projekcioni sustavi ugarske zemaljske triangulacije i potanke izmjere«. Budimpešta 1909.
»Krimberg« trig. točka I. reda južno od Ljubljane. $\varphi = 45^{\circ} 55' 43''.75$ 3. $\lambda = 32^{\circ} 08' 18''.71$ ist. Ferra	Slovenija, Istra	»Instrukcija za izvođenje trig. i poligone izmjere«. Wien 1904. Härtner-Doležal: »Niža geodezija« 1 svezak, 2. dio § 59.
Toranj crkve »Sv. Stefan« trig. točka I. reda u Beču. $\varphi = 48^{\circ} 12' 31''.54$ 4. $\lambda = 34^{\circ} 02' 27''.52$ ist. Ferra	Dalmacija	»Instrukcija za izvođenje trig. i poligone izmjere«. Wien 1404. Härtner-Doležal: »Niža geodezija« 1 svezak, 2. dio § 59.
Presjek meridijana trig. toč. I. reda »Gellertufer«: $\lambda = 36^{\circ} 42' 53''.5733$ ; paralele: 5. $\varphi = 45^{\circ} 34' 36''.5869$	Vojvodina	Kosa cilindrična projekcija južn. sustav. Dr. Antun Fasching: »Novi projekcioni sustavi«.

\*) U prošlom ratu Nijemci su došli u posjed cjelokupnog našeg geodetskog materijala i sastavili njegov ekscept, koji sam koristio u ovome osvrtu.

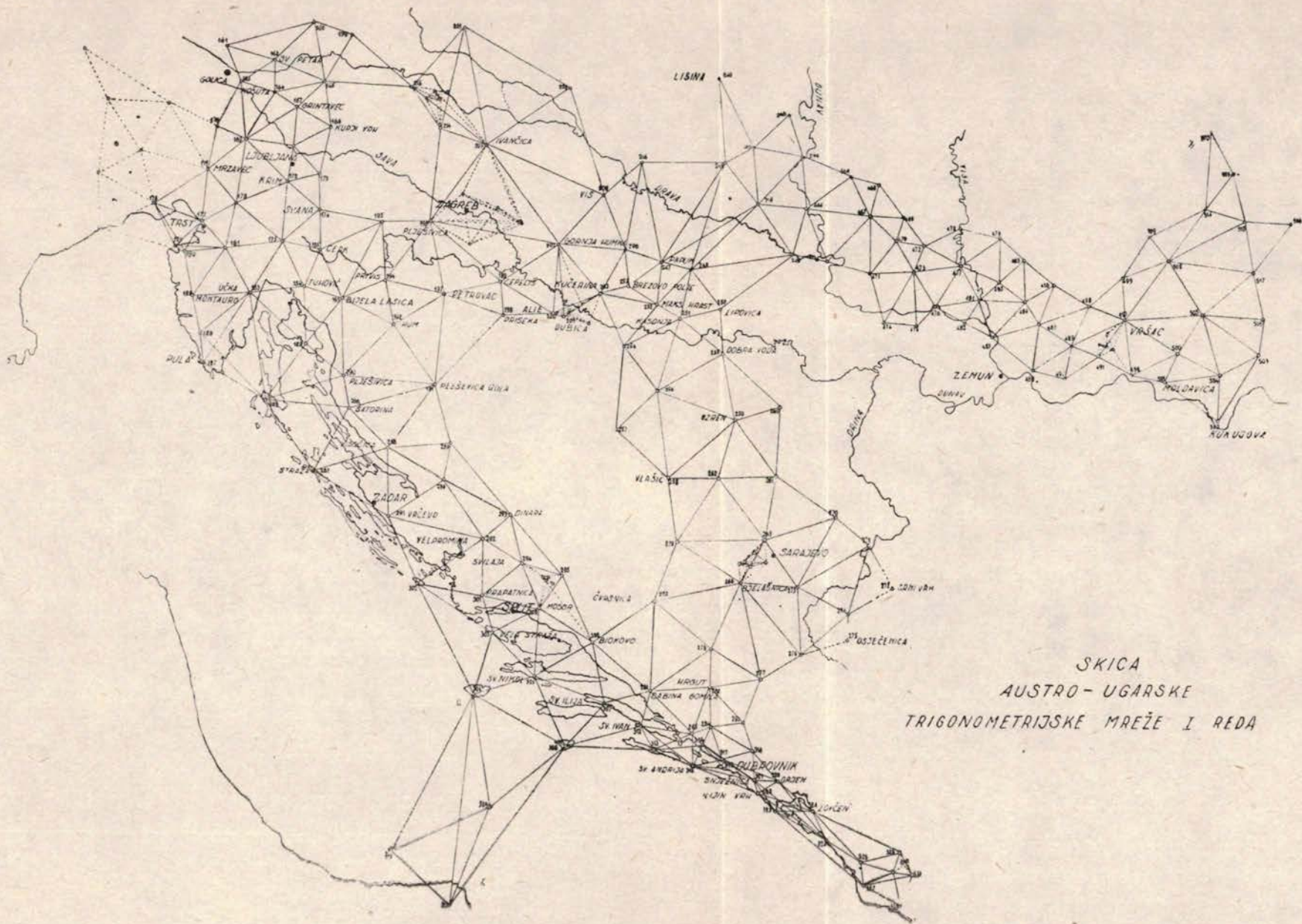
Ishodište sustava	Pokrajina na koju se sustav proteže:	Literatura:
Trapezi, ograničeni lucima meridijana razmaka 30' i lucima paralela razmaka 15' čine dio koordinatnog sustava. Ishodište u sredini trapeza, osi sustava su luci meridijana i paralela.	Bosna i Hercegovina	Poliedarska projekcija »Instrukcija za katastarsku izmjeru u Bosni i Hercegovini«.
6. »Jautina« trig. točka I. reda sjev. od Valjeva. $\varphi = 44^{\circ} 22' 40'' .2448$ 7. $\lambda = 19^{\circ} 48' 36'' .1719$ ist. od Greenwicha	Srpski okruzi Mačva i Tamnava	Sferne pravokutne koordinate
8. »Gospodarska Dubrava« trig. točka I. reda južno od Požarevca. $\varphi = 44^{\circ} 31' 32'' .8104$ $\lambda = 21^{\circ} 13' 38'' .8334$ 8. ist. od Greenwicha	Srpski okruzi Ramska i Golubac	Sferne pravokutne koordinate
9. »Hermannskogel« trigon. točka I. reda kod Beča. $\varphi = 48^{\circ} 16' 15'' .19$ 9. $\lambda = 33^{\circ} 57' 41'' .06$ ist. Ferra*)	Austro-Ugarska Monarhija sa izvjesnim prazninama	Geografske koordinate »Ergebnisse der Triangulierungen... Wien 1902. god.

Grafički prikaz protezanja sustava dat je u slikama 1. i 2. Poslije osnutka biv. jugoslavenske države pristupilo se je izvedbi jedinstvene mreže trokutova I. reda. Vidi skicu 3. Najprije su bila dovršena opažanja kutova u Srbiji, pa je ova mreža izračunata i izjednačena 1924.—1927. god. (mreža A.). Zatim je u Vojvodini (mreža B.) i u zapadnom dijelu države (mreža C.) obnovio mrežu Vojno-geografski Institut i Ministarstvo financija Odelenje katastra. Obrada djelomično nije jedinstvena, jer je priključak prešne katastarske izmjere iziskivao izračunavanje mreže po dijelovima. Vojni geografski institut je još radio na mreži u zapadnom dijelu Slavonije, Srijema i sjevernom dijelu Bosne (mreža D.), a trebao je obnoviti i opažanja u Podravini (mreža E.). Odelenje katastra izradilo je 1940. godine projekt za obnovu mreže bečkog V. G. Instituta u južnom Primorju (mreža F.), jer je ista sastavljena iz trokutova sa vrlo ostrim kutovima i dugim stranama. Odeljenja katastra naknadno je odredilo kao pojedinačne točke 169 Blegoš na talijanskoj granici, 161 Pitulašu i 162 Bobuluj na rumunjskoj granici (mreža G.) i 163 Ruj na bugarskoj granici (mreža H.). Isto tako su trigonometrijske točke: 488 Pančevo, 489 Pluc, 490 Bavanište i 357 Koševac kasnije uračunate u mrežu izjednačenu po Boltzu. Mreža u Primorju do rata nije bila ispitana.

\*) Vidi članak: »Apsolutna orijentacija naše mreže I. reda«, Geodetski list 1948. godine broj 9—12., strana 253.



Skica 1.



SKICA  
 AUSTRO-UGARSKE  
 TRIGONOMETRIJSKE MREŽE I REDA

Skica 2.



Odelenje katastra je u god. 1927.—1929. izradilo uput za radove na triangulaciji pod nazivom: »Katastarski pravilnik« I. dio — triangulacija. Isti je obrađen za mrežu I. reda na temelju Krügerove rasprave: »Formule za konformno preslikavanje (projiciranje) zemljinog elipsoida na ravninu«. Odredbe o radovima na trigonometrijskoj mreži nižih redova oslanjaju se na pruske katastarske pravilnike (Pravilnik IX.).

Pošto je na području pokrajina, koje su bile u sklopu bivše Austro-ugarske monarhije postojala trigonometrijska mreža I. reda, čije su geografske koordinate bile publikovane 1902. god. u »Eregebnisse der Trianguliernugen . . . .«, a mreža I. reda na području Srbije, Crne Gore i Makedonije je priključena na ovu mrežu, dobiven je jedinstveni koordinatni sustav za cijelu državu teritoriju (član 5. Pravilnika). Za prelaz sa geografskih koordinata na Gauss-Krügerove pravokutne koordinate sa srednjim meridijanima  $15^{\circ} 18'$  i  $21^{\circ}$  ist. od Greenwicha usvojeno je, da se geografskim dužinama računatim od Ferra oduzima razlika geografskih dužina  $17^{\circ} 39' 46''.020$ .

### Izbor srednjeg meridijana.

U godinama 1921.—1924. usvojena je Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona, kao što postoji u Njemačkoj. Da bi se dobio jedinstveni koordinatni sustav zaključeno je, da se osnovne meridijanske zone Jugoslavije točno poklapaju sa istim osnovnim meridijanskim zonama u Njemačkoj, t. j. usvojeno je da se sva sračunavanja odnose na  $15$ ,  $18$  i  $21$  meridijan istočno od Grenwicha, kao na osnovne meridijane 5, 6 i 7 zone.

Pošto se dužine geografskih koordinata trig. točaka I. reda u »Eregebnisse der Trianguliernugen . . . .« odnose na Ferro odnosno Paris, bilo je potrebno od dužina Fero-Paris preći na dužine Grenwicha. Astronomski kalendari daju razne razlike dužina Paris—Grenwich i to:

#### 1. Berliner Astronomisches Jahrbuch (1907.—1911.):

Dužine od Berlina:

Greenwich (Transit Circle)	+ 0 <sup>h</sup> 53 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup> .80
Paris (Merid. Cassini)	+ 0 44 13.86
razlika	9 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup> .94 = 2° 20' 14".10

#### 2. The Nautical Almanac (1901.—1907.):

Greenwich (Transit Circle)	0 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> .00
Paris (Merid. Cassini)	9 20.90
razlika	9 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup> .90 = 2° 20' 13".50

#### 3. Connaissance des temps (1922.):

Greenwich (Transit Circle)	0 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> .00
Paris (Merid. Cassini)	9 20.93
razlika	9 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup> .93 = 2° 20' 13".95

## 4. Albrecht (1904.):

Greenwich (Transit Circle)	0° 00' 00".00
Paris (Merid. Cassini)	2 20 13.98 = 2° 20' 13".98

Iz ova 4 razna podatka nije bilo moguće pronaći pravu vrijednost. Stoga se je Generalna direkcija katastra obratila Geodetskom institutu u Potsdamu sa molbom za obavijest, koja se razlika dužina uzima između Priza i Greenwicha u Njemačkoj kod najnovijih radova na izmjeri zemlje. 16. IX. 1924. odgovorio je Geodetski institut slijedeće: »Usvojena je ona razlika geografskih dužina između Pariza (Meridian Cassini) i Greenwicha (Transit Circle), koju je 1904. odredio Abrecht i koja iznosi 2° 20' 13".980.«

Poznato je, da se Ferro kao nulti meridijan pruske državne izmjere nalazi 20° stupnjeva zapadno od Pariza (Meridijan Cassini). U Gaussovima logaritamskim tablicama prema podacima koje je dao Albrecht 1904. godine iznosi razlika dužina Paris-Ferro — 20° 00' 13".31, a točna astr. dužina od Ferra dobit će se, kada se dužinama njemačke državne izmjere doda popravka — 13".31. Objasnjenje ovih podataka koji se nalaze u Albrechtovim tablicama može se dobiti iz protokola sjednice Geodetskog kongresa u Berlinu, održane 25. i 26. aprila 1922. god., gdje stoji: »Po najnovijim određivanjima, a isto tako iz rezultata izjednačenja mreže centralne Evrope je ustanovljeno, da je astronomski određena točka Rauen-Berg — koja je ranije služila za izlaznu točku njemačke triangulacije — po-grješna i to:

po širini za 0".8492	t. j. linearno oko 26 m
po dužini za 13.3940	„ „ „ 253 m
po azimutu 1".82	

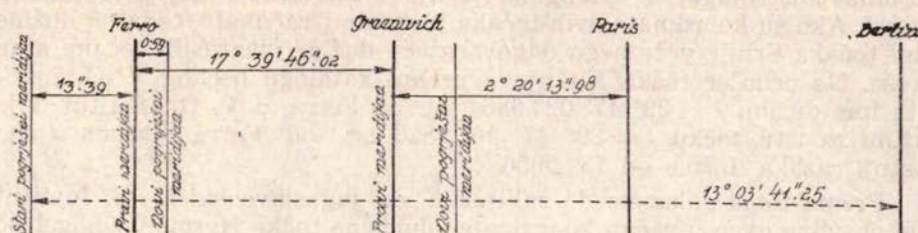
Stoga su dužine pruske trigonometrijske mreže kao i dužine koje su nanižete na svima njemačkim topografskim kartama pogrešne za 13".39.

