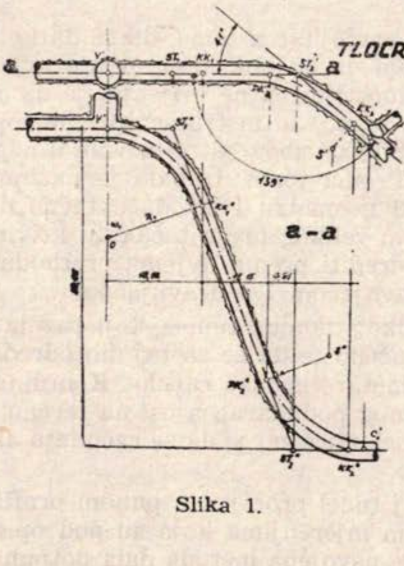
Ing. Raul Sabljak — Sarajevo

Tlačna cijev kao geodetski zadatak*

Trasiranje tlačnih cijevi kod hidrocentrala vrlo je ozbiljan i delikatan geodetski zadatak, jer se elementi trase pripremljeni na terenu, moraju tačno poklapati sa mašinskim elementima čeličnih cijevi. Prilikom montaže cijevi, njezini se dijelovi polažu na unaprijed izrađena postolja i sedla, pa je tolerancija, kako po visini, tako i po dužini, minimalna. Precizni nivelman sa stalnom geodetskom kontrolom građevinskih radova neophodan je preduslov da se montaža može izvesti bez smetnji. Naši su se geometri uvjerili u to prilikom izvođenja dosadašnjih postrojenja. No sva su ta postrojenja većinom imala tlačnu cijev nad zemljom. Problem trase tlačne cijevi postaje teži i odgovorniji za geometra kad se radi o podzemnim tlačnim cijevima. Tu je, naime, upotreba instrumenta ograničena, ili čak nemoguća, zato što su pojedini dijelovi trase u oštrim krivinima pod velikim padom. Za direktnu orijentaciju nema gotovo nikada mogućnosti, već se početni pravac za bušenje ovih vijugavih i strmih tunela daje polazeći od kratkih vizura na pomoćne tačke, koje su također pod zemljom, i čiji položaj već sadrži izvjesnu griješku. Međutim, os tunela za tlačnu cijev mora se potpuno poklapati sa osi tlačne cijevi dopremljene iz fabrike. To podudaranje ide u milimetre.

Pred ovako teškim zadatkom našli smo se kod gradnje jedne hidrocentrale, pa smatramo da će biti korisno da saopštimo način rada koji je usvojen od projektanta, da geometru pruži što solidnije podloge za rad na trasiranju. Podzemna tlačna cijev ima dvije oštre krivine u kružnom



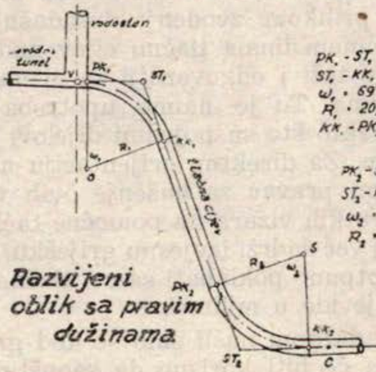
Slika 1.

---

* Ovaj je članak prenesen iz lista »Izgradnja« kao interesantan geodetski problem.

luku. Gornja krivina leži u jednoj vertikalnoj ravni i nije zahtijevala toliku pažnju kao donja krivina, koja leži u prostoru. Mi ćemo se zato naročito zadržati na toj krivini, da ne bi suviše odulj̈ili izlaganja.

Da bi dobili sliku prostornog razvoja podzemne tlačne cijevi, zamislimo dva horizontalna pravca čije se horizontalne projekcije sijeku pod kutom od 139°, ali koji su na međusobnoj visinskoj razlici od 58,66 m. Donji pravac je razdijelna cijev, a gornji je dovodni tunel. Na donjem pravcu poznata je tačka C_1, a na gornjem tačka V. Tlačna cijev treba da poveže ta dva pravca između tačaka V i C_1. Sl 1 pokazuje karakteristične projekcije, a sl. 2 tlačnu cijev u razvijenom obliku.



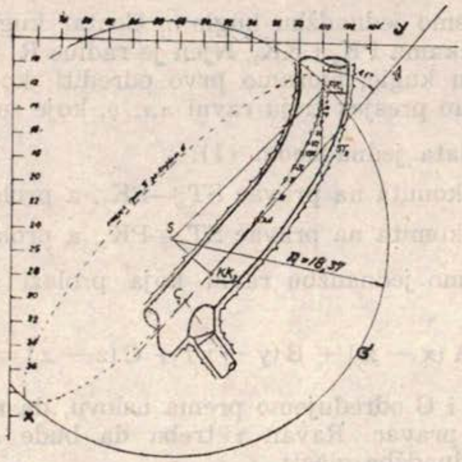
Slika 2.

Geodetski zadatak sastoji se u tome, da se dati elementi prenesu pod zemlju, no s napomenom da su oba kraja donje krivine duboko pod zemljom, pa nema mogućnosti direktne orijentacije na jednu spoljnu triangulacionu tačku. Pored toga, rad instrumentom nemoguć je u tom tunelu zbog velikog nagiba (69°), a i zbog oštre krivine u nagibu, koja ne dozvoljava dugačke vizure. Prema tome, trebalo je naći metodu koja će pod tim uslovima omogućiti geometru i izvođaču tačno davanje pravca osovini tunela određivanjem velikog broja tačaka u krivini, tako da se svaka slijedeća tačka može odrediti prema dvjema prethodnim najprimitivnijim sredstvima: libelom, ravnjačom i podravnjačom.

Kako se vidi iz slike: dionica tunela koji razmatramo, leži između tačaka PK_2 i KK_2. Odlučeno je da se za taj dio odredi niz tačaka koordinatama, i to na svaki metar visinske razlike. Koordinate se mogu dobiti i grafički, no radi potpunog podudaranja osi na terenu sa osi čelične cijevi koja se izrađuje u fabrici, riješeno je da se računaju analitičkom metodom (sl. 3).

Danas, pošto je taj tunel probijen u punom profilu i njegova os prekontrolisana najtačnijim mjerenjima koja su pod opisanim uslovima moguća, možemo reći da je usvojena metoda dala potpuno rješenje problema i da se prilikom izvođenja uvijek raspolagalo s dovoljno elemenata za tačan rad.

Kao što se vidi iz sl. 2, krivina koju razmatramo, jest lûk kruga s polumjerom 18,37 m, položen u ravni koja je određena tačkama KK_1 ST_2 i KK_2. Taj lûk možemo definirati kao dio presjeka ravni π sa kuglom σ uzimajući centar kugle u ravni π i njen radius 18,37 m, dodajući uslov da se tačke PK_2 i KK_1 moraju nalaziti na kugli. Ako nađemo jednadžbu ravni π i kugle σ, možemo iz te dvije jednadžbe odrediti x i y za svaku tačku presjeka, zadajući z za svaki visinski metar.



Slika 3.

U datom sistemu, a polazeći od elemenata datih na sl. 2 i poznatih tačaka C_1 i V između kojih se prostire tlačna cijev, izračunate su koordinate tačaka PK_1, ST_1, KK_1 i PK_2, KK_2 i ST_2. Mi ćemo ovdje dati samo one podatke koji se odnose na problem donje krivine. Poznatim računom koji ne ponavljamo, dobiveno je:

KK_1	$x_1 = 0{,}000$	$y_1 = 100{,}000$	$z_1 = 45{,}503$
ST_2	$x_2 = 17{,}074$	$y_2 = 100{,}000$	$z_2 = 0{,}000$
KK_2	$x_3 = 27{,}638$	$y_3 = 90{,}813$	$z_3 = 0{,}000$
PK_2	$x_4 = 12{,}155$	$y_4 = 100{,}000$	$z_4 = 13{,}108$

Možemo odrediti jednadžbu ravni π koja prolazi tačkama KK_1, KK_2 i ST_2, iz determinante.

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Rješenje ove determinante u opštem obliku glasi:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \qquad (1)$$

sa koeficijentima:

$$A_1 = 418{,}036$$
$$B_1 = 480{,}693$$
$$C_1 = 156{,}859$$
$$D_1 = -55206{,}855$$

Sada određujemo jednadžbu kugle σ. Centar kugle S leži u ravni π, a kugla prolazi tačkama PK_2 i KK_2. Njen je radius R = 18.37. Da bi mogli napisati jednadžbu kugle, moramo prvo odrediti koordinate centra S. Njega nalazimo kao presjek triju ravni π, τ, υ, koje se definiraju ovako:

Ravan π je data jednadžbom (1).

Ravan τ je okomita na pravac ST_2—PK_2, a prolazi tač. KK_2

Ravan υ je okomita na pravac ST_2—PK_2, a prolazi tač. PK_2.

Općenito pišemo jednadžbu ravni koja prolazi zadatom tačkom I (x_i, y_i, z_i):

$$A(x - x_i) + B(y - y_i) + C(z - z_i) = 0 \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Koeficijente A, B i C određujemo prema uslovu, da ravan bude okomita na jedan zadani pravac. Ravan τ treba da bude okomita na pravac ST_2—KK_2, čija jednadžba glasi:

$$\frac{x - x_2}{x_3 - x_2} = \frac{y - y_2}{y_3 - y_2} = \frac{z - z_2}{z_3 - z_2} \quad . \; . \; . \quad (3)$$

Uglovni koeficijenti ovog pravca jesu:

$$A_2 = x_3 - x_2 = 10{,}564$$
$$B_2 = y_3 - y_2 = -9{,}187$$
$$C_2 = z_3 - z_2 = 0{,}000$$