Uzmimo da točna razlika dužina meridijana Greenwich—Paris po najnovijem određivanjima iz 1904. god. iznosi 2° 20' 13".98, tada mora biti točna dužina meridijana Greenwich—Ferro 17° 39' 46".02. Stoga, kada bi njemačke dužine — koje su zaračunate od Ferra — bile potpuno točne, tada bi za prelaz na dužine od Greenwicha bilo potrebno smanjiti ih za 17° 39' 46".02, no pošto one imaju vjerovatno pogrešku od 13".39 na svima dužinama, to ih treba smanjiti za veličinu:

$$17^{\circ} 39' 46".02 + 13".39 = 17^{\circ} 39' 59".41.$$

Da se nebi cijela već nanižeta mreža na svima postojećim kartama mijenjala, zaključeno je da se u račun uzme zaokružena veličina 17° 40', što opet izaziva pogrešku od 0".59 (linearno oko 11 m.), a to u svojoj biti nije od velikog značaja.

Sve navedeno može se prikazati na slijedećoj skici:



Skica 4.

Dalje, da bi se od sadanjih njemačkih dužina računatih od Greenwicha prešlo na točnu dužinu od Ferra, potrebno im je dodati  $17^{\circ} 39' 46''.61$ .

Sve naprijed navedeno iznijeto je u listu Geodetskog instituta u Potsdamu od 16. IX. 1924. god.«

Ishodište trigonometrijske mreže I. reda bečkog V. G. Instituta, koja se u glavnom prostire u 5. i 6. jugoslavenskoj zoni jest točka »Hermannskogel« kod Beča. Geografske koordinate ove točke određene 1892. godine jesu:

$$\varphi = 48^{\circ} 16' 15''.19 \pm 0''.4$$

$$\lambda = 33^{\circ} 57' 41''.06 \quad \text{ist. od Ferra}$$

$$\lambda = 16^{\circ} 17' 55''.04 \quad \text{ist. od Greenwicha) *)}$$

Mreža je orijentirana po strani Hermannskogel-Hundsheimer Berg, čiji je azimut određen iste godine, a iznosi:

$$a = 107^{\circ} 31' 47''.70 \pm 0''.18$$

Ovi podaci su dati u »Ergebnisse der Triangulierungen . . . . « publikovanim 1902. god.

Ako su gore navedene koordinate Hermannskogela točne, tada bi im za prelaz od Ferra na Greenwich trebalo smanjiti dužinu za  $17^{\circ} 39' 46''.02$ . Međutim dokle god koordinate Hermannskogela, kao izlazne točke austro-ugarske triangulacije ne budu točno postavljene (što će biti nakon izjednačenja centralne evropske mreže) nije moguće tvrditi, da će se njemačke i jugoslavenske meridijanske zone poklapati, ako se njemačkim dužinama doda razlika dužina  $17^{\circ} 39' 46''.61$ .

\*) Dr. Ledersteger je dao najverovatnije vrijednosti »Hermannskogela« u odnosu na Potsdam:  $\varphi = 48^{\circ} 16' 14''.65$

$\lambda = 16^{\circ} 17' 40''.45$  ist. Greenwicha

$\lambda = 107^{\circ} 31' 34''.50$

Vidi Geodetski list god. 1948., broj 9—12., str. 253.



Ako je triangulacija Srbije (u starim granicama) vezana na dunavski lanac austro-ugarske triangulacije, njena ishodišna točka je Hermannskogel. Ako su koordinate ovih točaka pravilno izračunate, tada su dužine trig. točaka Srbije veće nego odgovarajuće dužine identičnih točaka a.-u. mreže. Na primjer točka Kukujeva prema katalogu bečkog V. G. Instituta ima dužinu  $\lambda = 39^{\circ} 47' 02'' .6864$  ist. od Ferra, a V. G. Institut daje dužinu za istu točku  $\lambda = 39^{\circ} 47' 16'' .1820$  ist. od Ferra. Prema tome postoji razlika dužina od  $13'' .5956$ .

Prema tome dolazimo do zaključka, da jugoslavenski V. G. Institut nije pravilno uveo u račun koordinate ishodišne točke Hermannskogel po dužini, t. j. da su iste opterećene pogreškom njemačke triangulacije, samo s razlikom, što se kod njemačke triangulacije za prelaz na Greenwich od pogrješnih dužina na prave oduzima  $13''$ , a jugoslavenski V. G. Institut dodaje  $13''$  po dužini.

Na temelju izloženog, a da bi se glavni meridijani zone Njemačke i Jugoslavije poklapali, potrebno bi bilo da generalna direkcija katastra ustanovi sljedeće:

»1. Koliko su točne koordinate Hermannskogela, ishodišta a.-ug. triangulacije.

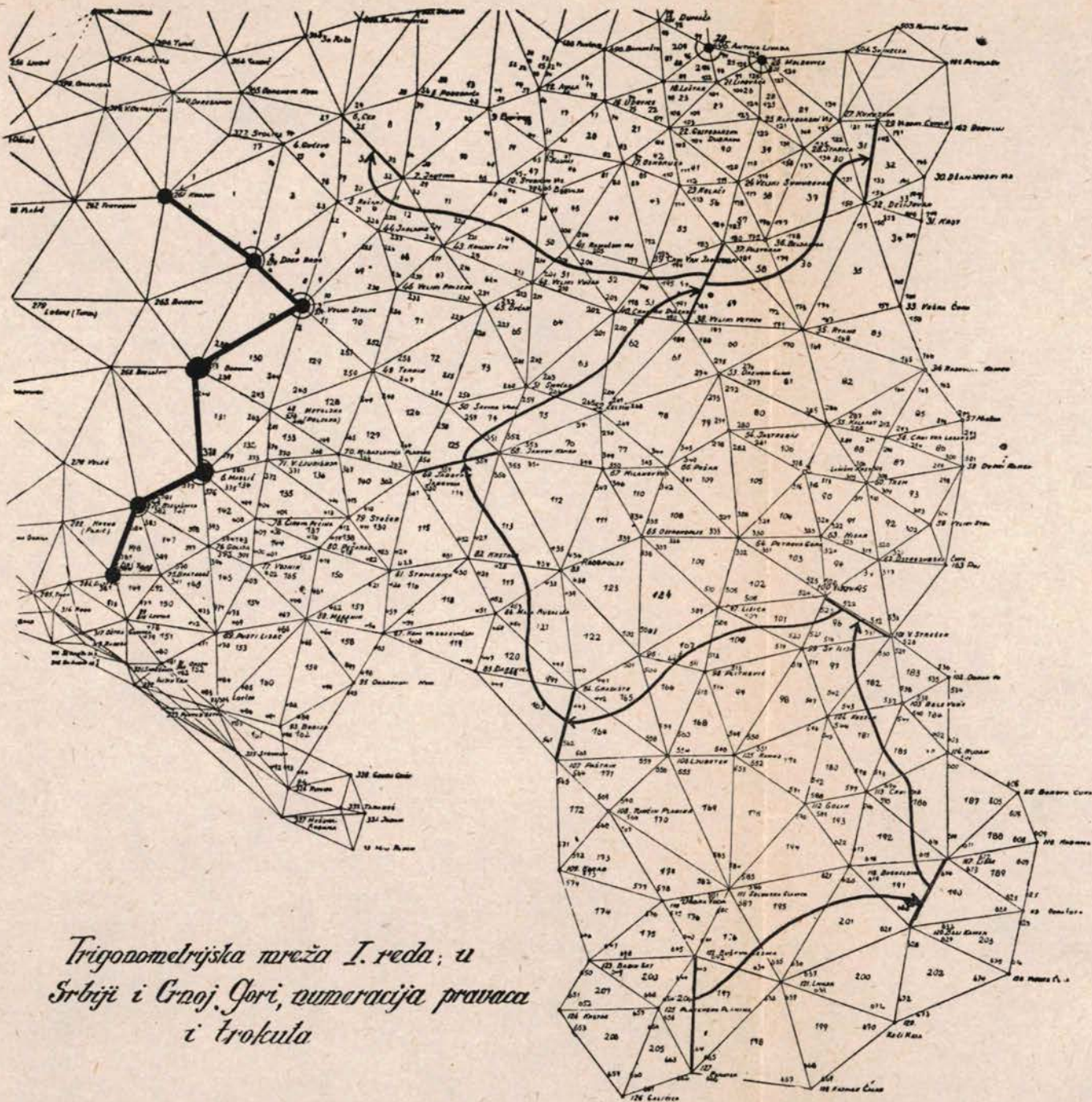
2. Uzrok u razlici dužina zajedničkih točaka sa austrougarskom triangulacijom.

3. Dali je jugoslavenski V. G. Institut za trigonometrijsku mrežu Jugoslavije izabrao ishodišne točke, a ako jest, da se prije određivanja koordinata ovih točaka uzmu u obzir odstupanja vertikalna između Potsdama (geod. observatorija) kao sadanjeg njemačkog ishodišta i izabranih ishodišnih točaka Jugoslavije, kako nebi nastao prekid između osnovnih meridijana Srbije i Njemačke.«

#### A) Trigonometrijska mreža I. reda u Srbiji, Makedoniji i sjevernom dijelu Crne Gore.

Trigonometrijsku mrežu I. reda na području Srbije, Makedonije i Crne Gore opažao je, izjednačio i izračunao V. G. Institut. Kod izjednačenje mreže sudjelovalo je i Odelenje katastra. Pravci su opažani u punih 12 girusa u godinama 1903.—1914. i 1920.—1923., sa instrumentima: Starcke—Kammerrer, Bamberg i Hildebrand, postavljajući ih na betonske stubove. Mreža se sastoji iz 130 trigonometrijskih točaka, u koje nisu uračunate točke 8 osnovičnih mreža, sa 209 trokutova i 676 stranica. Ova mreža nije samostalna, nego je priključena na trig. točke I. reda u Bosni: 1/261 Konjuh, 2/270 Džep brdo, 3/261 V. Stolac, 47/273 Borovac, 72/276 Maglić, 73/277 Bjelasica i 273 Tišac (vidi skicu 5).

Namjeravalo se je priključiti ovu mrežu na trig. točke I. reda sjeverno od Dunava: 19/491 Dumača, 20/496 Antina Livada, 26 Moldavica i 27 Kukujeva, ali su nastupile veće nesuglasice i to po širini  $0'' .01$ , a po dužini  $0'' .30$ , t. j. oko 6 metara. Maksimum je iznosio 8.7 m., pa se od toga odustalo, a u izjednačenje su uvedeni kao fiksni uvjeti kutovi na točkama 30/496 Antina Livada i 26 Moldavica.



*Trigonometrijska mreža I. reda; u  
Srbiji i Crnoj Gori, numeracija pravaca  
i trokuta*



Osim kutova izmjereno je i 8 osovica, koje su uvedene u račun. Osnovice su mjerene Jäderinovim priborom kod Paračina, Negotina, Loznice i Vranja 1904 god., Prilepa, Strumice i Prizrena 1922. god. i kod Sjenice 1924. god. (vidi skicu 6.).

Izjednačenje mreže izvršeno je od 1924.—1927. god. Najprije je početo sa izjednačenjem na raznim dijelovima mreže po metodi najmanih kvadrata, ali je prekinuto i cjelokupna mreža je izjednačena odjednom po približnoj metodi, koju je predložio Prof. Univ. Ivan Sviščev. Ovom metodom se iz uvjetnih jednadžbi dobiju izravno popravke pravca i kutova, a izložena je u Tehničkom biltenu ruskih geometara sv. 12. za 1925. god.

Ovako izjednačena mreža uzvojena je na sjednicama Glavnog odbora za državni premjer održanim 24. i 25. III. 1927. god. u V. G. Institutu u Beogradu.

Sjednici od 24. III. prisustvovali su: general S. Bošković, Ing. Stanoje Nedeljković, Prof. Ing. Pavle Horvat, Prof. Ivan Sviščev, pukovnik Terzić i Ing. Nikola Svečnikov.

Ing. Nedeljković je izložio da je neophodno potrebno obratiti pažnju na dobivene rezultate posljednjeg izjednačenja triangulacije na području Srbije, Makedonije i Crne Gore i primiti ih kao definitivne i najpovoljnije.

Na ovo je Prof. Sviščev dao slijedeće obrazloženje:

»Kako je poznato trigonometrijska mreža I. reda Kraljevine S. H. S. sastoji se iz dviju triangulacija:

1. Izvedene od strane bečkog V. G. Instituta i
2. Novoizvedene od strane V. G. Instituta Kraljevine S. H. S.

Triangulacija bečkog V. G. Instituta je izjednačena i definitivne geografske koordinate, koje se oslanjaju na astronomsku točku Hermannskogel kod Beča, objavljene su u knjizi: »Die Ergebnisse der Triangulirnugen . . . .«.

Triangulacija, koju je V. G. Institut Kraljevine S. H. S. izveo, bila je s početka povezana na triangulaciju bečkog V. G. Instituta za zajedničke strane: na zapadu preko Drine za Konjuh, Đep brdo, Vel. Stolac, Borovac, Maglić, Bjelašnica i Tisac, a na sjevero-istoku preko Dunava za Dumaču, Antinu Livadu, Moldavicu i Kukujuvu.

U zadnje vrijeme, kada je Generalna direkcija katastra počela sa svojim radovima u većem obimu na području Srbije pojavila se je neophodna potreba, da sve koordinate točaka I. reda na cijelom području Kraljevine S. H. S. budu u istom sistemu. Stoga je Katastar zamolio V. G. Institut da sva izjednačenja i izračunavanja svoje triangulacije veže za triangulaciju bečkog V. G. Instituta kako na stranice tako i na koordinate.

Triangulacija V. G. Instituta Kraljevine S. H. S. je na području Srbije, Makedonije i Crne Gore jednostavna mreža trokutova sa 130 trig. točaka sa 676 pravaca, koji zaklapaju 209 trokutova i sa 8 izmjerenih osnovica. Izjednačenje ovako velike mreže je kolosalno težak zadatak, koji je još kompliciran priključkom na triangulaciju bečkog V. G.

Instituta, jer se je pored fiksnih uvjeta kutova i strana morao postaviti i poligonalni uvjet (širina, dužina i azimut) oko postojeće praznine sjevero-zapadno od Beograda.

Za istovremeno izjednačenje cijele mreže bilo je potrebno postaviti 320 uvjetnih jednadžbi. Upravo istovremeno izjednačenje svih 320 uvjetnih jednadžbi po metodi najmanjih kvadrata zahtijeva ogroman trud i vrijeme od nekoliko godina. Točno je da izjednačenje triangulacije po manjim grupama posao ubrzava, no u posljednjoj grupi dobiju se neželjene popravke, koje ne odgovaraju točnosti, kojom su opažani kutovi. Uslijed tga nije moguće ili bolje rečeno dangubno je riješiti istovremeno sve uvjetne jednadžbe po metodi najmanjih kvadrata, a nije opet poželjno dobivene rezultate mjerenja iskvariti postupnim rješavanjem p abilo to i po metodi najmanjih kvadrata.

Uopće se može kazati, da je svaka metoda izjednačenja postupnim približenjem dobra, ako dobivene popravke ne prelaze dozvoljene granice pogrešaka. Da bi nam ove granice bile točno poznate, izračunate su srednje pogreške kutova i to odvojeno s obzirom na zbir kutova u trokutima po formuli Ferrera i odvojeno s obzirom na neslaganje sinusnih uvjeta.

Srednja pogreška kuta po formuli Ferrera iznosi:

$$E = \sqrt{\frac{\sum v^2}{3u}} = \pm 0''.9$$

gdje je  $v$  pogreška u trokutu  $a$  u je broj trokutova.

Srednja pogreška u neslaganju sinusnih uvjeta iznosi po formuli:

$$E_1 = \sqrt{\frac{\sum v^2}{\sum \alpha^2}} = 1''.9$$

gdje su  $v$  neslaganja sinusnih uvjeta, a  $\alpha$  koeficijenti sinusnih jednadžbi.

Ovi podaci mogu se uzeti kao kriterij pri ocjeni dobivenih popravaka po izvršenom izjednačenju. Pošto su poligonalni uvjeti (širina, dužina i azimut) neprirodni i njihovim uvođenjem u triangulaciju V. G. Instituta Kraljevine S. H. S. uvlači se veliko nagomilavanje pogrešaka austrijske triangulacije, postavlja se pitanje, koju pogrešku možemo a priori očekivati u slobodnom poligonu kako po širini i dužini tako i po azimutu obzirom na točnost naše triangulacije. Na ovo pitanje glasi odgovor da srednja pogreška, koja se može očekivati u slobodnom poligonu, ako je srednja pogreška mjerenog kuta  $\pm 1''$ , izražena u linijskoj mjeri iznosi  $f_s = \pm 3.0$  met., a po azimutu  $\pm 2''.8$ .

Pošto su po širini, dužini i azimutu postavljene poligonalne uvjetne jednadžbe, pojavilo se je linijsko neslaganje po širini i dužini  $f_s = \pm 5.5$  met., a po azimutu  $\pm 4''.4$ .

Rješenje svih 320 uvjetnih jednadžbi izvršio je po metodi postupnog približenja odvojeno u 2 grupe.

Prva grupa ima 216 uvjetnih jednadžbi trokutova i fiksnih kutova, koje su sve skupa riješene i dobivenim popravkama iz ovog izjednačenja popravljani su opažani pravci. Sa ovako popravljenim pravcima postavljene su 104 uvjetne jednadžbe strana, osnovica i poligona. Da se prvobitno izjednačenje kutova ne pokvari, morao se je postaviti i jedan novi dopunski uvjet: popravka na oba kraja jedne te iste strane u trokutu mora biti ista kako po veličini tako i po predznaku.

Rješenjem prvih 216 uvjetnih jednadžbi dobivene su popravke pravca, čija je maksimalna veličina iznosila 1".6. Srednja pogreška pravca s obzirom na način izjednačenja po metodi najmanjih kvadrata iznosi po formuli:

$$E = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{K}} = \pm 0".8$$

gdje je  $\Sigma v^2$  = zbir kvadrata popravaka, a  $K$  = broj uvjetnih jednadžbi.

Prosječna pogreška sračunata po formuli bečkog V. G. Instituta iznosi:

$$E = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{u}} = \pm 0".47$$

gdje je  $u$  broj popravaka.

Iz ovih podataka je potpuno jasno, da je izjednačenje izvršeno ovim načinom zadovoljavajuće. Dalja rješenja preostalih uvjetnih jednadžbi strana, osnovica i poligona izvršena su u 4 kombinacije:

1. Triangulacija V. G. Instituta Kraljevine S. H. S. vezana je samo za jednu stranu triangulacije bečkog V. G. Instituta u Bosni i to Konjuh i Đep brdo.

2. Isto kao pod 1., samo je veza proširena na strane između točaka: Konjuh—Đep brdo—V. Stolac—Borovac—Maglić—Bjelašnica—Tisac.

3. Isto kao pod 2. samo je izvršen još priključak na sjevero-istoku preko Dunava za strane između točaka Dumača—Antina Livada—Moldavica—Kukujeva.

4. Isto kao pod 3. samo je dodat poligoni uvjet: širine, dužine i azimuta.

Popravke dobivene rješenjem prve i druge kombinacije vrlo malo međusobno razlikuju. Srednja pogreška po ranije navedenoj formuli

$$E = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{K}} \quad \text{iznosi:}$$

u 1. kombinaciji	$E = \pm 1".1$
2.	$E = \pm 1".1$
3.	$E = \pm 1".8$



Kada na primjer imamo samo prvu uvjetnu jednadžbu, kod koje su svi koeficijenti  $a_1, a_2, a_3, \dots$  međusobno jednaki, pa je riješimo po metodi najmanjih kvadrata, dobili bi da su sve popravke međusobno jednake, a izračunali bi ih na slijedeći način:

$$(1) = (2) = - (3) = (4) = \frac{w}{\Sigma a}$$

t. j. dobili bi da je svaka popravka jednaka pojedinom slobodnom članu podijeljenom sa zbirom nepoznatih koeficijenata. Na ovaj način izjednačimo svaki trokut posebno. Pošto je u trokutu  $\Sigma a = 3$ , onda je

$$(1) = (2) = (3) = \frac{w}{3}$$

t. j. odstupanja ili pogriješka u trokutu podijeli se jednako na sva tri kuta.

Kada koeficijenti  $a_1, a_2, a_3, \dots$  u uvjetnoj jednadžbi nisu međusobno jednaki (u uvjetnoj jednadžbi strana oni se nešto razlikuju, a kod istostraničnog trokuta su jednaki) ipak se posebno izjednače:

$$a_1 (1) + a_2 (2) - a_3 (3) + a_4 (4) = w$$

pa dobivamo ovo rješenje:

$$(1) = (2) = - (3) = 4 = \frac{w_1}{\Sigma a}$$

Kako se vidi ovo nije u suprotnosti sa zdravim razumom, jer se mjerenje kutova u triangulaciji može izvršiti izvjesnim redom sa istom točnošću.

Ako imamo više uvjetnih jednadžbi (T) i na njih primjenimo naprijed rečeno, dobiti ćemo iz njih tražene popravke na slijedeći način:

Obilježimo bez obzira na predznak nepoznati zbir koeficijenata za svaku jednadžbu sa  $A_1, A_2, A_3, \dots$

$$A_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

$$A_2 = b_1 + b_2 + b_3 + \dots$$

$$A_3 = c_1 + c_2 + c_3 + \dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

Ako sada u svakoj uvjetnoj jednadžbi slobodni član (pogrješku) podijelimo odgovarajućim zbirom koeficijenata A dobiti ćemo za svaku



jednadžbu neku vrijednost  $X_1$ , t. j. izvjesnu veličinu popravke, koja zadovoljava jednadžbu, t. j. dobiti ćemo:

$$\begin{aligned} X'_1 &= \frac{w_1}{A_1} \\ X'_2 &= \frac{w_2}{A_2} \dots \dots \dots (K) \\ X'_3 &= \frac{w_3}{A_3} \\ &\dots \dots \dots \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Ovo znači da će sve popravke biti:

iz prve jednadžbe: (1) = (2) = (3) = (4) =  $x'_1$

iz druge jednadžbe: (1) = (2) = (3) =  $x'_2$

iz treće jednadžbe: (1) = (3) = (4) =  $x'_3$

.....  
.....

Kako se iz ovoga vidi neke popravke se pojavljuju u više jednadžbi i iz svake jednadžbe dobit ćemo neku drugu vrijednost. Prirodno je da za svaku popravku u prvom približenju treba uzeti aritmetičku sredinu iz svih vrijednosti, t. j.

$$\left. \begin{aligned} (1)' &= \frac{x'_1 + x'_2 + x'_3}{3} \\ (2)' &= \frac{x'_1 - x'_2}{2} \\ (3)' &= \frac{-x'_1 + x'_2 + x'_3}{3} \\ (4)' &= \frac{x'_1 + x'_3}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (P)$$

Ako sada ovako izračunate srednje popravke (1)' (2)' ... uvrstimo u uvjetne jednadžbe (T) imat ćemo:

$$a_1 (1)' + a_2 (2)' - a_3 (3)' + a_4 (4)' = t'_1$$

$$b_1 (1)' - b_2 (2)' + b_3 (3)' = t'_2$$

$$c_1 (1)' + c_3 (3)' + c_4 (4)' = t'_3$$

$$\dots$$

$$\dots$$

Novi slobodni članovi  $t'_1, t'_2, t'_3, \dots$  naravno je da će biti različiti od  $w_1, w_2, w_3, \dots$  i sa približnim popravkama (1)' (2)' (3)' . . . . . uvjetne jednadžbe (T) neće biti zadovoljene

Ako načinimo razlike:

$$\left. \begin{aligned} w_1 - t'_1 &= w'_1 \\ w_2 - t'_2 &= w'_2 \\ w_3 - t'_3 &= w'_3 \\ \dots & \\ \dots & \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (Q)$$

dobit ćemo veličine  $w'_1, w'_2, w'_3, \dots$  od kojih će svaka pojedina biti manja (a u iznimnom slučaju i veća) od  $w_1, w_2, w_3, \dots$  a koja pokazuje za koliko nisu još zadovoljene uvjetne jednadžbe (T), kada u njih uvrstimo prve približne popravke (1)' (2)' (3)' (4)' . . . . .