Uslov okomitosti pravca (3) i ravni (2) glasi:

$$\frac{A}{A_2} = \frac{B}{B_2} = \frac{C}{C_2} = K$$

Možemo, dakle, pisati $A = A_2 \cdot K$, $B = B_2 \cdot K$, $C = C_2 \cdot K$, pa uvrštavanjem u jednadžbu (2) eliminiramo K i dobijemo jednadžbu ravni (stavljajući indeks i = 3):

$$A_2 \, (x - x_3) + B_2 \, (y - y_3) + C_2 \, (z - z_3) = 0 \quad . \; . \; . \quad (4)$$

Uvrštavanjem vrijednosti i razvijajući, dobivamo jednadžbu:

$$\tau \equiv 10{,}564\, x - 9{,}187\, y + 542{,}331 = 0 \quad . \; . \; . \quad (4a)$$

Na isti način dobivamo jednadžbu ravni υ stavljajući u (2) indeks i = 4 sa koeficijentima:

$$A_3 = x_4 - x_2 = - \ 4,919$$
$$B_3 = y_4 - y_2 = \ 0,000$$
$$C_3 = z_4 - z_2 = \ 13,108$$

Prema tome, jednadžba ravni υ glasi:

$$\upsilon \equiv 4,919\,x - 13,108\,z + 112,030 = 0 \quad . \ . \ . \quad (5)$$

Pošto smo našli sve tri ravni koje određuju središte S kugle σ, to možemo dobiti koordinate tog središta ako riješimo sistem od 3 jednadžbe sa 3 nepoznate:

$$\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0 \\ A_3x + B_3y + C_3z + D_3 &= 0 \end{aligned} \qquad (6)$$

Vrijednost koeficijenata date su sa (1) i (5). Mi smo taj sistem riješili po pravilu Cramera, koje daje koordinate S (x_0, y_0, z_0) iz obrasca:

$$x_0 = \frac{\Delta x}{\Delta}; \quad y_0 = \frac{\Delta y}{\Delta}; \quad z_0 = \frac{\Delta z}{\Delta}; \quad . \ . \ . \quad (7)$$

gdje znači:

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \quad \Delta x = - \begin{vmatrix} D_1 & B_1 & C_1 \\ D_2 & B_2 & C_2 \\ D_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \quad \Delta y = - \begin{vmatrix} A_1 & D_1 & C_1 \\ A_2 & D_2 & C_2 \\ A_3 & D_3 & C_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = - \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & D_3 \end{vmatrix}$$

Zamjenom vrijednosti i izračunavanjem determinanti dobiva se:

$$x_0 = 24,755$$
$$y_0 = 87,498$$
$$z_0 = 17,841$$

Jednadžba kugle u općem obliku glasi:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2 \qquad (8)$$

Ako uvrstimo vrijednosti za x_0, y_0, z_0 i R, dobivamo jednadžbu kugle σ u razvijenom obliku:

$$x_2 + y_2 + z_2 - 49,510\,x - 174,996\,y - 35,682\,z + 8249,591 = 0$$

Jednadžba kruga na kojemu leži traženi lûk, glasi u skraćenom obliku:

$$\begin{aligned} \sigma &= 0 \\ \pi &= 0 \end{aligned} \qquad (9)$$

Na taj način određen je u prostoru lûk koji tražimo, i možemo naći koordinate ma koje tačke koja nas interesuje. Prema ranije navedenom, odredićemo koordinate x i y za svaki metar visinske razlike, t. j. za $z = 12{,}000$ do $z = 1{,}000$. Tačke nose oznaku I, II, ... XII. Pokazaćemo put kojim se ide pri ovom računu, iznalaženjem koordinata za tačku XII. Za tu tačku je $z = 1{,}000$, pa tu vrijednost uvrstimo u jednadžbe (9). Dobivamo ovaj sistem:

$$x^2 + y^2 - 49{,}510\,x - 174{,}996\,y + 8214{,}909 = 0$$
$$418{,}036\,x + 480{,}693\,y + 55049{,}996 = 0$$

Linearna jednadžba π daje nam x, koje supstituiramo u kvadratnu jednadžbu σ iz koje dobivamo y. U našem slučaju račun daje:

$$x = 22{,}913; \qquad y = 94{,}603; \qquad z = 1{,}000$$

Račun se može srediti tabelarno, što omogućuje pregledni rad. Na taj način dobivene su koordinate sviju tačaka lûka za traženu krivinu tlačne cijevi. U praksi se pokazalo potrebnim iznaći još udaljenost jedne tačke od pravca koji stvaraju dvije prethodne. Tako, na pr., da bi se dobila tačka IV ,treba naći njenu udaljenost od pravca koji čine tačke VI—V, i t. d

Mi se nismo plašili nešto više računanja da bi na terenu olakšali izvođenje. Možda će se staviti primjedba da je račun suviše tačan za grube građevinske radove u tunelu. Ta bi primjedba bila tačna, ukoliko se odnosi na same građevinske radove. No mi smo ovim tačnim podacima stvorili podlogu za kasniju montažu tlačnih cijevi, koje moraju biti precizno centrirane na geometrisku os predviđenu projektom, da bi se montažni dijelovi uklonili bez griješke.