Sa preostalim slobodnim članovima  $w'_1, w'_2, w'_3, \dots$  postupamo na isti način kao sa prvima po formuli (K) i dobivamo nove vrijednosti:

$$x''_1 = \frac{w'_1}{A_1}$$

$$x''_2 = \frac{w'_2}{A_2}$$

$$x''_3 = \frac{w'_3}{A_3}$$

Prema formuli (P) dobivamo dalje druge približne popravke (1)'' (2)'' (3)'' (4)'' . . . . ., koje ponovno uvrstimo u uvjetne jednadžbe (T), pa dobivamo nove slobodne članove i nove veličine.

Na taj način dobivamo treće, četvrte, pete i t. d. približne popravke.

Obično se zbir kvadrata članova  $w$  u početku brzo smanjuje, a kasnije polagano, približujući se asimptotski nuli. Kada se veličine  $w$  jako smanje, eliminišu se uvođenjem naknadnih popravaka, t. j. pomoću male promjene jedne ili više popravaka (1) (2) (3) . . . . . u svakoj jednadžbi.

Saberemo li za svaki pravac ili kut popravke iz svih približenja i iz posljednje naknadne popravke, dobivamo popravke, koje zadovoljavaju uvjetne jednadžbe.

Kod ove metode izjednačenja nije potrebno postavljati normalne jednadžbe, jer uvjetne jednadžbe neposredno riješavamo.

Za rješavanje prve grupe od 216 uvjetnih jednadžbi trokutova i fiksnih kutova izvršeno je 15 približenja, čiji su rezultati na prošloj sjednici izloženi, a dobivene popravke nisu prešle očekivane granice.

Rezultati ovih  $\Sigma w^2$  iz 15 približenja jesu slijedeći:

	Do izjednačenja bilo je $\Sigma w^2$	=	507,88
Nakon	1. približenja bilo je $\Sigma w^2$	=	93,43
"	2. " " " "	=	36,97
"	3. " " " "	=	20,00
"	4. " " " "	=	13,70
"	5. " " " "	=	9,33
"	6. " " " "	=	7,14
"	7. " " " "	=	5,78
"	8. " " " "	=	4,81
"	9. " " " "	=	4,14
"	10. " " " "	=	3,63
"	11. " " " "	=	3,24
"	12. " " " "	=	2,93
"	13. " " " "	=	2,68
"	14. " " " "	=	2,45
"	15. " " " "	=	2,25

Krivulja ove konstrukcije je toliko ravnomjerna, da se već unaprijed može vidjeti, koliko će  $\Sigma w^2$  biti kod posljednjeg približenja.

Poslije ovoga objašnjenja i izloženih rezultata obzirom na točnost i kolosalnu uštedu u vremenu odbor je jednoglasno zaključio, da se ova metoda usvoji.

Profesor Fašing je dodao, da je ovako izjednačenje jedne grupe od 320 uvjetnih jednadžbi prvo na svijetu.

Poslije ovoga je ing. Nedeljković predložio, da se donese zaključak o definitivnoj orijentaciji trig. mreže V. G. Instituta radi dobivanja geografskih koordinata i azimuta, kao i pravokutnih ravnih koordinata.

Nakon duže diskusije o točnosti dobivenih rezultata izjednačenja u raznim kombinacijama, a naročito uzimajući u obzir što je Prof. Fašing ranije napomenuo, odbor je donio zaključak:

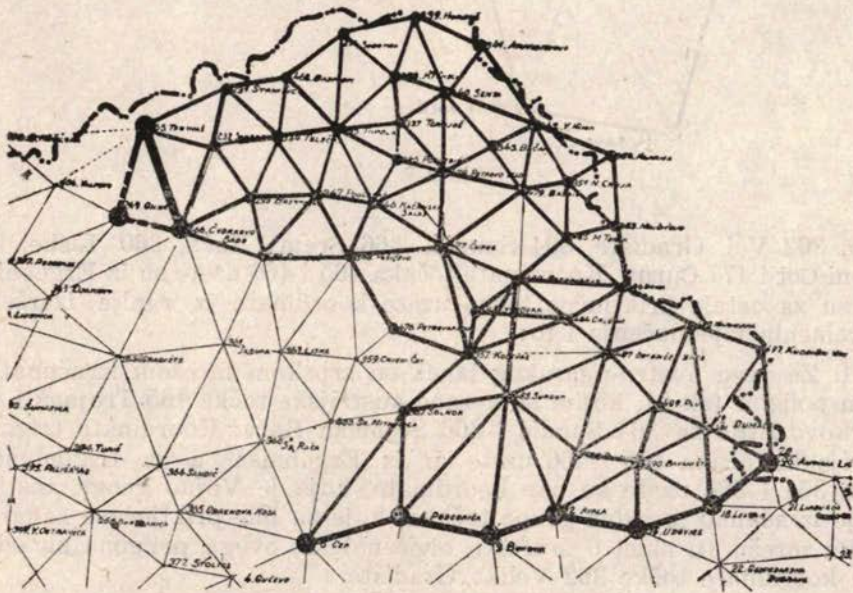
Da se kao definitivna usvoji druga kombinacija i da se trig. mreža V. G. Instituta priključi preko Drine na mrežu bečkog V. G. Instituta i to na točke: Konjuh—Đep Brdo—Vel. Stolac—Borovac—Maglič—Bjelasica—Tisac čije su konačne geogr. koordinate, uzimuti i dužine strana objavljene u knjizi: »Die Ergebnisse der Triangulierungen . . . . .«.

Nakon ovoga je Ing. Nedeljković postavio pitanje, šta da se radi sa lancem triangulacije bečkog V. G. Instituta, koja se proteže sjeverno od Save do Dunava i od Osijeka do Oršave, i kako da se ispuni praznina između ovoga lanca i mreže našega Instituta.

Predsjedavajući general Bošković je predložio, da se spomenuta praznina popuni i sve skupa sa starim lancem (u koliko se prostire preko našeg teritorija) ponova izmjeri i izjednači kao jednostavna mreža sa oslonom na triangulaciju V. G. Instituta. Prijedlog je jednoglasno usvojen i sjednica zaključena.

### B. Trigonometrijska mreža u Vojvodini.

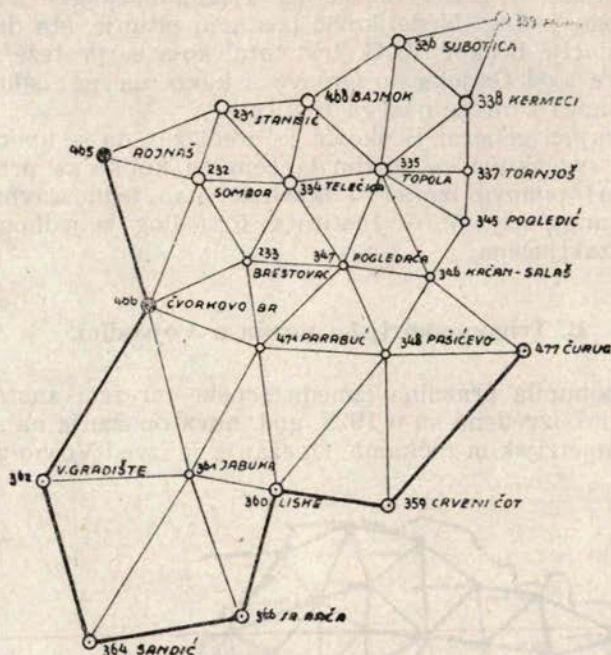
Da bi se popunila praznina između srpske mreže i austro-ugarskog lanca u Vojvodini, izvedena su u 1928. god. nova opažanja na svim starim i novim trigonometrijskim točkama. Opažanja je izveo Vojno-geogr. Insti-



Skica 7.

tut mjereći pravce. Računanje i izjednačenje mreže (skica 7) preuzelo je Ministarstvo finansija ondašnja generalna direkcija katastra. Izjednačenje je trebalo uslijediti po Boltzovom postupku.

Pošto u 1938. god. ovo izjednačenje još nije bilo dovršeno, a za hitne potrebe triangulacije na području Belja i Subotice bila je potrebna mreža I. reda, određena je bila najprije grupa točaka, koju prikazuje skica 8. Kao priključne točke uzete su trig. točke: 465 Trojnaš, 466 Čvorkovo



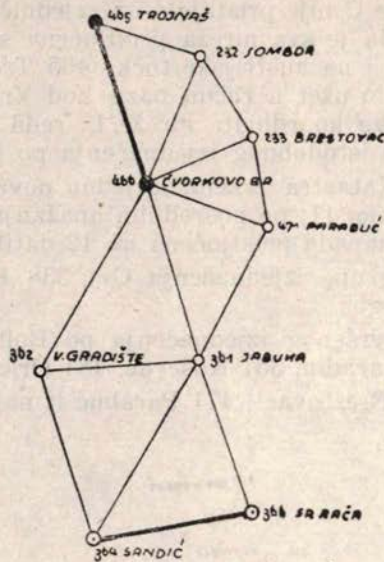
Skica 8.

Brdo, 362 Vel. Gradište, 364 Sandić, 366 Srem. Rača, 360 Liske, 359 Crveni Čot i 477 Čurug. Koordinate točaka 465 i 466 uzete su iz *Ergebnisa*, dok su za ostale priključne točke uzete koordinate iz ranije izvršenih privremenih izjednačenja i to:

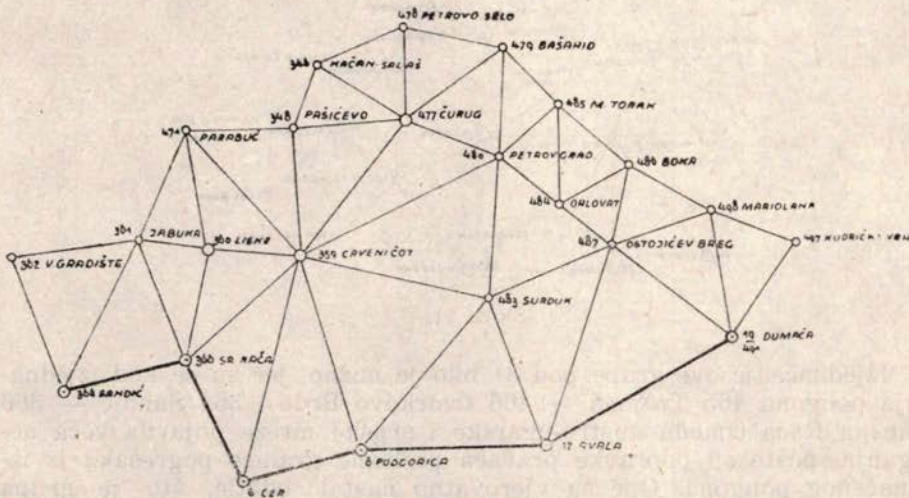
1. Za vezu austro-ugarskog lanca sa srpskom mrežom izračunat je jedan poligon (skica 9), kojim su vezane austrijske točke 465 Trojnaš i 466 Čvorkovo Brdo sa 364 Sandić i 366 Sremska Rača. Koordinate trigonometrijskih točaka 465 i 466 uzete su iz *Ergebnisa*, a za trigonometr. točke 364 i 366 uzete su one koordinate, koje je Vojno geogr. Institut ranije izračunao iz jedne grupe točaka, koje su bile priključene samo na srpsku mrežu (u skici 6 šrafasto oivičene). Iz ovoga poligona su određene koordinate točke 362 Veliko Gradište.

Po izvršenim opažanjima Vojnog geogr. Instituta za gradusna mjerenja (skica 10) i rezultatima još ne dovršenog izjednačenja po Boltz-ovoj metodi izračunate su koordinate točaka: 477 Čurug, 359 Crveni Čot i 360 Liske. Ove koordinate ne treba smatrati kao konačne, ali je uzeto da one samo malo odstupaju od konačnih koordinata, koje bi se dobile po Boltz-ovoj metodi.

Izjednačenje mreže (sl. 8.) označeno je u računskoj podlozi kao grupa izjednačenja C. Ono je izvedeno po uvjetnim opažanjima u dvije grupe: prva grupa sadrži jednadžbe trokutova (figurne jednadžbe) a druga sinusne.



Skica 9.



Skica 10.

Iz ovog izjednačenja su zadržane samo koordinate točaka 334 Telečka, 335 Topola, 336 Subotica, 338 Komarci i 468 Bajmok kao konačne.

Koordinate točke 339 Horgoš izračunate su iz trokuta 336 Subotica — 336 Horgoš — 338 Komarci radi priključka mreže II, reda. One su ustanovljene kao konačne, jer su se dobro slagale sa koordinatama susjednih točaka.

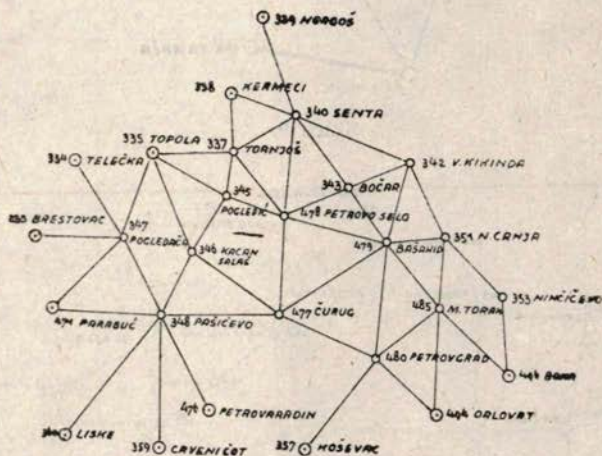
Izjednačenje grupe C nije pristajalo uz zajedničko izjednačenje cijele mreže, a osim toga bila je sva mreža priključena samo na srpske točke južno od Dunava a ne i na austrijske točke 465 Trojnaš i 466 Čvorkovo Brdo. Isto tako nije bio uzet u račun bazis kod Vršca. Obzirom na to i da bi se dobile što brže koordinate mreže I. reda za priključak nižih redova, odustalo se od istodobnog izjednačenja po Boltz-ovom postupku.

Zato je Odelenje Katastra izračunalo jednu novu grupu od 15 točaka, koje su prikazane u skici 11, po posrednim opažanjima. Ova grupa je sa sjevera, zapada i jugozapada priključena na 12 datih točaka i to:

1. Na točke iz »grupe izjednačenja C«: 338 Komarci, 335 Topola, 334 Telečka i 339 Horgoš.

2. Na točke nedovršenog izjednačenja po Boltzu: 360 Liske, 359 Crveni Čot, 476 Petrovaradin, 357 Koševac, 484 Orlovat i 486 Boka i

3. Na točke: 233 Brestovac i 471 Parabuć iz naknadnog izjednačenja jedne grupe točaka.



Skica 11.

Izjednačenje ove grupe pod 3) bilo je nužno, jer su se kod izjednačenja poligona 465 Trojnaš — 466 Čvorkovo Brdo i 364 Sandić — 366 Sremska Rača između austro-ugarske i srpske mreže pojavila veća neslaganja, pošto su popravke pravaca prelazile granice pogrešaka iz izjednačenog poligona. One su vjerovatno nastale odatle, što je grupa točaka Vojnog geogr. Instituta: 260 Okresanica, 364 Sandić, 365 Obrenova Kosa, 366 Sremska Rača i 377 Stolica izjednačena bez prinudnog priključka na sjeverne izdanke austro-ugarske mreže. Stoga je bilo nužno da se poligon (sk. 9) produži sve do stranice: 4 Gučevo — 6 Cer, a rezultati izjednačenja vojnog geogr. Instituta da se odbace.

Još neodređene točke mreže: 367 Sonok, 489 Pluc, 490 Bavanište, 488 Pančevo, 352 Klarija, 341 Arandjelovo i 481 Veudvar izračunate su kao pojedinačne točke po slijedećem planu računanja:

Tek. br.	Broj i ime točke	Određena sa točaka
1.	367 Solnok	12 Avala, 8 Podgorica, 6 Cer, 359 Crveni Čot i 483 Surduk
2.	489 Pluc	498 Mariolana, $\frac{19}{491}$ Dumača, 487 Ostojićev Breg i 490 Bavanište
3.	490 Bavanište	$\frac{19}{491}$ 491 Dumača, 18 Lještar, 12 Avaha i 489 Pluc
4.	488 Pančevo	483 Surduk, 489 Pluc, 490 Bavanište, 12 Avala i 487 Ostojićev Breg
5.	352 Klarija	353 Ninčićevo, 351 M. Crnja, 342 V. Kikinda
6.	341 Arandjelovo	342 V. Kikinda, 340 Senta, 339 Horgoš
7.	481 Veudvar	480 Petrovgrad, 484 Orlovat, 357 Koševac i 477 Čurug

Mreža je dakle pri izjednačenju podijeljena u 3 glavne grupe: sjeverna grupa C, srednja grupa D i južna grupa po Boltzu.

Rezultati izjednačenja bili bi bolji, da se između konačnih koordinata grupe C (232, 334, 335, 338 i 339) i srpske mreže (6, 8, 9, 12, 16, 18,  $\frac{19}{491}$  i  $\frac{20}{496}$ ) uklopila jedna mreža, ali ovo nije više bilo moguće, jer je mreža nižeg reda bila priključena na međuležeće već određene točke.

Kako je napomenuto, u izjednačenje mreže nije bio uvršten vršački bazis. Radi usporedbe navodi se logaritam stranice:  $\frac{19}{491}$  Dumača — 497 Kudrički Vis. On iznosi iz koordinata uzetih iz *Ergebnisa* 4,450 29976 a iz novo izračunatih koordinata 4,450 29990, dakle 14 jedinica osmog decimalnog mjesta logaritma ili 0,009 m.

Kada se mreža promatra kao jedna cjelina, ona se sastoji iz 44 točke (9 datih i 35 izračunatih), koje su međusobno povezane sa 225 pravaca. Popravke ovih pravaca svrstane po njihovoj veličini u 6 grupa su slijedeće:



Popravka u veličini		Broj popravaka	u ‰	Prosječna vrijednost popravke po jednadžbi:
od	do			
0,000	0,500	80	36	$O = \frac{[v]}{s} = 0,86''$
0,501	1,000	66	29	
1,001	1,500	38	17	
1,501	2,000	25	11	
2,001	2,500	12	5	
2,501	3,000	4	2	
		225	100	Srednja pogreška pravca iznosi po formuli:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[v^2]}{N-3K}} = \pm \sqrt{\frac{257,45}{225-3 \cdot 35}} = \pm 1,46''$$

### C. Trigonometrijska mreža u zapadnom dijelu države.

(dio Hrvatske, Slovenija i ist. dio Bosne.)

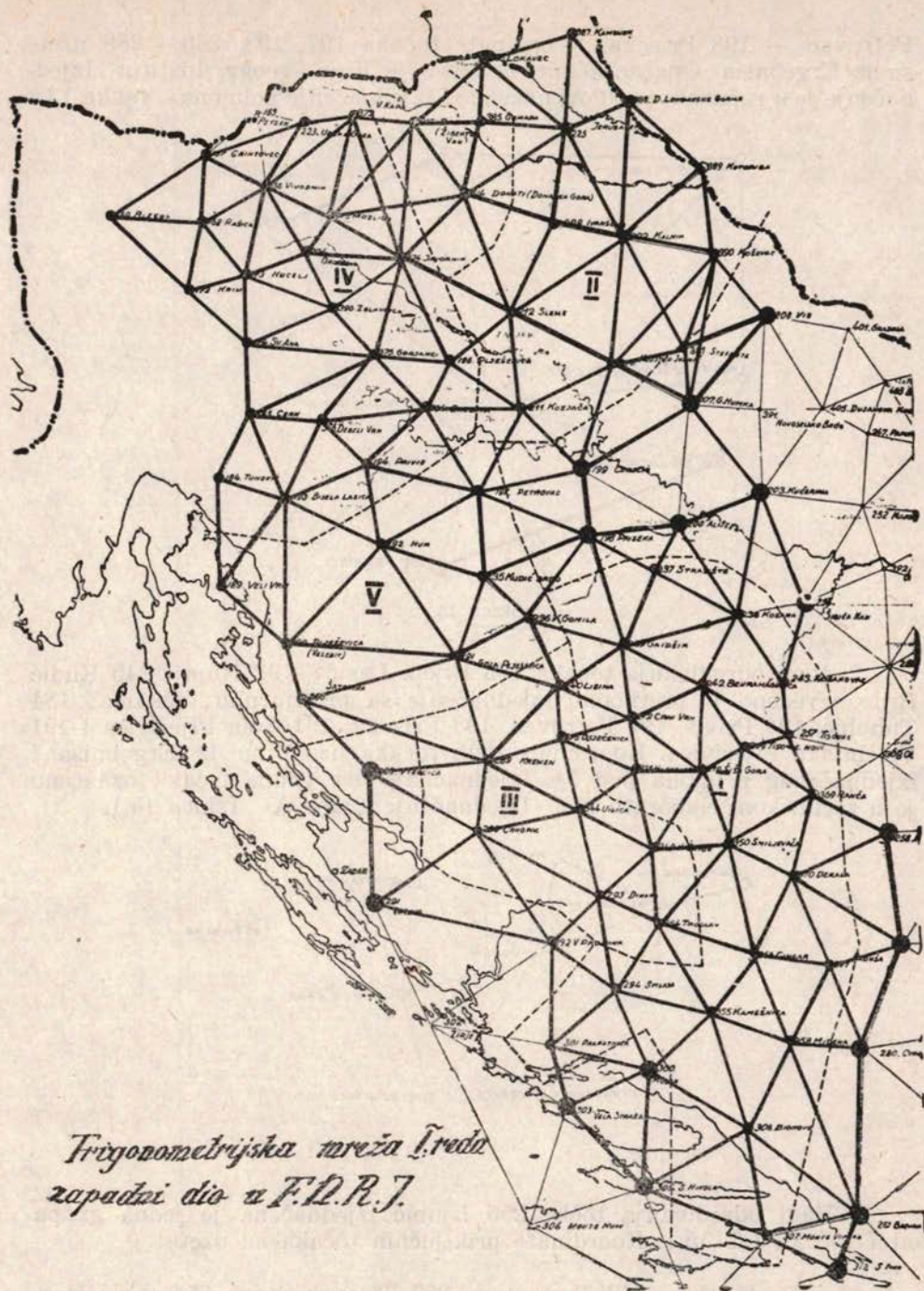
Za prešnu katastarsku izmjeru u Bosni trebalo je izvesti triangulaciju. Raditoga je trebalo popuniti veliku rupu u trig. mreži I. reda austro-ugarske triangulacije u Bosni i Hercegovini. Radove je izvelo Ministarstvo Finansija-Odeljenje katastra pod vodstvom Vojnog geogr. Instituta. Kada su radovi bili završeni, pokazala se potreba da se mreža proširi na zapad i sjevero-zapad radi priključka mreže nižeg reda za katastarske radove u Hrvatskoj. Nju je isto tako izvelo Odeljenje Katastra. Tako je Odeljenje Katastra ponovo odredilo u vremenu od 1937.—40. cjelokupnu mrežu I. reda zapadno od crte: 280 Vis, 207 Gornja Humka, 203 Kučerina, 254 Šibić Han, 256 Ljubić, 309 Očauš, 258 Vlašić, 279 Tikva (Ločike), 280 Čvrstnica, 281 Babina Gomila, 312 Sv. Ivan. (vidi skica 12.).

Ova mreža se sastoji iz 95 trig. točaka (ovdje nisu uračunate točke 3 bazisnih mreža kod Maribora, Dubice i Sinja), od kojih je Odeljenje Katastra opažalo 82, a Vojni geogr. Institut 11. Radovi su izvedeni prema »Privremenoj instrukciji za redove na triangulaciji« Beograd 1937., koju je izradio Vojno-geografski Institut. Upotrebljavani su teodoliti Fennel sa limbom promjera 25 cm, dužinom dalekozora 51,5 cm i povećanja 45 puta. Kutovi su mjereni po Schreiberovoj metodi. Opažalo se u glavnom na znakove (piramide), a samo djelomično na heliotrope. Izračunate su Gauss-Krügerove koordinate, koje su kasnije preračunate u geografske.

Izjednačenje mreže je obavljeno u 5 grupa po posrednim opažanjima (kako je u skici 12 prikazano). Izjednačenje pojedinih grupa nije moglo biti skupno izvedeno, po.to je Odeljenje Katastra moralo staviti žurno na raspolaganje koordinate za prešne radove na izmjeri i moralo je uzeti u rad mrežu II. i nižih redova.

Prije izjednačenja grupe I izvršeni su ovi radovi radi dobijanja približnih koordinata za priključne točke:

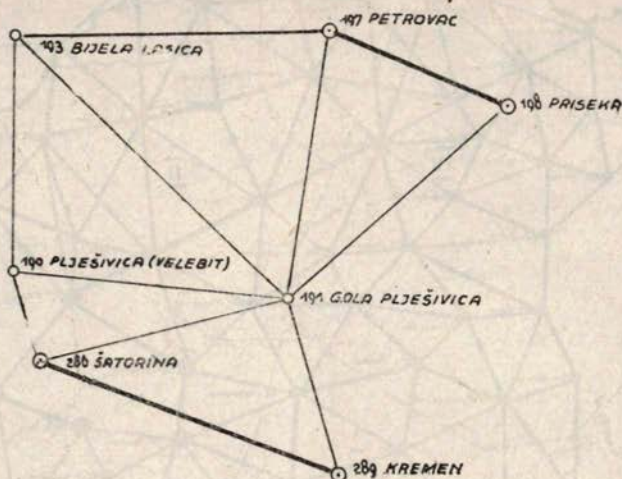
1. Od trig. točaka 286 Šatorina — 289 Kremen preko točaka 193, 190 i 191 izjednačen je jedan poligon, koji je zaključen na točkama 197



*Trigonometrijska mreža I reda  
zapadni dio u F.R.G.*

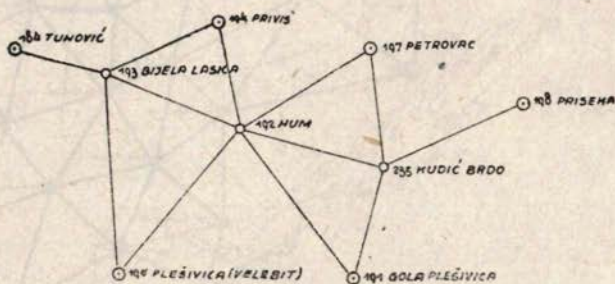
Skica 12.

Petrovac — 198 Priseka. Koordinate točaka 197, 198, 286 i 289 uzete su iz *Ergebnisa*. Opažanja kutova izveo je Vojno-geogr. Institut. Izjednačenje je u računskoj podlozi nazvano »Izjednačenje poligona«. (slika 13.)



Skica 13.

2. Radi određivanja točaka 193 Bijela Lasica, 192 Hum i 245 Kudić Brdo, izvedeno je prethodno izjednačenje sa priključnim točkama: 184 Tuhobić, 194 Privis, 197 Petrovac, 198 Priseka, 191 Gola Plješivica i 191 Velebitska Plješivica. Koordinate ovih točaka uzete su iz *Ergebnisa* i izjednačenog poligona pod 1). Izjednačenje ove grupe točaka označeno je u računskom elaboratu kao »Izjednačenje grupe A«. (skica 14.)



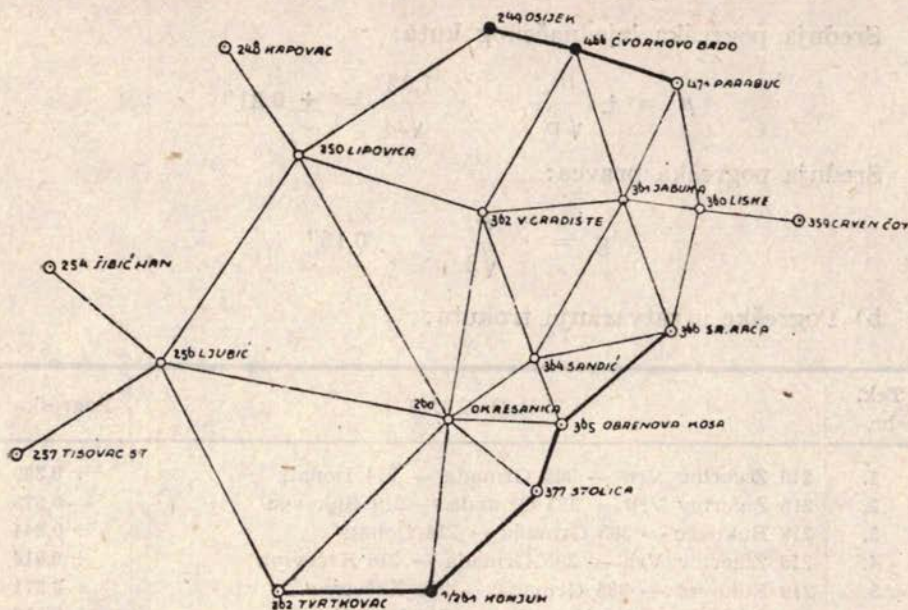
Skica 14.

3. Radi određivanja točke 256 Ljubić izjednačena je jedna grupa od 7 točaka (sl. 15.). Koordinate priključnih točaka su uzete:

- a)  $\frac{1}{261}$  Konjuh, 262 Tvrtkovac, 257 Tisovac Stari, 254 Šibić Han, 251 Kasonja, 248 Kapovac, 249 Osiek I i 466 Čvorkovo Brdo iz *Ergebnisa*.

b) 471 Parabuć i 359 Crveni Čot iz prethodnog izjednačenja mreže Vojno-geogr. Instituta u Vojvodini.

c) 366 Sremska Rača, 365 Obrenova Kosa i 377 Stolica iz računanja jedne grupe točaka Vojno-geogr. Instituta (u skici 6 šrafasto oivičeno).



Skica 15.

Izjednačenje ove grupe točaka nazvano je u računskom operatu kao »Izjednačenje grupe B«.

Izjednačenjem »poligona«, »grupe A« i »grupe B« izjednačena je grupa I kao umetnuta mreža u okviru datih točaka. Koordinate iz računanja 1) do 3) su samo približne. Određivanje konačnih koordinata uslijedilo je u kasnijim izjednačenjima grupa II do V.

Točke: 301 Prapatnica i 307 Monte Vipera određene su u izjednačenju bez veza sa austrijskim točkama: 302 Žirje i 308 Sv. Djurdj, jer se na njima nisu mogli naći centri, pa se zato ni austro-ugarska opažanja nisu mogla više upotrijebiti. Novo opažanje točke 308 nije bilo moguće, jer se je nalazila na talijanskom području, a točka 302 je na novo pronađena tek po završetku radova na računanju i na terenu.

Prije izjednačenja grupe II izračunate su točke 385 Grmada (nova točka Vojno-geogr. Instituta), 214 Donati (stara austrijska točka nije se mogla pronaći) i 215 Bacher iz točaka 219 Buchberg i 216 Wurmberg. U tu svrhu je ponovo izmjerena bazisna mreža kod Maribora. Koordinate točaka 216 i 219 uzete su iz Resultata.

Kutovi su mjereni po Schreiberovoj metodi. Da bi se mogla prosuditi točnost ove mreže, navode se slijedeća računanja pogreška:

a) srednja pogreška jedinice težine, odnosno srednja pogreška kuta mjereno u jednom girusu:

$$m_s = \pm \sqrt{\frac{[\delta^2]}{\Sigma N - \Sigma K}} = \pm \sqrt{\frac{344,82}{360 - 30}} = \pm 1,02''$$

Srednja pogreška izjednačenog kuta:

$$\mu_s = \pm \frac{m_s}{\sqrt{p}} = \pm \frac{1,02''}{\sqrt{24}} = \pm 0,21''$$

Srednja pogreška pravca:

$$g_s = \pm \frac{\mu_s}{\sqrt{2}} = \pm 0,15''$$

b) Pogreške u zatvaranju trokuta:

Tek. br.	T R O K U T I	Pogreška
1.	215 Žigertov Vrh — 385 Grmada — 214 Donati	+ 0,330
2.	215 Žigertov Vrh — 385 Grmada — 219 Bukovec	- 0,573
3.	219 Bukovec — 385 Grmada — 214 Donati	+ 0,344
4.	215 Žigertov Vrh — 385 Grmada — 216 Krčevina	+ 0,814
5.	219 Bukovec — 385 Grmada — 216 Krčevina	+ 0,271
6.	385 Grmada — 216 Krčevina — 214 Donati	+ 0,016
7.	215 Žigertov Vrh — 216 Krčevina — 219 Bukovec	- 1,116
8.	219 Bukovec — 216 Krčevina — 214 Donati	+ 0,079
9.	215 Žigertov Vrh — 216 Krčevina — 214 Donati	- 0,468
10.	215 Žigertov Vrh — 216 Krčevina — 214 Donati	+ 0,569

Srednja pogreška kuta po formuli Ferrera:

$$\mu_t = \pm \sqrt{\frac{3,08}{10,3}} = \pm 0,32''$$

a) srednja pogreška pravca:

$$g_t = \pm \frac{\mu_t}{\sqrt{2}} = \pm 0,23''$$

c) Srednja pogreška pravca, izračunata iz podataka izjednačene mreže:

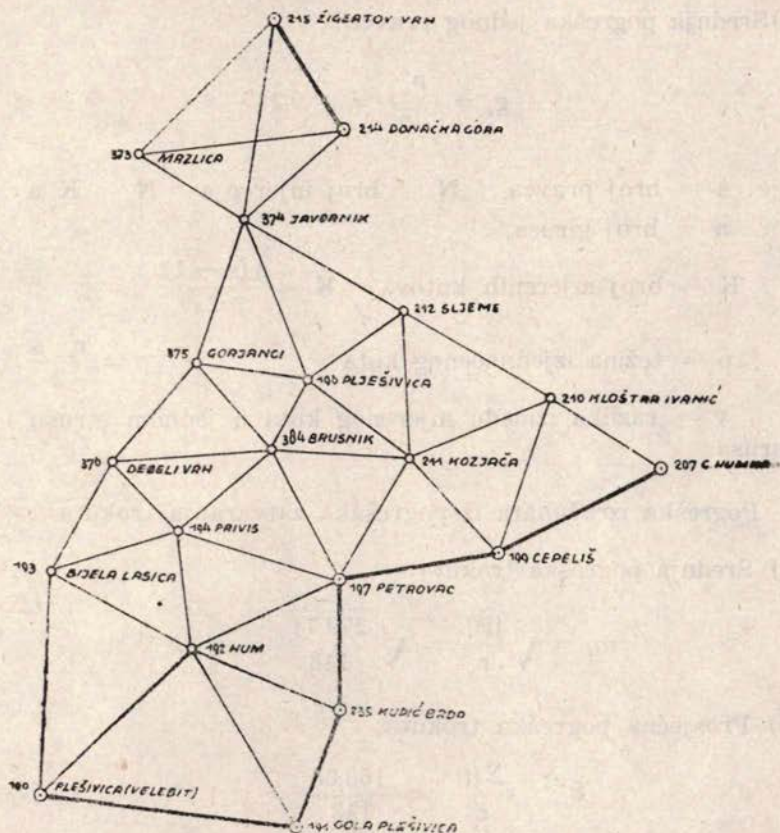
$$g_i = \pm \sqrt{\frac{[v^2]}{K}} = \sqrt{\frac{3,76}{9}} = \pm 0,65''$$

gdje su: v = popravka pravca,  
K = broj uvjetnih jednadžbi.

Isto tako je prije izjednačenja grupe II u Hrvatskoj izračunat jedan t. zv. »centralni dio« od 12 točaka. Za priključak je uzeto 8 točaka, čije su koordinate uzete iz:

- gore spomenutog izjednačenja bazisne mreže kod Maribora: 215 Žigertov Vrh i 214 Donačka Gora.
- Ergebnisa: 207 Gornja Humka, 199 Cepeliš i 197 Petrovac.
- izjednačenja »grupe A«: 235 Kudić Brdo.
- Izjednačenja poligona: 190 Velebitska Plješivica i 191 Gola Plješivica.

Koordinate ovoga izjednačenja nisu konačne, to su samo one, koje su bile korištene za točke: 374 Javornik, 196 Plješivica Samoborska i 384 Brusnik kod računanja grupe II. (skica 16.).



Skica 16.

Da bi se moglo suditi o točnosti ove mreže, navode se slijedeća računanja pogrešaka:

1. Pogreške iz podataka stajališnih izjednačenja, izračunate za opažanja na 82 stajališta:

a) Srednja pogreška jedinice težine, odnosno srednja pogreška kuta, mjerena u 1 girusu:

$$m_s = \sqrt{\frac{\sum [\delta^2]}{\sum N - \sum K}} = \sqrt{\frac{5159,66^{\circ}}{472 - 990}} = 1,17''$$

b) Srednja pogreška izjednačenog kuta:

$$\mu_s = \frac{m_s}{\sqrt{p}} = \frac{1,17''}{\sqrt{12}} = \pm 0,34''$$

c) Srednja pogreška jednog pravca:

$$g_s = \frac{\mu_s}{\sqrt{2}} = \pm 0,24''$$

gdje je:  $s$  = broj pravca,  $N$  = broj mjerenja  $N = K \cdot n$   
 $n$  = broj girusa,

$K$  = broj mjerenih kutova  $K = \frac{s(s-1)}{2}$

$p$  = težina izjednačenog kuta  $p = \frac{n \cdot s}{2}$

$v$  = razlika između mjerenog kuta u jednom girusu i sredine iz  $n$  girusa

2. Pogreška izračunata iz pogrešaka zatvaranja trokuta:

a) Srednja pogreška trokuta:

$$m_t = \sqrt{\frac{[f^2]}{n}} = \sqrt{\frac{279,74}{148}} = \pm 1,37''$$

b) Prosječna pogreška trokuta:

$$\theta_t = \frac{\sum [f]}{n} = \frac{163,88}{148} = \pm 1,1''$$

c) Srednja pogreška kuta izračunata po formuli »Ferrera«:

$$\mu_t = \sqrt{\frac{279,74}{148 \cdot 3}} = \pm 0,79''$$

d) srednja pogreška pravca:

$$g_t = \frac{\mu_t}{\sqrt{2}} = \pm 0,56''$$

gdje je:  $f$  = pogreška zatvaranja trokuta,

$n$  = broj trokutova.

Najveća pogreška zatvaranja jednog trokuta iznosi 2,922" (355 Ka-mešnica — 300 Mosor — 306 Biokovo).

3. Pogreške izračunate iz podataka izjednačene mreže:

U postavljenim pregledima o izjednačenim grupama, uvedeno je 85 točaka, dok mreža obuhvata 95. Izračunavanje pogrešaka ovih 10 točaka je izostavljeno jer:

na trig. točki 259 Blegoš nisu dovršena opažanja, a koordinate su izračunate naknadno u glavnom iz austro-ugarskih opažanja,

za trig. točke 256 Ljubić i 309 Očauš nema još konačnih koordinata. (točke će dobiti konačne koordinate tek izjednačenjem mreže pod D),

za trig. točke 254 Šibić Han, 243 Kabajkovac, 257 Tisovac St, 369 Ranča, 258 Vlašić i 262 Tvrđkovac postoje doduše konačne koordinate, ali su one vezane pravcima na 256 i 309 za mrežu pod D, stoga se popravke njihovih pravaca ne mogu smatrati konačnima.

Izuzevši 10 navedenih točaka dijelimo preostalih 85 u 2 grupe: 19 datih i 66 novoodređenih. Ovih 85 točaka je međusobno povezano sa 444 pravca.

U niže datom pregledu navedene su popravke pravaca, podijeljene na 5 velikih razreda:

Popravke		Broj popravaka	$v^2$
do	od		
0,000	0,500	209	72,00
0,501	1,000	133	16,61
1,001	1,500	78	69,91
1,501	2,000	23	118,14
2,001	2,500	1	5,43
		444	282,09 = $[v^2]$

Srednja pogreška jednog pravca iznosi:

$$g_i = \sqrt{\frac{[v^2]}{n}} = \sqrt{\frac{282,09}{444 - 66 \cdot 3}} = \pm 1,07''$$

gdje je  $n$  = broj suvišnih opažanja.



Srednja popravka jednog opažanog pravca računa se po formuli:

$$w = \sqrt{\frac{[v^2]}{s}} = \sqrt{\frac{282,09}{444}} = \pm 0,80''$$

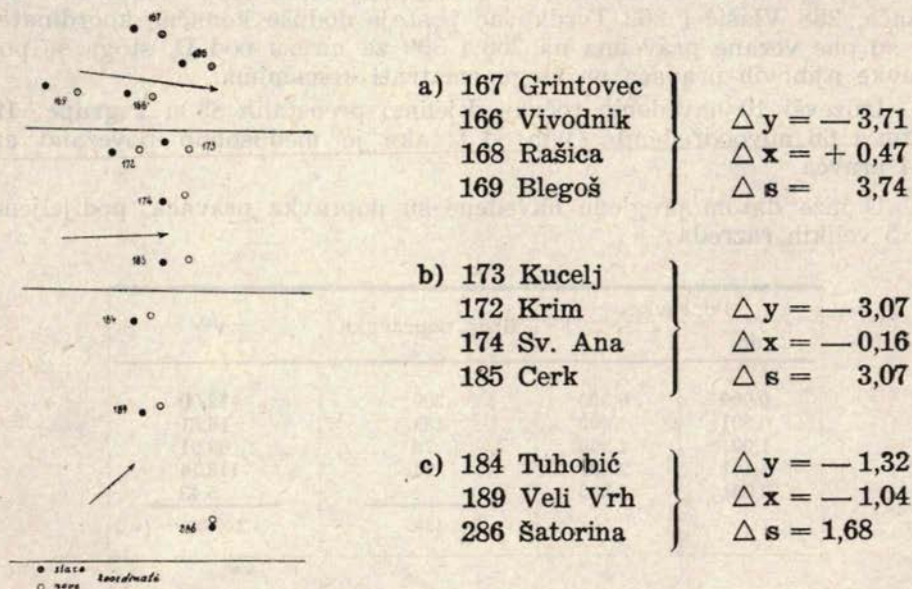
gdje je  $s$  = broju pravaca.

Prosječna popravka iznosi:

$$\theta_g = \frac{\Sigma [v^2]}{n} = \frac{284,316}{444} = 0,64''$$

U mreži je samo kod jednog pravca (306 Biokovo — 355 Kamešnica) popravka veća od  $2''$  i iznosi  $2,30''$ .

Uspoređujemo li austro-ugarske koordinate sa izračunatim, vidi se, da zapadne granične točke pomiču mrežu ka istoku i da se ova pomicanja od juga prema sjeveru povećavaju. Podijelimo li granične točke, kako je to prikazano u skici 17. u tri grupe i za svaku grupu izračunamo prosječno pomicanje koordinata, dobit ćemo:

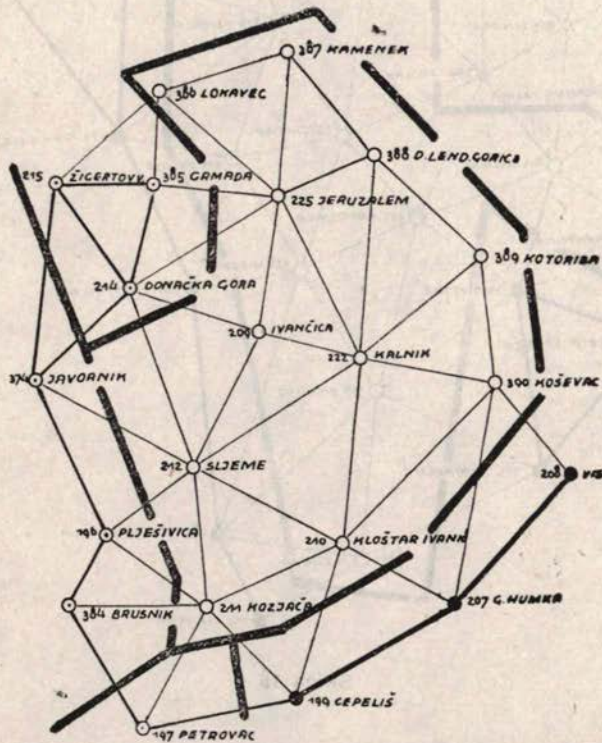


Skica 17.

U pregledima I. do V. i skicama 18. do 22. prikazane su pojedine računске grupe sa datim i novoodređenim točkama, a u pregledu VI. data je usporedba a.-u. i novoizračunatih koordinata.

Pregled I.

Grupa	Broj norm. jedn.	Novoodređene točke	Date točke	Koord. su uzete iz
II.	22	1 386 Lokavec	1 215 Žigertov Vrh	Bazisne mreže
		2 387 Kamenek	2 385 Grmada	"
		3 225 Jeruzalem	3 214 Donačka G.	"
		4 388 D. Lend. Gorice	4 374 Javornik	Izjedn. centr. dijela
		5 389 Kotoriba	5 196 Plješivica	"
		6 209 Ivančica	6 384 Brusnik	"
		7 222 Kalnik	7 197 Petrovac	Ergebnisa
		8 390 Koševac	8 199 Cepeliš	"
		9 212 Sljeme	9 207 Gor. Humka	"
		10 210 Kl. Ivanić	10 208 VEs	"
		11 211 Kozjača		



Skica 18.



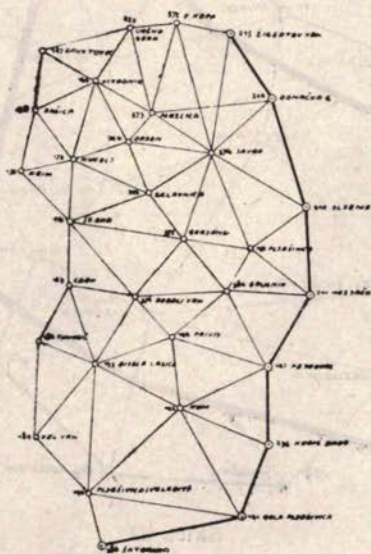
## Pregled II.

Grupa	Broj norm. jedn.	Novoodređene točke	Date točke	Koord. su uzete iz		
I	58	1	237 Stražište	1	198 Priseka	Ergebnisa
		2	236 V. Gomila	2	200 Alje	"
		3	239 Gajdčik		191 G. Plješivica	Izjedn. polig.
		4	238 Kozara	4	235 Kudčić Br.	Izjedn. gr. A.
		5	240 Lisina	5	203 Kučer na	Ergebnisa
		6	242 Behramag-nica	6	254 Šibić Han	"
		7	243 Kabajkovac	7	256 Ljubić	Izjedn. gr. B.
		8	275 Osječnica	8	262 Tvrtkovac	Ergebnisa
		9	272 Crni Vrh	9	258 Vlašić	"
		10	309 Tisovac Novi	10	279 Ločike (Tikva)	"
		11	257 Tisovac Stari	11	280 Čvrsnica	"
		12	344 Uilica	12	281 Babina Gom.	"
		13	311 Klekovača	13	312 Sv. Ivan	"
		14	310 Šiša Gorā	14	305 Sv. Nikola	"
		15	369 Ranča	15	300 Mosor	"
		16	368 Očauš	16	303 Vela Straža	"
		17	293 Dinara	17	292 Promina Vel.	"
		18	349 Vel. Šator	18	290 Crnopac	"
		19	350 Smiljevača	19	289 Kremen	"
		20	370 Dekala			
		21	354 Troglav			
		22	356 Cincar			
		23	371 Raduša			
		24	294 Sv. Iaja			
		25	355 Kamešnica			
		26	301 Prapatnica			
		27	358 Midena			
		28	306 Biokovo			
		307 Monte Vipera (Zmijino Br.)				



## Pregled IV.

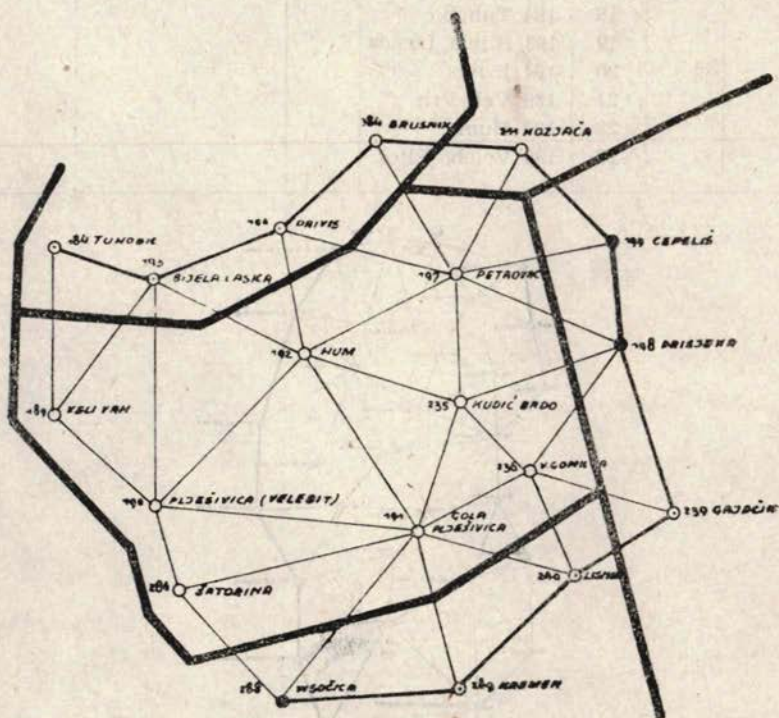
Grupa	Broj norm. jedn.	Novoodređene točke	Date točke	Koord. su uzete iz		
IV.	46	1	223 Urška Gora	1	215 Žigertov Vrh	Bazisne mreže
		2	372 Vel. Kopa	2	214 Donačka G.	"
		3	167 Grintovec	3	212 Sljeme	Izjedn. II. gr.
		4	166 Vivodnik	4	211 Kozjača	"
		5	373 Mrzlica	5	197 Petrovac	Ergebn sa
		6	168 Rašica	6	235 Kudić Brdo	Izjedn. III. gr.
		7	224 Orljek	7	191 Gola Plješćevica	"
		8	374 Javornik	8	286 Šatorna	"
		9	172 Krim			
		10	173 Kucelj			
		11	396 Zglavnica			
		12	174 Sv. Ana			
		13	375 Gorjanci			
		14	196 Somob. Plješ.			
		15	185 Cerk			
		16	376 Debeli Vrh			
		17	384 Brusnik			
		18	184 Tuhobić			
		19	193 Bijela Lasica			
		20	194 Privis			
		21	189 Velj Vrh			
		22	192 Hum			
		23	190 Veleb. Plješ.			



Skica 21.

## Pregled V.

Grupa	Broj norm. jedn.	Novoodređene točke	Date točke	Koord. su uzete iz
V.	16	1 189 Veli Vrh	1 184 Tuhobić	Izjedn. IV. gr.
		2 190 Veleb. Plješ.	2 193 Bijela Lasica	"
		3 286 Šatorina	3 194 Privis	"
		3 192 Hum	4 384 Brusnik	"
		4 191 Gola Plješ.	5 211 Kozjača	"
		6 197 Petrovac	6 199 Cepeliš	Ergebn'sa
		7 235 Kudić Brdo	7 198 Pr seka	"
		8 236 Vel. Gomila	8 239 Gajdčok	Izjedn. I. gr.
			9 240 Lisina	Izjedn. III. gr.
			10 289 Kremen	"
			11 288 Visočica	Ergebn'sa



Skica 22.

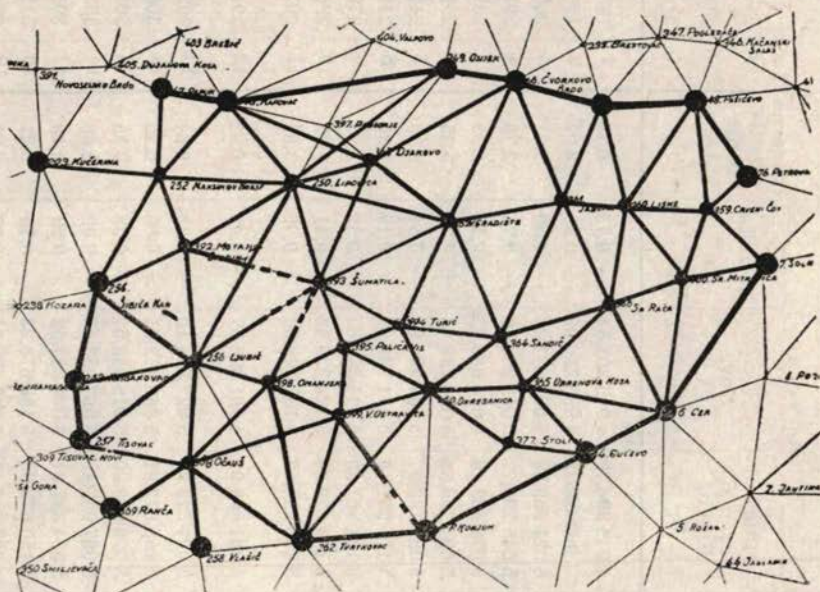
Redni broj	Broj i naziv točke	P r a v o k u t n e k o o r d i n a t e						Linearno odstu- panje $\Delta =$ $=\sqrt{\delta_y^2 + \delta_x^2}$	Točke čije su koord. sa koord. iz kataloga »d'e Ergebnisse« istovjetne
		O r d i n a t e			A b s c i s e				
		Stare prema Ergeb. $y_s$	Nove $y_n$	Razlika $\delta_y =$ $= y_s - y_n$	Stare prema Ergeb. $x_s$	Nove $x_n$	Razlika $\delta_x =$ $= x_s - x_n$		
1	286 Satorina	+ 4 217,86	+ 4 217,80	+ 0,06	4 945 306,79	4 945 307,54	- 0,75	1 198 Priseka	
2	189 Veli vrh	- 25 184,78	- 25 182,96	- 1,82	4 985 285,03	4 985 286,02	- 0,99	2 199 Cepeliš	
3	184 Tuhobić	- 27 713,55	- 27 711,34	- 2,21	5 021 669,89	5 021 671,28	- 1,39	3 200 Alje	
4	185 Cerk	- 18 035,17	- 18 032,52	- 2,65	5 045 205,72	5 045 206,46	- 0,74	4 203 Kučerina	
5	174 Sv. Ana	- 19 258,07	- 19 255,14	- 2,93	5 070 689,10	5 070 689,23	- 0,13	5 207 Gor. Humka	
6	173 Kucelej	- 19 863,84	- 19 860,69	- 3,15	5 094 739,56	5 094 738,78	+ 0,78	6 208 Vis	
7	172 Krim	- 40 655,46	- 40 651,91	- 3,55	5 087 790,37	5 087 790,91	- 0,54	7 216 Krčevina	
9	168 Rašica	- 37 830,33	- 37 327,04	- 3,29	5 111 251,16	5 111 250,97	+ 0,19	8 219 Bukovec	
9	169 Blegoš	- 68 092,62	- 68 092,72	- 3,90	5 114 301,39	5 114 300,87	+ 0,52	9 279 Ložike	
10	166 Vrvodnik	- 13 798,93	- 13 795,02	- 3,91	5 124 229,84	5 124 229,43	+ 0,41	10 280 Čvrstnja	
11	167. Grintovec	- 35 389,86	+ 35 386,11	- 3,75	5 135 398,50	5 135 398,50	+ 0,75	11 281 Babina Gomila	
12	191 Gola Plješivica	+ 59 579,43	+ 59 580,23	- 0,80	4 961 896,09	4 961 896,57	- 0,48	12 291 Vrčevo	
13	194 Privis	+ 24 994,60	+ 24 995,41	- 0,81	5 027 523,89	5 027 524,10	- 0,21	13 292 Vel. Promina	
14	196 Plješivica	+ 52 387,39	+ 52 387,76	- 0,37	5 066 612,61	5 066 612,01	+ 0,60	14 300 Mosor	
15	197 Petrovac	+ 63 481,72	+ 63 481,85	- 0,13	5 019 943,20	5 019 943,52	- 0,32	15 302 Žirje I.	
16	210 Ivanić Kl.	+ 110 371,43	+ 110 372,09	- 0,66	5 067 953,48	5 067 953,50	- 0,02	16 303 Vela Straža	
17	212 Sljeme	+ 75 902,66	+ 75 903,06	- 0,40	5 084 837,81	5 084 837,52	+ 0,29	17 305 S. Nikola	
18	215 Bacher	+ 37 763,25	+ 37 763,09	+ 0,16	5 150 678,09	5 150 678,23	- 0,14	18 312 S. Ivan	
19	257 Tisovac St.	- 60 691,33	- 60 691,36	- 0,03	4 937 726,14	4 937 726,21	- 0,07	19 254 Šibić Han	
20	239 Kremen	+ 70 912,74	+ 70 913,23	- 0,49	4 925 292,35	4 925 292,10	+ 0,25	20 258 Vlašić	
21	290 Crnopic	+ 67 186,35	+ 67 186,74	- 0,39	4 901 682,18	4 901 681,90	+ 0,28	21 262 Tvrdtkovac	

Kod svih navedenih toč. su koord. računane po sist. br. 5 osim jedne toč. 257 Tisovac St. čije su koord. računane po sist. br. 6 Opaska



### D. Trigonometrijska mreža u ist. dijelu Slavonije, U Srijemu i u sjevernom dijelu Bosne.

Ovu mrežu od 21 točke (skica 23.) opažao je Vojno-geogr. Institut ponovo, ali opažanja nisu još potpuno dovršena. Nedostaju pravci sa točke 393 Šumatica na točke: 398 Omanjska, 256 Ljubić i 392 Motajica.



Skica 23.

Bez obzira na nedostajuće pravce započelo je Odelenje Katastra sa izjednačenjem ove mreže u 1940. god. Radovi su izvršeni sve do postavljanja normalnih jednadžbi i uslijed rata su prekinuti. Za dovršenje ovih radova, koje bi izvodili 2 kalkulatora, trebalo bi oko 4 mjeseca.

### E. Trigonometrijska mreža u zap. dijelu Slavonije.

Trigonometrijska mreža u zapadnom dijelu Slavonije sastavljena je iz 8 točaka. Opažanja se moraju opetovati, jer su pogreške zatvaranja trokutova prelazile dozvoljene granice pogrešaka od 3", odnosno na točkama: 203 Kučerina, 405 Dujanova Kosa, 247 Papuk i 252 Maksimov Hrast nisu još izvršena nikakva opažanja. (Skica 3)

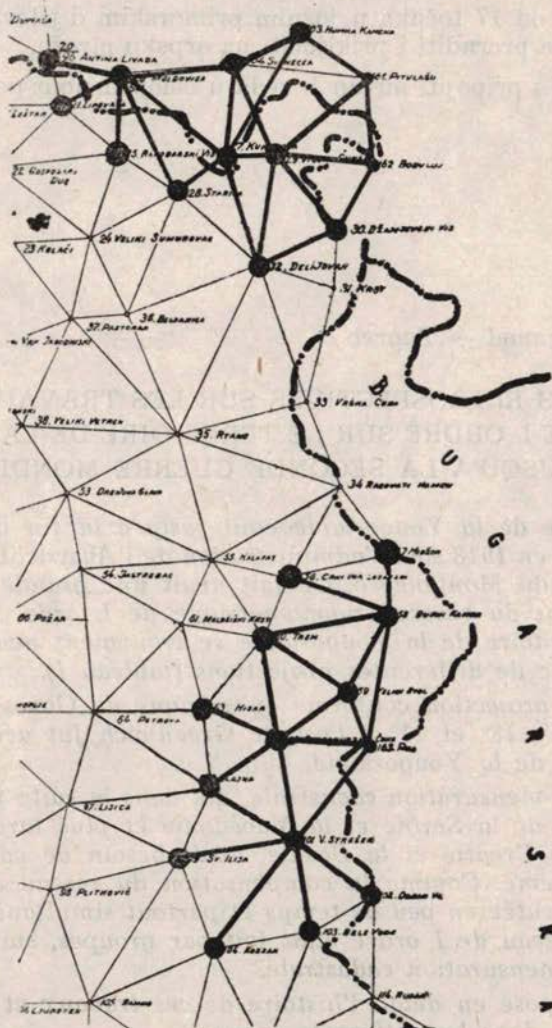
### F. Trigonometrijska mreža austro-ugarskog Vojnog geogr. Instituta u primorskim krajevima Dalmacije i Crne Gore.

Pošto je austro-ugarska mreža na južnoj dalmatinskoj obali i crnogorskom primorju sastavljena iz trokutova sa vrlo dugim stranicama,

izradilo je Odelenje Katastra u 1940. god. projekt za obnovu ovoga dijela mreže. Radovi na rekognosciranju i opažanju dovršeni su tek poslije oslobođenja. (Skica 3)

### G. Pojedinačno određivanje točaka.

Trigonometrijske točke: 169 Blegoš, na bivšoj talijanskoj granici, 161 Pitulasu i 162 Bobuluj na rumunjskom području i 163 Ruj na bugarskom području naknadno su određene kao pojedinačne točke i priključene na postojeće mreže. Isto tako su kasnije trig. točke: 488 Pančevo, 489 Pluc, 490 Bavanište i 357 Koševac uračunate u mrežu izjednačenu po Boltzu. (Skica 24).



Skica 24.

## ZAKLJUČAK

Skupno uzevši, stanje trigonometrijske mreže I. reda poslije oslobođenja bilo je slijedeće:

1) Od 374 točke, koliko ih brojno obuhvaća mreža, izračunato je 328 točaka sa konačnim koordinatama. Od ovih otpada 51 točka na bazisne mreže postojećih 13 bazisa (Prizren, Strumica, Loznica, Paraćin, Negotin, Prilep, Vranje, Sjenica, Maribor, Dubica, Sarajevo, Vršac i Skadar).

2) Mreža od 21 točke se izjednačuje.

3) Trigonometrijske točke mreže E od 8 točaka treba ponovo opažati.

4) Mrežu F od 17 točaka u južnim primorskim dijelovima Dalmacije i Crne Gore treba preraditi i priključiti na srpsku mrežu.

5) Preraditi i pripojiti mrežu I. reda u oslobođenom području.

E. Adamik, Geozavod — Zagreb

OBSERVATIONS RÉTROSPECTIVES SUR LES TRAVAUX TRIGONOMÉTRIQUES DE I. ORDRE SUR LE TERRITOIRE DE LA YOUGOSLAVIE JUSQU'À LA SECONDE GUERRE MONDIALE

*Le territoire de la Yougoslavie était jusqu'à la fin de la première guerre mondiale en 1918 sous l'administration de l'Autriche, de l'Hongrie, de la Serbie et du Monténégro. Ce fait avait une grande influence sur le développement du réseau trigonométrique de I. ordre, de sorte, que sur le petit territoire de la Yougoslavie se trouvaient neuf systèmes de coordonnées avec de différentes projections (tableau I).*

*En 1923 la projection conforme cylindrique de Gauss-Krueger avec les méridiens 15°, 18° et 21° à l'est de Greenwich fut acceptée pour le territoire entier de la Yougoslavie.*

*La nouvelle mensuration cadastrale, qui dans la suite fut commencée sur le territoire de la Serbie et la Macédoie et plus tard en partie de la Vojvodina, la Croatie et la Bosnie, avait besoin de coordonnées dans le nouveau système. Comme la compensation du réseau de I. ordre ne pouvait être exécutée en peu de temps et partout simultanément, la compensation du réseau de I ordre était fait par groupes, suivant le besoin de la nouvelle mensuration cadastrale.*

*L'article expose en détail l'histoire de ces travaux et le procédé de la compensation dans les différents groupes.*